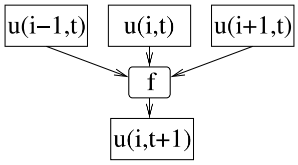
Licence d'Informatique

TD d'IP : Feuille 3

Boucle, Tableaux et Structures

On s'intéresse au calcul des suites $u(i,t)_{1\leq i\leq N, t\in\mathbb{N}}$ telles qu'il existe une fonction f vérifiant:

$$u(i,t+1) = f(u(i-1,t), u(i,t), u(i+1,t)),\ \forall i\ 1 < i < N\ \forall t \in \mathbb{N}$$



Exercice 0 : Exemple

On suppose que $f(g,m,d) = m + \max(g,d) - \min(g,d)$. On représente les éléments de la suite $u(i,t)$, $t < t_0$ par une matrice de taille $t_0 \times N$ que l'on appelle *diagramme espace-temps.*

• En utilisant f et les valeurs connues complétez la matrice suivante:

	i=1	2	3	4	5	6	7
t=0	3	4	2	0	3	1	2
t=1	2						3
t=2	3						4
t=3	1						2
t=4	4						0

Exercice 1 : Calcul du diagramme espace-temps

On suppose que les $u(i,t)$ sont des réels.

- Ecrire la fonction **calcule_fonction_locale** calculant la fonction f donnée dans l'exercice précédent.
- Ecrire la fonction **calcule_diagramme** qui étant donné une matrice $t_0 \times N$, supposée initialisée pour $t = 0$, les deux valeurs constantes de $u(1,t)$ et $u(N,t)$ et la durée t_d calcule le diagramme espace-temps pour $t \leq t_d$.

Exercice 2 : Une fonction f plus réaliste

La suite $(u(i,t_d))_{1\leq i\leq N}$ s'interprète comme l'état à la date t_d d'un système physique composés de i cellules formant un cercle. L'état d'une cellule i est modifié entre la date t et $t+1$ en fonction de son état et de ceux des voisines $i+1$ et $i-1$ à la date t. C'est ce qui se traduit par la fonction f en langage mathématique.
Jusqu'à présent l'état de la cellule était grossièrement codé par un réel, maintenant on considère qu'il y a une particule dans chaque cellule qui interragit avec celles des cellules voisines. On suppose que les particules se déplacent sur un axe dans chaque cellule et donc leur position, leur vitesse et leur accélération peuvent être repérées par un réel.
On note $p(i,t)$ (respectivement $v(i,t)$ et $a(i,t)$) la position (respectivement la vitesse et l'accélération) de la particule i à la date t. On a donc $u(i,t) = (p(i,t), v(i,t), a(i,t))$ et f qui est définie par:

$$\begin{cases} p(i,t+1) = p(i,t) + \Delta t * v(i,t) \\ v(i,t+1) = v(i,t) + \Delta t * a(i,t) \\ a(i,t+1) = a(i,t) - e * (2p(i,t) - p(i-1,t) - p(i+1,t)) \end{cases}$$

où Δt et e sont des constantes réelles données.

- Définir un type **cellule** permettant de coder l'état de la cellule.
- Réécrire la fonction **calcule_fonction_locale**.

Exercice 3 : Initialisation par une chaine de caractere
On suppose que la fonction principale reçoit en argument une chaine de caractères s codant l'état initial. La $i^e me$ lettre c code pour la cellule i la valeur selon la règle suivante:

$$\begin{cases} c =' U' \longrightarrow 3.1415 \\ c =' d' \longrightarrow 2.718 \\ 1.2345 \ sinon \end{cases}$$

Ecrire la fonction **initialise_chaine_caractere** prenant comme argument le diagramme et la chaîne de caractère.

Exercice 4 : Eliminitation des cellules limites
Le traitement particulier reservé aux cellules 1 et N perturbe fortement le calcul. Pour supprimer cet inconvenient on suppose jusqu'à la fin de ce TP que le voisin gauche de la cellule 1 est la cellule N.
• Réécrire la fonction **calcule_diagramme** pour laquelle les calculs de $u(1,t)$ et $u(N,t)$ n'ont plus à être distingués.

Exercice 5 : Optimisation mémoire
En fait seule la suite $u(i,t_d)_{1\leq i\leq N}$ nous intéresse.

- Ecrire la fonction **calcule_etat_futur** qui étant donné un état initial ($t=0$) calcule l'état à la date t_d donnée en argument et le stocke dans l'etat initial. On ajoute la contrainte de n'utiliser que deux tableaux de taille N.
- Réécrire la fonction **calcule_etat_futur** pour n'utiliser que le tableau passé en argument et quelques variables temporaires.

Exercice 6 : Optimisation du calcul
On souhaite maintenant déduire de l'etat initial ($t=0$) uniquement la valeur $u(i_f,t_f)$. On remarque que cette valeur ne dépend de l'état initial que pour les cellules j telles que $|j-i_f| \leq t_f$. Plus généralement le calcul de $u(i_f,t_f)$ ne nécéssite que le calcul des éléments $u(j,t)$ tels que $|j-i_f| \leq t_f - t$ ce qui forme un *triangle* (dit *de calcul*) dans le diagramme espace-temps lorsque $t_f < \frac{N}{2}$.

- Hachurez sur le diagramme de l'exercice 0 le triangle de calcul associé à l'élément $u(3, 2)$.
- Ecrire la fonction **calcul_cellule_futur** qui étant donné un état initial, i et t retourne la valeur $u(i, t)$ en ayant calculer uniquement le triangle de calcul.