

# Segmentation et Analyse d'images (partie 1)

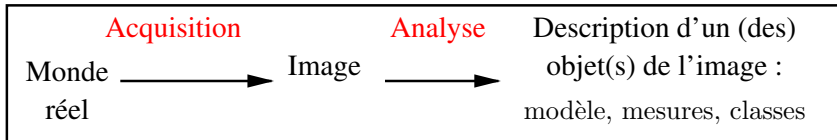
Anne Vialard

LaBRI, Université Bordeaux 1

# Sommaire

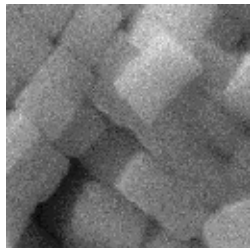
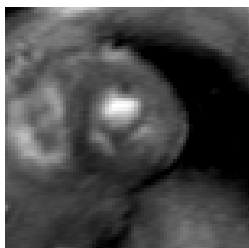
- 1 Introduction
- 2 La segmentation d'images : généralités
- 3 Segmentation : approches région
- 4 Segmentation : Approche frontière
- 5 Autres approches de la segmentation

# Problématique I



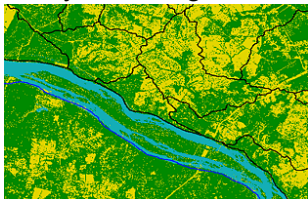
- On cherche à **imiter** le système de vision humain
- Importance des connaissances **a priori** pour les processus de haut-niveau
- **Pas de solution générale** mais un ensemble de solutions adaptées à des problèmes particuliers

## Des cas difficiles... I

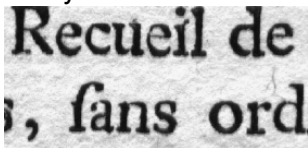


## Exemples d'applications I

- Analyse d'image satellite

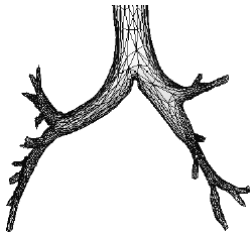
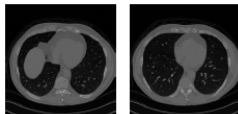


- Analyse de document



- Recherche basée sur le contenu  
Contrôle qualité  
Contrôle du déplacement d'un robot  
Vidéosurveillance

- Aide au diagnostic médical



- Imagerie cellulaire

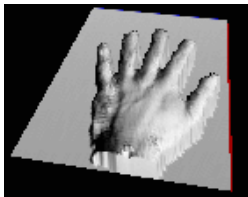
# Sous-domaines de l'analyse d'image I

- **Segmentation / Reconstruction**
- **Reconnaissance de formes** (Pattern recognition) :  
Associer une catégorie à une (partie d'une) image

prétraitements → extraction de paramètres → catégorisation

- **Vision 3D**

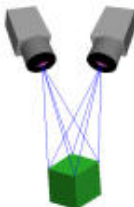
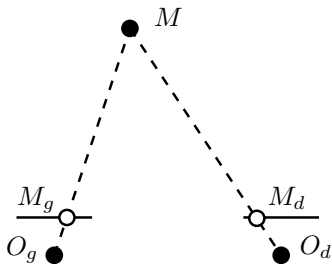
*Shape from shading* : Retrouver une forme 3D à partir d'une image 2D. On déduit la profondeur des variations de couleur.



## Sous-domaines de l'analyse d'image II

*Stereovision* (Shape from stereo) : Retrouver la profondeur des points d'une scène à partir de deux projections de cette scène (points de vues différents). Etapes :

- mise en correspondance des deux images
- reconstruction



- **Analyse de mouvement**

# Plan du cours I

## 1 Segmentation d'image

- approches basées région : découpe, fusion, découpe/fusion
- approches basées contour
- autres approches : watersheds, Mumford Shah, modèles déformables, level sets, champs de Markov
- problèmes spécifiques de la segmentation 3D

## 2 Géométrie discrète appliquée à l'analyse d'image

- courbes et surfaces / régions
- algorithmes de suivi de frontière
- représentation d'une partition 2D/3D
- droites et plans discrets, algorithmes de reconnaissance
- distances discrètes, transformée en distance, squelettisation



# Plan du cours II

## ③ Mesures dans une image

- attributs de région : moments géométriques, convexité, attributs topologiques
- attributs géométriques d'un contour : longueur, normale et courbure en un point, points dominants
- extensions en 3D

## Bibliographie I

- The Computer Image - A. Watt, F. Policarpo - Addison Wesley
- Fundamentals of Digital Image Processing - AK Jain - Prentice Hall
- Digital Image Processing - RC Gonzalez, RE Woods - Prentice Hall
- Computer Vision : A Modern Approach - DA Forsyth, J Ponce - Prentice Hall
- Le traitement des images - H. Maître - Hermès
- Analyse d'images : filtrage et segmentation - JP Cocquerez, S. Philipp - Masson
- Digital Geometry : Geometric Methods for Digital Image Analysis - R. Klette, A. Rosenfeld - Morgan Kaufmann

## Bibliographie II

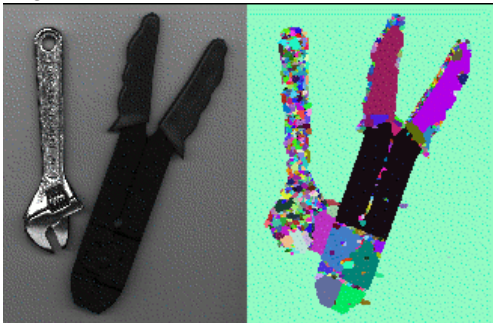
- Géométrie discrète et images numériques - ouvrage collectif sous la direction de D. Coeurjolly, JM Chassery, A. Montanvert - traité IC2 Hermès
- Image Processing, Analysis and Machine Vision - M. Sonka, V. Hlavac, R. Boyle - Chapman & Hall Computing
- Introductory Techniques for 3-D Computer Vision - E. Trucco, A. Verri - Prentice Hall

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 La segmentation d'images : généralités**
- 3 Segmentation : approches région
- 4 Segmentation : Approche frontière
- 5 Autres approches de la segmentation

## Segmentation : approche région ou frontière I

- **segmentation** : décomposition d'une image en régions qui ont un sens (?), les "objets" de l'image.
- **segmentation** = étiquetage des pixels/voxels de l'image.
- pixels/voxels de même étiquette = pixels/voxels de même région



# Segmentation : approche région ou frontière II

- Facile pour un être humain : connaissances préalables, image vue dans sa totalité, déductions (par exemple pour les frontières cachées)
- Méthodes :
  - Approche **région** : grouper pixels/voxels semblables  
⇒ régions homogènes.
  - Approche **frontière** : rechercher pixels/voxels dissemblables  
⇒ contours/surfaces entre zones hétérogènes
  - (Approche **hybride** : mélange des deux précédentes)

# Segmentation d'image : exemple 1

Étiquetage en deux composantes  
(Approche région : champ de Markov)

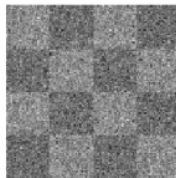


Image bruitée

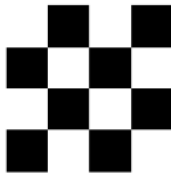


Image segmentée idéale



segmentation par ICM



Segmentation par RS

## Segmentation d'image : exemple 2

Étiquetage en quatre composantes  
(Approche région : champ de Markov)

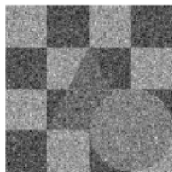
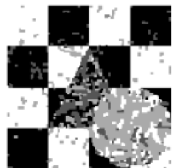


Image bruitée



Image segmentée idéale



segmentation par ICM

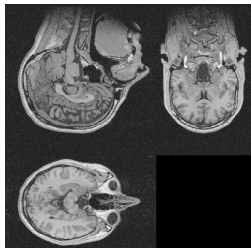


Segmentation par RS

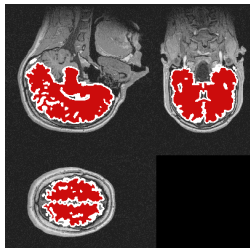


## Exemple d'application

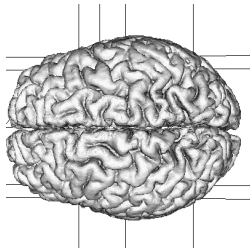
Reconstruction 3D du cortex cérébral  
(Approche contour : modèle déformable)



Images 3D (3 coupes)



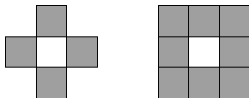
Segmentation



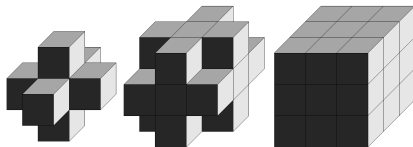
Reconstruction 3D

## Définitions - Notations I

- **pixel/voxel** : élément de  $X \subset \mathbb{Z}^2 / \mathbb{Z}^3$
- **connexités 2D** : 4-connexité / 8-connexité



- **connexités 3D** : 6-connexité / 18-connexité / 26-connexité



- **région**  $R$  : partie (connexe) de  $X$
- **taille**  $|R|$  de  $R$  = nb de pixels/voxels de  $R$
- **bord** d'une région  $R$  :  $\delta R$  = contour interpixel de  $R$  (suite des arêtes de pixels séparant  $R$  et son complémentaire)  
 $|\delta R|$  = longueur en nombre d'arêtes

## Définitions - Notations II

- **image** : application  $I$  de  $X$  à valeurs dans  $E =$ 
  - 1  $\{0, 1\}$  : image binaire
  - 2  $\{0, \dots, 255\}$  : image en niveaux de gris 8 bits
  - 3  $\{0, \dots, 2^{16} - 1\}$  : image en niveaux de gris 16 bits
  - 4  $\{0, \dots, 255\}^3$  : image couleur (composantes RGB)
  - 5 ...
- **histogramme**  $h$  : application de  $E$  dans  $\mathbb{Z}^+$  des occurrences de chaque valeur de  $I$
- **valeur moyenne** d'une région  $R$  :  $\mu_R = \frac{1}{|R|} \sum_{p \in R} I(p)$ .
- **variance** d'une région  $R$  :  $\sigma_R^2 = \frac{1}{|R|} \sum_{p \in R} (I(p) - \mu_R)^2$ .
- **segmentation** : application de  $X$  dans un espace d'étiquettes (généralement  $1, \dots, K$ ).

# Segmentation : première formalisation

Étiqueter  $\equiv$  partitionner

Définition de [Horowitz75]

$X$  : domaine de l'image  $I$

$P$  : prédicat défini sur l'ensemble des parties de  $X$ , dépend de  $I$

**segmentation de  $X$**  :  $(S_i)_{i=1..n}$ , sous-ensembles de  $X$  tels que

- 1  $X = \cup_{i=1}^n S_i$  (Partition de  $X$ )
- 2  $\forall i \in 1..n$ ,  $S_i$  est connexe et  $P(S_i) = \text{vrai}$
- 3  $\forall i, j \in 1..n$ ,  $S_i$  adjacent à  $S_j$  et  $i \neq j \Rightarrow P(S_i \cup S_j) = \text{faux}$

Exemples de prédicat d'homogénéité :

- $P(R) = \text{Vrai} \Leftrightarrow \sigma_R < 5$
- $P(R) = \text{Vrai} \Leftrightarrow \forall p \in R, |I(p) - \mu_R| < 10$

## Exercice

$$\text{Image } I = \begin{array}{cc} 100 & 45 \\ 55 & 0 \end{array}$$

Partition de l'image  $I$ ?

$$P(R) = \text{Vrai} \Leftrightarrow \forall p \in R, |I(p) - \mu_R| < 30$$

Difficultés

Unicité ? Stabilité ? Calculabilité ?

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 La segmentation d'images : généralités
- 3 Segmentation : approches région**
  - Seuillage / classification
  - Méthodes de division et fusion
  - Méthodes d'agrégation
- 4 Segmentation : Approche frontière
- 5 Autres approches de la segmentation

# 3 - Segmentation : approches région

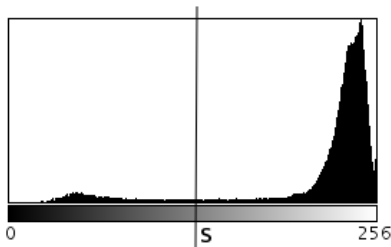
## Seuillage / classification

Méthodes de division et fusion

Méthodes d'agrégation

# Segmentation par seuillage

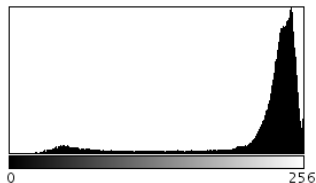
- But : affecter chaque pixel d'une image en niveaux de gris à une **classe**. classes = intervalles de niveaux de gris
- Principe :
  - extraire des seuils à partir de l'histogramme (image/région)
  - classification d'un pixel  $p$  par comparaison de  $I(p)$  aux seuils





# Seuillage et histogramme I

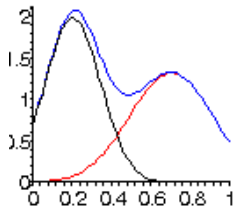
- histogramme de  $I$  dans  $R \subset X$   
 $\approx$  **distribution** des valeurs dans  $R$ .
- Exemple : objet assez uniforme  
 $\Rightarrow$  histogramme  $\approx$  gaussienne de variance faible
- histogramme **bimodal** : partie de  $X$  avec deux objets de moyennes différentes



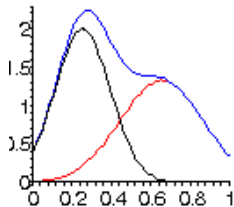
- Seuillage : trouver le(s) **seuil(s)** qui sépare(nt) au mieux les deux objets (ou plus).

## Seuillage et histogramme II

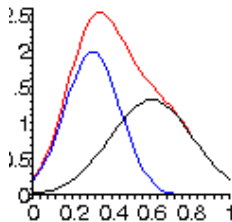
Deviens difficile lorsque les moyennes se rapprochent.



$$(\mu_1 = 0.2, \sigma_1 = 0.2)$$
$$(\mu_2 = 0.7, \sigma_2 = 0.3)$$



$$(\mu_1 = 0.25, \sigma_1 = 0.2)$$
$$(\mu_2 = 0.65, \sigma_2 = 0.3)$$



$$(\mu_1 = 0.3, \sigma_1 = 0.2)$$
$$(\mu_2 = 0.6, \sigma_2 = 0.3)$$

# Segmentation par seuillage

pixel :  $(x, y)$ ,

niveau de gris :  $I(x, y)$

propriété locale :  $P(x, y)$

seuil utilisé pour classer le pixel  $(x, y)$  :  $S(x, y)$

3 types de méthodes de seuillage :

- seuillage *global* :  $S(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} S(I(x, y))$
- seuillage *local* :  $S(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} S(I(x, y), P(x, y))$
- seuillage *dynamique* :  $S(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} S(I(x, y), P(x, y), x, y)$

Si 2 classes, on parle de **binarisation**.

# Exemple de seuillage global <sup>1/3</sup>

## Binarisation [Otsu79]

- Découpe de l'histogramme  $h$  de façon à minimiser l'erreur de partition.
- Idée : minimiser la variance à l'intérieur de chaque classe ( $C_1$  et  $C_2$ ).  $p(n)$  probabilité du niveau de gris  $n$ ,  $t$  seuil

$$p(C_1) = \sum_0^t p(n), \mu_{C_1} = \frac{\sum_0^t np(n)}{p(C_1)}, \sigma_{C_1}^2 = \frac{\sum_0^t (n - \mu_{C_1})^2 p(n)}{p(C_1)}$$

$$p(C_2) = \sum_{t+1}^N p(n), \mu_{C_2} = \frac{\sum_{t+1}^N np(n)}{p(C_2)}, \sigma_{C_2}^2 = \frac{\sum_{t+1}^N (n - \mu_{C_2})^2 p(n)}{p(C_2)}$$

$$\sigma_{intra}^2 = p(C_1)\sigma_{C_1}^2 + p(C_2)\sigma_{C_2}^2$$

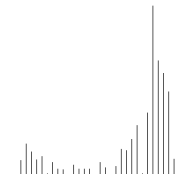
$$\sigma_{inter}^2 = p(C_1)p(C_2)(\mu_{C_1} - \mu_{C_2})^2$$

Minimiser  $\sigma_{intra}^2$  est équivalent à maximiser  $\sigma_{inter}^2$

## Exemple de seuillage global 2/3

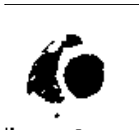
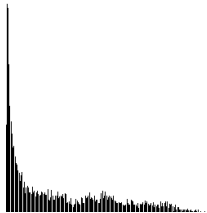
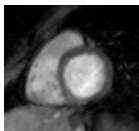
**C**E Recueil de réflexions, sans ordre, & fuite, fut commencé pour une bonne mere qui fait

**C**E Recueil de réflexions, sans ordre, & fuite, fut commencé pour une bonne mere qui fait  
seuil = 50



**C**E Recueil de réflexions, sans ordre, & fuite, fut commencé pour une bonne mere qui fait  
seuil = 128

## Exemple de seuillage global 3/3



seuil = 130



seuil = 82

inversion N/B

# Exemple de seuillage local 1/2

Binarisation [Sauvola00]

**Idée** : le seuil est adapté au contraste local.

$$S(x, y) = \mu(x, y) \left( 1 + k \left( \frac{\sigma(x, y)}{R} - 1 \right) \right)$$

- $\mu(x, y)$  moyenne des ng dans la fenêtre de calcul
- $\sigma(x, y)$  écart type des ng dans la fenêtre de calcul
- valeurs standard des paramètres  $k = 0.5$ ,  $R = 128$



$k=0.1$ ,  $k=0.2$ , rayon de la fenêtre = 15

# Exemple de seuillage local 1/2

Binarisation [Bhanu01]

**Idée** : si un point appartient à  $C_i$ , la majorité de ses voisins (voisinage 8-connexes) appartient aussi à  $C_i$ .

- $P(p) = (P_{C_1}(p), P_{C_2}(p))$  vecteur de probabilité associé à un pixel  $p$   
 $P_{C_i}(p)$  : probabilité que le pixel  $p$  appartienne à  $C_i$   
 $P_{C_1}(p) + P_{C_2}(p) = 1$
- $Q(p) = (Q_{C_1}(p), Q_{C_2}(p))$  vecteur de compatibilité associé à un pixel  $p$   
 $Q_{C_i}(p) = \frac{1}{8} \sum_{q \in V_8(p)} P_{C_i}(q)$
- Critère à maximiser :  
 $\sum_{image} (P_{C_1}(p)Q_{C_1}(p) + P_{C_2}(p)Q_{C_2}(p))$



## Exemple de seuillage local 2/2

Binarisation [Bhanu01]

Algorithme itératif :  $\mu$  seuil initial.

$$P_{C_1}^0(p) = \begin{cases} \frac{I(p) - \mu}{NgMax} + 0.5 & \text{si } I(p) > \mu \\ \eta \frac{I(p) - \mu}{NgMax} + 0.5 & \text{sinon } (\eta \text{ coef entre } 0.5 \text{ et } 1) \end{cases}$$

$$P_{C_1}^{n+1}(p) = \begin{cases} (1 - \alpha_1)P_{C_1}^n(p) + \alpha_1 & \text{si } Q_{C_1}^n(p) > 0.5 \\ (1 - \alpha_2)P_{C_1}^n(p) & \text{sinon} \end{cases}$$

- $\alpha_1, \alpha_2$  coefs entre 0 et 1.

⇒ on renforce la probabilité pour  $p$  d'appartenir à  $C_1$  si la probabilité d'appartenance à  $C_1$  de son voisinage est forte.

- Itérations successives jusqu'à majorité (90%) des pixels bien étiquetés ( $P_{C_1}(p) > 0.9$  ou  $P_{C_2}(p) > 0.9$ )

# Exemple de seuillage dynamique I

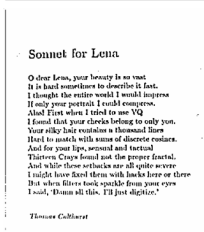
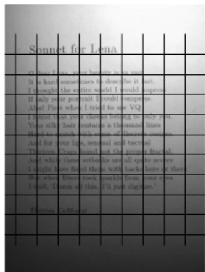
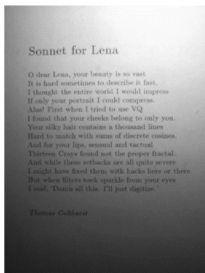
Binarisation [*Chow,Kaneko72*]

- Image découpée en blocs
- Calcul d'un seuil pour chaque bloc :  
l'histogramme du bloc est-il bimodal ?
  - Si oui, le seuil trouvé est affecté au centre du bloc
  - Si non, le seuil prend pour valeur la moyenne des seuils des blocs voisins.
- Le seuil de chaque pixel est calculé par interpolation bilinéaire à partir des seuils des centres des blocs voisins.

Problème lié au découpage en blocs : régions tronquées.

# Exemple de seuillage dynamique II

## Binarisation [Chow,Kaneko72]



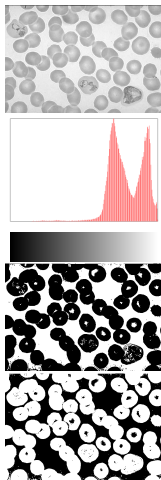
# Classification

Principe :

- Pic de l'histogramme  $\simeq$  composante image.
- Découper l'histogramme en  $k$  classes.
- Etiqueter chaque pixel avec le numéro de sa classe.

Découpage en  $k$  classes :

- Utilisateur.
- Détection de “vallées” sur l'histogramme.
- Approximation par mélange de  $k$  Gaussiennes.
- Algorithme des “ $k$ -means”...



## Exemple de classification : Méthode des k-means

Méthode itérative pour découper l'histogramme en  $k$  classes ( $k$  entier choisi au départ).

Algorithme :

- Choisir arbitrairement  $k$  couleurs  $\{c_1, \dots, c_k\}$  dans l'histogramme.
- Tant que les  $c_i$  sont modifiées dans la boucle, faire
  - Pour chaque couleur de l'histogramme déterminer la couleur  $c_i$  la plus proche.
  - La classe  $C_i$  est l'ensemble des couleurs qui sont plus proches de  $c_i$  que de n'importe laquelle des  $c_j$ .
  - Remplacer chaque  $c_i$  par la moyenne de sa classe  $C_i$  (ici, le nombre de pixels de l'image qui ont la couleur  $c_i$  intervient dans le calcul).
- Les classes "résultats" sont les  $C_i$ .

# Méthode des k-means : exemple

recherche de 2 classes



image



1



2



3



4



5



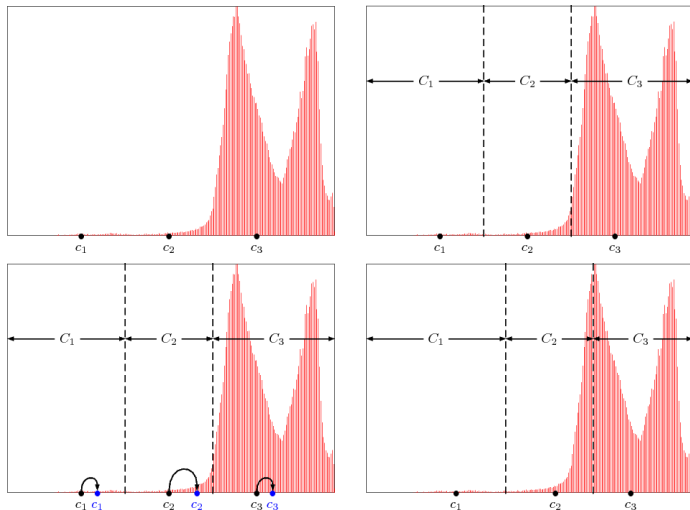
6



résultat

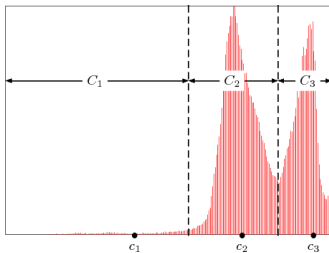
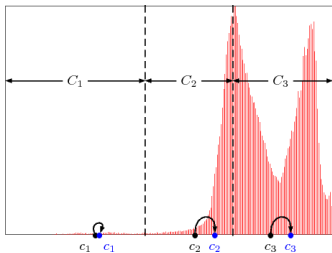
# Méthode des k-means : exemple I

recherche de 3 classes



# Méthode des k-means : exemple II

recherche de 3 classes





## Binarisation / classification (fin)

- Intérêt : étiquetage très rapide basé sur l'histogramme de l'image.
- souvent initialisation d'un algorithme de segmentation plus haut niveau, qui prend en compte la *localisation* des valeurs des pixels.
- les étiquettes sont souvent filtrées par **relaxation** : pour tout pixel  $[x, y]$ , la nouvelle étiquette de  $[x, y]$  est l'étiquette qui apparaît le plus grand nombre de fois dans un voisinage de  $[x, y]$ .
- Il existe des techniques de **classification floue** qui attribuent pour chaque couleur une probabilité d'appartenance à une classe.  
*fuzzy c-means [Dunn73,Bezdek81]*

## 3 - Segmentation : approches région

Seuillage / classification

**Méthodes de division et fusion**

Méthodes d'agrégation

# Division

## Approche top-down

Focalisation de l'attention : de l'échelle la plus grossière vers les détails les plus fins.

### Principe

Point de départ = une sous-segmentation (toute l'image, une région à raffiner)

Découper les régions non homogènes

### Division récursive

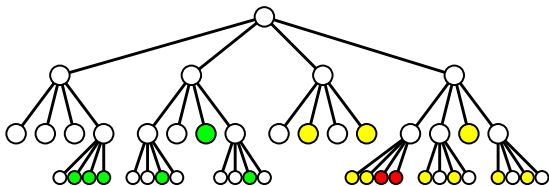
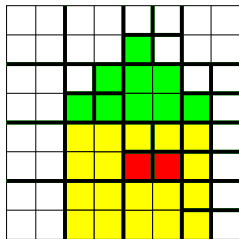
- 1 Partitionner la région, par exemple à partir d'une partition de son histogramme.
- 2 Pour chaque région résultante, si possible (et nécessaire) revenir en 1.

Problème : on ne revient pas sur une région découpée à tort.

## Division par quadtree 1/2

Codage de l'image par un arbre - définition récursive :

- racine : image entière
- découpage en 4 de la portion d'image correspondant à un noeud si elle n'est pas homogène  $\Rightarrow$  chaque noeud a 4 fils.

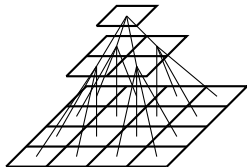


Méthode de segmentation par division basée sur un critère d'homogénéité (et pas sur l'histogramme).

## Division par quadtree 2/2

- le quadtree est un cas particulier de pyramide, une pyramide étant une suite de graphes représentant une image à différents niveaux de résolution.

Pyramide rigide



- inconvénient : les découpes sont contraintes par le cadre rigide de la définition
- utilisable comme partition initiale pour une méthode de fusion.

# Fusion

## Approche bottom-up

### Principe

Point de départ = une partition de l'image en régions homogènes

Fusionner tout couple de régions adjacentes qui vérifie un **critère d'homogénéité**.

⇒ définir un prédicat  $Fusionne(R_i, R_j)$  où  $R_i$  et  $R_j$  sont deux régions adjacentes.

Caractéristiques d'une région  $R_i$  :

$\mu_i$  : moyenne des n. g.

$\sigma_i$  : écart type des n. g.

$|R_i|$  : nombre de pixels

$\delta R_i$  contour,  $|\delta R_i|$  périmètre

$|\delta R_i \cap \delta R_j|$  longueur de la frontière commune à  $R_i$  et  $R_j$

# Tests d'homogénéité pour la fusion

On peut simplement mesurer l'homogénéité de la région

$R = R_i \cup R_j$  :

- la variance des n. g. des pixels de  $R$  est inférieure à un seuil
- la proportion des pixels de  $R$  dont le n. g. est à l'extérieur de  $[\mu_R - \sigma_R, \mu_R + \sigma_R]$  est inférieure à un seuil
- autres ?

## Critère de [Beveridge89] pour la fusion

$$f(R_i, R_j) = f_{sim}(R_i, R_j) \sqrt{f_{taille}(R_i, R_j)} f_{cont}(R_i, R_j)$$

- Critère de similarité :

$$f_{sim}(R_i, R_j) = \frac{|\mu_i - \mu_j|}{\max(1, \sigma_i + \sigma_j)}$$

- Critère de taille :

$$f_{taille}(R_i, R_j) = \min\left(2, \frac{\min(|R_i|, |R_j|)}{T_{opt}}\right), T_{opt} : \text{fixé suivant la taille de l'image}$$

- Critère de frontière commune :

$$f_{cont}(R_i, R_j) = \begin{cases} C(R_i, R_j) & \text{si } \frac{1}{2} \leq C(R_i, R_j) \leq 2 \\ \frac{1}{2} & \text{si } C(R_i, R_j) < \frac{1}{2} \\ 2 & \text{sinon} \end{cases}$$

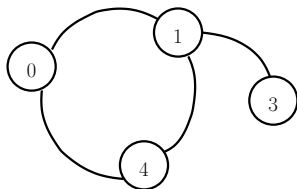
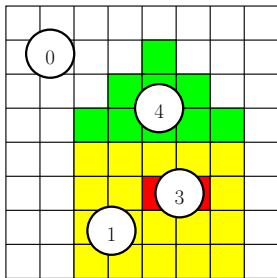
$$C(R_i, R_j) = \frac{\min(|\delta R_i|, |\delta R_j|)}{4|\delta R_i \cap \delta R_j|}$$



## Structure de données pour la fusion : RAG

**Grphe d'adjacence de régions** (Region Adjacency Graph) :  
graphe non orienté où les noeuds correspondent aux régions  
 $\exists$  arête entre 2 noeuds ssi les 2 régions correspondantes sont adjacentes.

A utiliser avec une description géométrique des régions.



fusion de régions adjacentes = contraction d'une arête +  
suppression éventuelle d'arêtes multiples

# Fusion par pyramides adaptatives 1/3

- Structure de données hiérarchique dédiée à un algorithme de fusion spécifique : fusion de groupes de régions et non de couples de régions.
- Une pyramide est un ensemble de graphes reliés entre eux, chaque graphe représentant une partition de l'image (graphe d'adjacence).

## Algorithme :

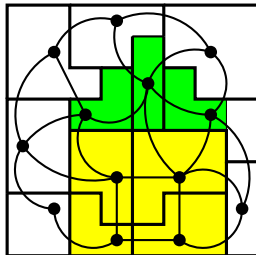
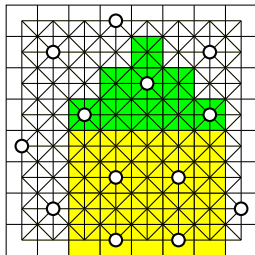
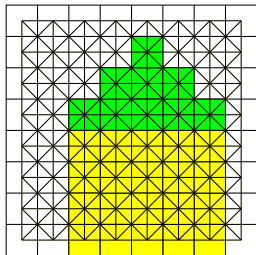
- Base de la pyramide : image initiale, maille 8-connexe.
- Passage d'un niveau au suivant :
  - 1 Extraction des sommets survivants
  - 2 Fusion.

## Fusion par pyramides adaptatives 2/3

- 1 Extraction des survivants. Deux survivants ne doivent pas être adjacents et tout non survivant est adjacent à au moins un survivant.

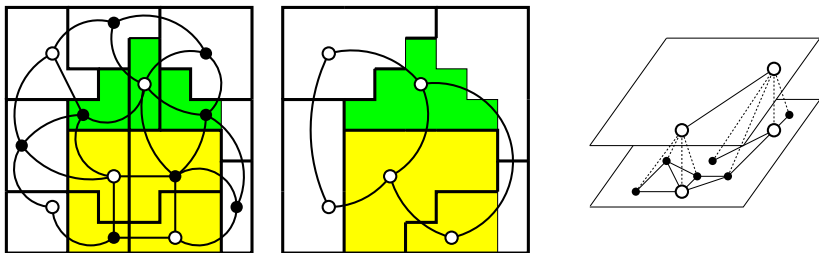
Critère de choix : minimum local pour la variance par exemple + vérification des contraintes

- 2 Fusion. On fusionne chaque sommet non survivant avec un sommet survivant adjacent (choix du plus similaire).



## Pyramides adaptatives 3/3

- Puis on itère...



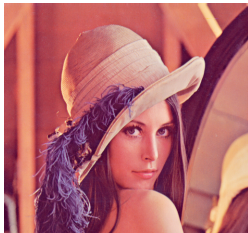
Intérêt : réduction rapide du graphe, résultat indépendant du sens de parcours de l'image.

## Division / fusion (split and merge)

- Segmentation initiale quelconque (par exemple  $(R_i)_{i=1..n}$  découpage de l'image en blocs de taille fixe)
- Subdiviser les régions non homogènes  
 $\forall i \in 1..n, P(R_i)$  faux  $\Rightarrow$  découper  $R_i$
- Fusionner les régions non maximales  
 $R_i$  adj  $R_j$  et  $Fusionne(R_i, R_j)$  vrai  $\Rightarrow$  fusionner  $R_i$  et  $R_j$

De meilleurs résultats sont obtenus en alternant divisions et fusions.

## Division / fusion : exemple 1



Lenna

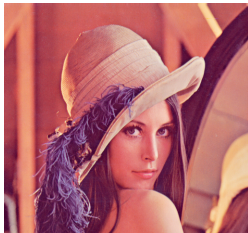


Après division



Après fusion

## Division / fusion : exemple 2



Lenna

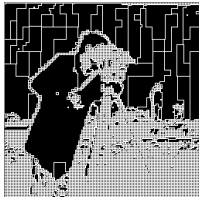


Sélection région



Division

## Division / fusion : exemple 3



après division



après fusion



# 3 - Segmentation : approches région

Seuillage / classification

Méthodes de division et fusion

**Méthodes d'agrégation**

# Méthodes d'agrégation de pixels

## Region growing

- Sélection de groupes de pixels dans les zones homogènes de l'image.
- Croissance des germes par ajout de pixels connexes **similaires**



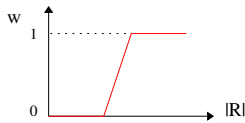
## Méthodes d'agrégation de pixels

```
growSeed(seed)
  R.init()
  R.add(seed)
  while R.hasNeighbor()
    p = R.getNextNeighbor()
    if pred(p, R)
      R.add(p)
```

Exemple de définition de  $pred(p, R)$  :  $\frac{|I(p) - \mu_R|}{\sigma_R} \leq T$

Variante adaptant le critère à la taille de la région :

$$\frac{w(|R|)}{T_1} \frac{|I(p) - \mu_R|}{\sigma_R} + \frac{(1 - w(|R|))}{T_2} \sigma_{R \cup p} \leq 1$$

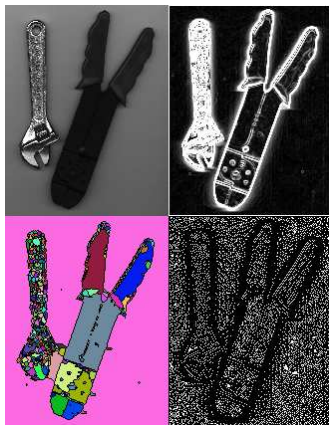


Autres : critère géométrique, compétition entre régions croissant en parallèle

# Ligne de partage des eaux

Idée

Détection des bassins d'écoulement sur l'image de la norme du gradient



# Ligne de partage des eaux

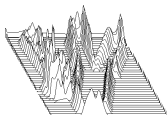
Exemple



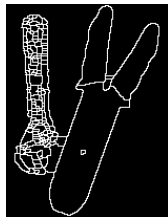
image



Norme gradient



carte d'élévation



bassins

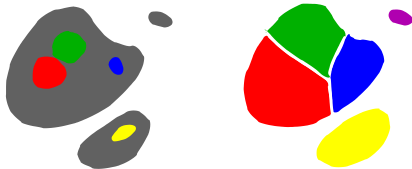
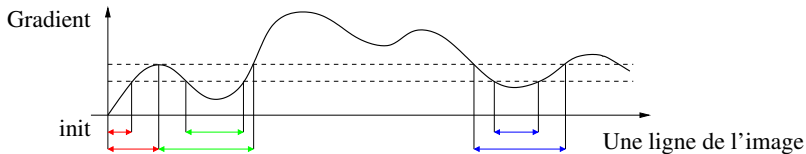
# Ligne de partage des eaux

Calcul par immersion

- germes : pixels de plus faible gradient
- étape  $i$  : niveau  $\nearrow \Rightarrow$  nouveaux pixels ( $p_i$ ) de gradient plus élevé

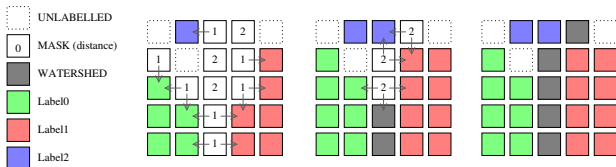
Si  $p_i$  touche un bassin existant, l'agréger à ce bassin

Sinon  $p_i$  est un nouveau germe (bassin)



# Ligne de partage des eaux

Algorithme [Vincent, Soille91]



- Trier les pixels par ordre croissant d'altitude
- Par groupe de pixels ( $p_i$ ) de même altitude
  - traiter les pixels par distance à un bassin existant
  - examiner le voisinage de chaque  $p_i$  pour l'étiqueter



- Si un  $p_i$  non étiqueté (nouveau bassin), affectation d'une nouvelle étiquette et propagation de cette étiquette à ses voisins non étiquetés

# Ligne de partage des eaux

Sensibilité au bruit

beaucoup de minima  $\Rightarrow$  beaucoup de petites régions (on peut lisser l'image de la norme du gradient pour limiter ce défaut).





# Ligne de partage des eaux

## Marqueurs

Des marqueurs donnés par un utilisateur permettent d'éviter la sur-segmentation.

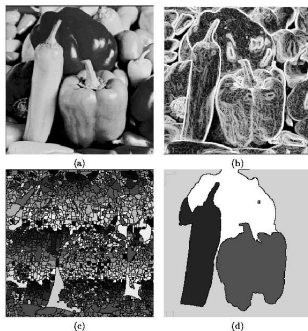


Figure 5.51: Watershed segmentation: (a) original; (b) gradient image,  $3 \times 3$  Sobel edge detection, histogram equalized; (c) raw watershed segmentation; (d) watershed segmentation using region markers to control oversegmentation. Courtesy W. Higgins, Penn State University.

# Ligne de partage des eaux

Dépendance vis-à-vis du détecteur de contours

Ligne de partage des eaux calculée sur l'image du Laplacien.

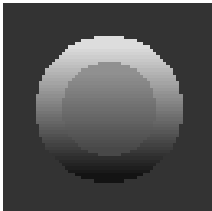


# Sommaire

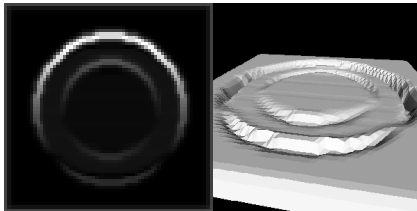
- 1 Introduction
- 2 La segmentation d'images : généralités
- 3 Segmentation : approches région
- 4 Segmentation : Approche frontière**
- 5 Autres approches de la segmentation

# Segmentation : approche frontière

## Recherche des contours à partir du gradient

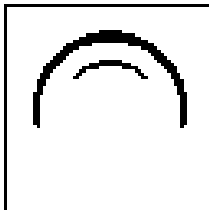


Image



Norme du gradient

Norme du gradient seuillée



## Gradient d'une image 2D

Niveau de gris de l'image au point  $(x, y)$  :  $I(x, y)$

**Gradient** :  $\nabla I(x, y) = (G_x, G_y) = \left( \frac{\partial I(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \right)$

**Module/Norme** du gradient :  $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$

**Orientation** du gradient :  $\theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$

Exemple de calcul simple : masques de Sobel

$y \downarrow \rightarrow x$

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

## Gradient d'une image 3D

Niveau de gris de l'image au point  $(x, y, z)$  :  $I(x, y, z)$

**Gradient** :

$$\nabla I(x, y, z) = (G_x, G_y, G_z) = \left( \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial z} \right)$$

**Module/Norme** du gradient :  $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}$

**Orientation** du gradient :  $\theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \phi = \arctan\left(\frac{G_x}{G_z}\right)$

Masque de Sobel pour le calcul de  $G_y$  (coupes suivant l'axe  $z$ )

$y \downarrow$

-1	-2	-1	-2	-4	-2	-1	-2	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	2	4	2	1	2	1

# Image des contours

Calcul du gradient en chaque point de l'image

- Filtres simples : **Prewitt**, **Sobel**
- Filtre de **Canny** :  $\frac{\partial I}{\partial x}$  calculé par convolution avec  $x \mapsto Axe^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$  (dérivée de Gaussienne). Similaire pour  $y$ .
- Filtre de **Deriche** :  $\frac{\partial I}{\partial x}$  calculé par convolution avec  $x \mapsto Axe^{-\alpha|x|}$ . Similaire pour  $y$ .
- Autres : filtre de **Shen-Castan**...

NB : très similaires en pratique, extensibles directement en 3D

# Image des contours

## Idée directrice

maximum local de gradient  $\Rightarrow$  présence d'un contour

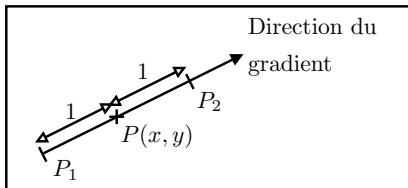
Méthode pour obtenir une image des contours :

- 1 estimation du gradient en chaque point de l'image
- 2 extraction des maxima locaux de la norme du gradient dans la direction du gradient
- 3 sélection des maxima locaux significatifs par seuillage
- 4 fermeture des contours en traçant les chemins suivant une ligne de crête dans l'image de la norme du gradient



# Image des contours

Extraction des maxima locaux de la norme du gradient



$Gr$  : norme du gradient en  $P$

$Gr_1$  : norme du gradient en  $P_1$

$Gr_2$  : norme du gradient en  $P_2$

Présence d'un maximum local :  $Gr > Gr_1$  et  $Gr > Gr_2$

Calcul de  $Gr_1$  et  $Gr_2$  par interpolation linéaire

# Image des contours

## Seuillage par hystérésis des maximums locaux

But : limiter la fragmentation des contours obtenus

**2 seuils** :  $S_h > S_b$

On garde :

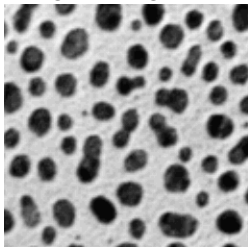
- les maximums locaux de valeur supérieure à  $S_h$
- les maximums locaux de valeur supérieure à  $S_b$  appartenant à une composante connexe de maxima locaux ( $\geq S_b$ ) contenant au moins une valeur  $\geq S_h$

Résultat : une image binaire (image des contours)

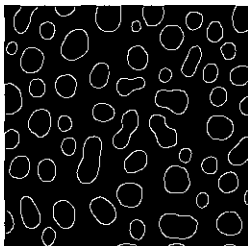
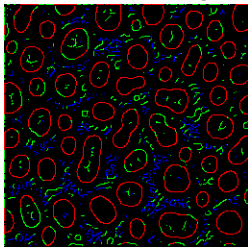
# Image des contours

Seuillage par hystérésis : exemple 1

Image à segmenter



Maxima locaux du gradient

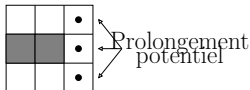


# Image des contours

## Fermeture des contours

Idée : **suivre une ligne de crête** dans l'image de la norme du gradient à partir de chaque extrémité de contour.

- 1 Repérer les points extrémité (énumération des configurations possibles)



- 2 Choix entre les points candidats : on explore tous les chemins possibles à partir de chaque point candidat. Le poids d'un chemin peut être défini comme la somme de la norme du gradient en chacun de ses points.

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 La segmentation d'images : généralités
- 3 Segmentation : approches région
- 4 Segmentation : Approche frontière
- 5 Autres approches de la segmentation**
  - Modèles déformables
  - Méthodes level-set
  - Formulations énergétiques de la segmentation

# 5 - Autres approches de la segmentation

**Modèles déformables**

Méthodes level-set

Formulations énergétiques de la segmentation

# Modèles déformables ; contours actifs

## Principe : approche variationnelle

- famille de formes possibles
- chaque forme a une énergie (un réel)
- recherche du minimum

$$E_{totale}(C) = E_{interne}(C) + E_{externe}(C)$$

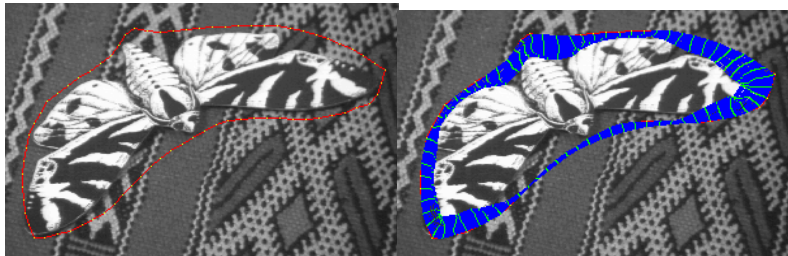
- **Energies externes** : recherche de contours dans une image, interaction avec l'utilisateur, ressemblance avec une forme prédéfinie, ...
- **Energies internes** : tension et torsion, facilitent l'extraction de régions dont le contour est flou ou fragmenté en **comblant** l'information manquante

Cadre très général : segmentation, stéréovision, suivi de formes dans les vidéos, ...

## Contours actifs : exemple 2D

### Contour actif ou **Snake** : optimisation itérative

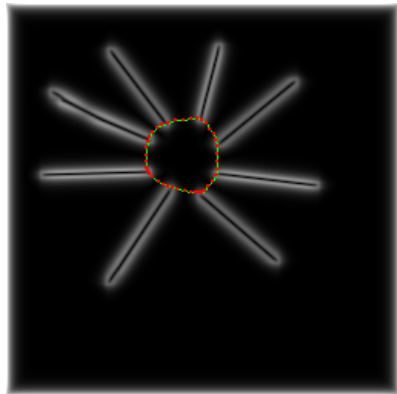
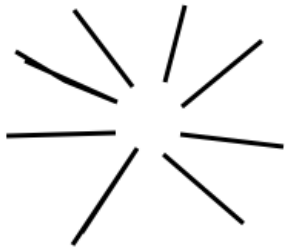
- initialisation : courbe assez proche du contour à extraire
- itérations : déformations du contour actif de façon à ce qu'il atteigne une position d'énergie minimum.



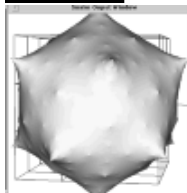
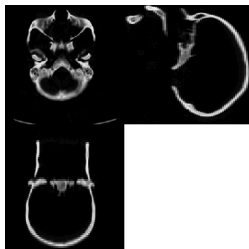


## Contours actifs : exemple 2D

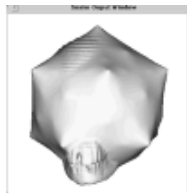
Extraction de formes “conceptuelles”



## Contours actifs : exemple 3D



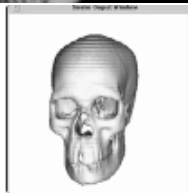
(a)



(b)



(c)



(d)

## Contours actifs : formalisation 2D

[Kass et al. 87]

Représentation paramétrique du contour actif :

$$C = \{v(s) = (x(s), y(s)); s \in [0, 1]\}$$

$$E_{interne}(C) = \int_0^1 \alpha \left| \frac{\partial v(s)}{\partial s} \right|^2 + \beta \left| \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \right|^2 ds$$

⇒ un contour actif a une énergie interne faible lorsque c'est une courbe "régulière" (ni trop étiré, ni trop tordu).

$$E_{image}(C) = \lambda \int_0^1 -|\nabla I(v(s))|^2 ds$$

⇒ un contour actif a une énergie image faible lorsque qu'il est positionné sur un contour de l'image.

Il reste à trouver le contour qui minimise leur somme.

## Surfaces actives : formalisation 3D [Terzopoulos et al. 91]

Représentation paramétrique de la surface active :

$$S = \{v(r, s) = (x(r, s), y(r, s), z(r, s)); (r, s) \in [0, 1]^2\}$$

$$E_{interne}(S) = \int_0^1 \int_0^1 \alpha_r \left| \frac{\partial v(r, s)}{\partial r} \right|^2 + \alpha_s \left| \frac{\partial v(r, s)}{\partial s} \right|^2 + \beta_{rs} \left| \frac{\partial^2 v(r, s)}{\partial s \partial r} \right|^2 + \beta_{rr} \left| \frac{\partial^2 v(r, s)}{\partial r^2} \right|^2 + \beta_{ss} \left| \frac{\partial^2 v(r, s)}{\partial s^2} \right|^2 dr ds$$

$$E_{image}(S) = \lambda \int_0^1 \int_0^1 -|\nabla I(v(r, s))|^2 dr ds$$

# Contours actifs : calcul de l'évolution

## 2D

1- **Discrétisation** du contour en  $N$  points :

$i = 0..N - 1$ ,  $X[i] = x(\frac{i}{N})$  ou  $X(ih)$  avec  $h = \frac{1}{N}$ .

$$X = \begin{bmatrix} \dots \\ x_i \\ \dots \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \dots \\ y_i \\ \dots \end{bmatrix}$$

2- Energie externe : **forces** dérivant des énergies

$$f_x(X, Y) = \begin{bmatrix} \dots \\ \frac{\partial |\nabla I|^2}{\partial x}(x_i, y_i) \\ \dots \end{bmatrix} \quad f_y(X, Y) = \begin{bmatrix} \dots \\ \frac{\partial |\nabla I|^2}{\partial y}(x_i, y_i) \\ \dots \end{bmatrix}$$

# Contours actifs : calcul de l'évolution

## 2D

Minimiser l'énergie est équivalent à résoudre (Euler-Lagrange) :

$$-\alpha x''(s) + \beta x^{(4)}(s) = \frac{\partial |\nabla I(v)|^2}{\partial x}$$

$$-\alpha y''(s) + \beta y^{(4)}(s) = \frac{\partial |\nabla I(v)|^2}{\partial y}$$

2- Discrétisation par différences finies :

$$AX = f_x(X, Y)$$

$$AY = f_y(X, Y)$$

$$A = \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} 6\frac{\beta}{h^2} + 2\alpha & -4\frac{\beta}{h^2} - \alpha & \frac{\beta}{h^2} & 0 & \dots \\ -4\frac{\beta}{h^2} - \alpha & 6\frac{\beta}{h^2} + 2\alpha & -4\frac{\beta}{h^2} - \alpha & \ddots & \ddots \\ \frac{\beta}{h^2} & -4\frac{\beta}{h^2} - \alpha & 6\frac{\beta}{h^2} + 2\alpha & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \cdot$$

# Contours actifs : calcul de l'évolution 2D

3- **Résolution itérative** : calcul des positions successives du contour

Le paramètre  $\gamma$  est l'inverse du pas de temps, mais peut être interprété comme un coefficient de frottement.

A partir d'une position initiale  $(X_0, Y_0)$ . On itère :

$$\begin{aligned} X_t &= (A + \gamma I)^{-1} (\gamma X_{t-1} + f_x(X_{t-1}, Y_{t-1})) \\ Y_t &= (A + \gamma I)^{-1} (\gamma Y_{t-1} + f_y(X_{t-1}, Y_{t-1})) \end{aligned}$$

Le contour **se déforme** progressivement jusqu'à atteindre un minimum local de l'énergie.

## 5 - Autres approches de la segmentation

Modèles déformables

**Méthodes level-set**

Formulations énergétiques de la segmentation



# Méthodes *level-set* : milieu évolutif

Contour déformable → Milieu déformable

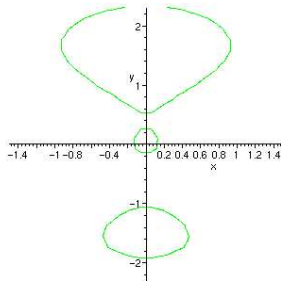
- **Propagation de fronts** ou approche **level-set**
- **Provenance.** En physique, modélisation de l'évolution des interfaces entre milieux. Ex : feux de prairie
- **Modèle.** Evolution de l'interface déduite de l'évolution du milieu tout entier [Osher et Séthian 88].  
⇒ interface = isopotentielle dans un champ potentiel.
- **Segmentation.** [Malladi *et al.* 93], [Caselles *et al.* 93]
- **Objectif.** éviter les problèmes topologiques, extension  $nD$  naturelle
- **Difficultés.** Traduire l'adéquation modèle/image

## Milieu évolutif : une hyper-surface en mouvement (I)

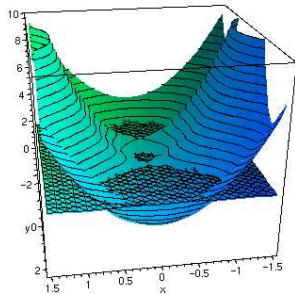
- modéliser l'évolution d'une courbe  $C(t)$  dans le plan
- soit  $f(t, \mathbf{x}) : [0, \infty[ \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction scalaire du plan, telle que  $f(t, \mathbf{x}) = \pm d$ , avec  $d$  distance de  $\mathbf{x}$  à  $C(t)$ .
  - ⇒  $f$  est une sorte de carte de distance signée à  $C(t)$ .
- $S(t) = \{(\mathbf{x}, f(t, \mathbf{x}))\}$  est une (hyper-)surface de  $\mathbb{R}^3$   
 $f(t, \cdot)$  est la carte d'élévation au temps  $t$ .
- Si on coupe  $S(t)$  par le plan  $z = 0$ , alors on obtient  $C(t)$ .

# Milieu évolutif : une hyper-surface en mouvement (II)

- $C(t) =$  niveau 0 de la surface  $S(t)$



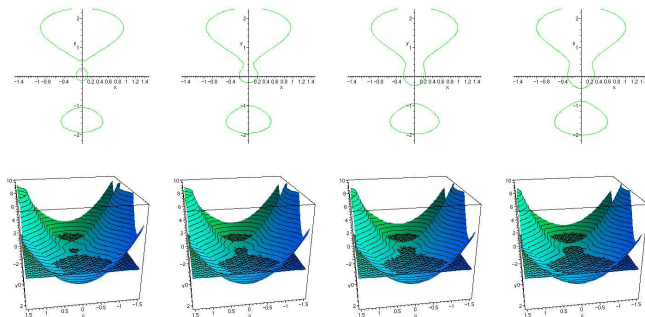
$C(t)$



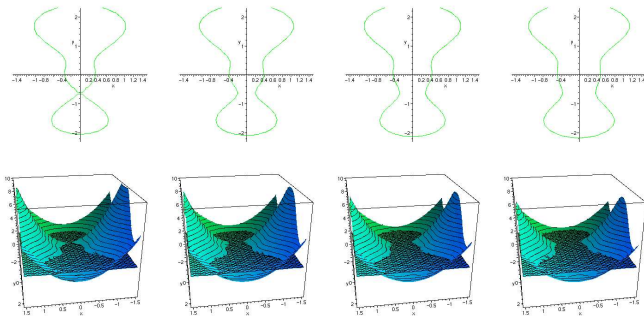
$S(t)$

# Milieu évolutif : une hyper-surface en mouvement (III)

- L'hyper-surface  $S(t)$  ne change *jamais* de topologie,  $C(t)$  peut changer de topologie.

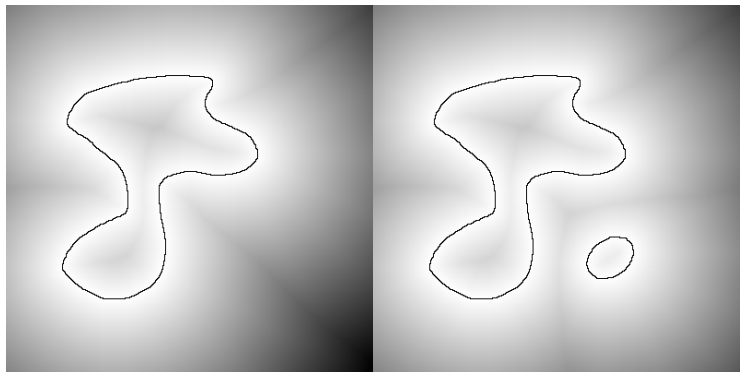


# Milieu évolutif : une hyper-surface en mouvement (IV)



⇒ Déformer  $S$  (i.e.  $f$ ) plutôt que  $C$ .

## hyper-surface = carte de distance au contour



- $f(t, \mathbf{x})$  : altitude en tout point  $\mathbf{x}$  en fonction du temps  $t$   
= distance signée au contour  $C(t)$
- on va trouver un processus où :  
évolution de  $C \Leftrightarrow$  évolution de  $f$

# Évolution : idée générale

- le front se gonfle ou se dégonfle suivant sa normale.
  - l'hyper-surface  $S(t)$  se propage similairement au front  $C(t)$ .
    - ⇒ chaque niveau de la fonction  $f$  se déplace similairement au niveau 0 ( $C(t)$ ).
  - le front  $C(t)$  a tendance à combler les trous
    - ⇒ le front va plus vite lorsque sa courbure est très négative
    - ⇒ lissage du front
  - le front est ralenti s'il passe sur des forts contours de l'image
- ⇒ vitesse du front = composition de la courbure locale et des contours image locaux.

## Équation d'évolution

$$\frac{\partial C}{\partial t} = A(t)\mathbf{n}(t) \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial t}|_{\mathbf{x}(t)} = - \underbrace{A(t)}_{\hat{A}|_{\mathbf{x}(t)}} |\nabla f|_{\mathbf{x}(t)}$$

- Soit  $\mathbf{x}(t)$  un point du front/contour se propageant à vitesse  $A(t)$ .
- propagation selon la normale au front  $\mathbf{n}(t)$ .
- On a  $\forall t, f(t, \mathbf{x}(t)) = 0$  (le point reste sur le front).
- En différentiant :  $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{x}' \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$
- Or  $\mathbf{x}'(t) = A(t)\mathbf{n}(t)$  et  $\nabla f$  aligné avec  $\mathbf{n}$  au point  $\mathbf{x}(t)$ .
- D'où  $\frac{df}{dt} = 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + A|\nabla f|$  en tout point  $\mathbf{x}(t)$ .
- Equation valable sur tout le **contour**  $C(t)$ .

$$\frac{\partial f}{\partial t}|_{\mathbf{x}(t)} = -A(t)|\nabla f|_{\mathbf{x}(t)}$$



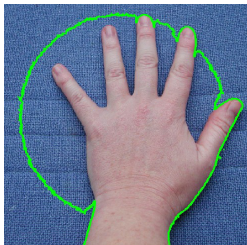
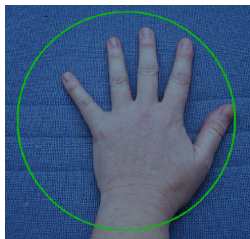
# Résolution

- $A$  supposé connu sur tout le contour (cf. après).
- Résolution par **différences finies**
  - grille régulière, de nœuds  $ij$  séparés par une distance  $h$ .
  - $f_{ij}^n$  approche la solution  $f(n\Delta t, ih, jh)$ ,  $\Delta t$  pas de temps.
  - On peut écrire :  $\frac{f_{ij}^{n+1} - f_{ij}^n}{\Delta t} = -\hat{A}_{ij} \left| \nabla_{ij} f_{ij}^n \right|$ .
  - $\nabla_{ij}$  : opérateur gradient discret
- La fonction de distance  $f$  doit être fréquemment réinitialisée (extraction de la position de la courbe et recalcul des distances).

## Vitesse du front

- $A(\mathbf{x}) = -g(\mathbf{x})(A_0 + A_1\kappa(\mathbf{x}))$ 
  - $A_0$  : inflation constante (pour propager le front dans le milieu)
  - $A_1\kappa(\mathbf{x})$  : élimine les lieux de forte courbure.  
On a :  $\kappa(\mathbf{x}) = \operatorname{div} \frac{\nabla f(\mathbf{x})}{|\nabla f(\mathbf{x})|} = \frac{f_{xx}f_y^2 - 2f_x f_y f_{xy} + f_{yy}f_x^2}{(f_x^2 + f_y^2)^{\frac{3}{2}}}$
  - $g(\mathbf{x})$  : frein basé sur les contours image.  
Exemples :  $g(\mathbf{x}) = \frac{1}{1+|\nabla I|^2}$ ,  $g(\mathbf{x}) = \frac{1}{1+|\nabla G_{\sigma} \star I|^2}$

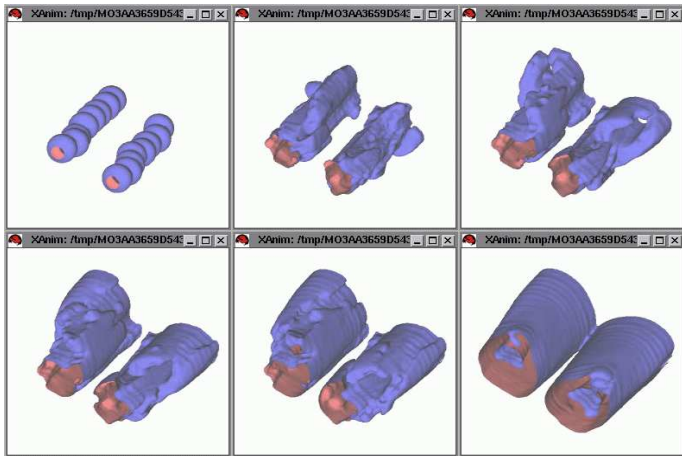
## Exemple : segmentation 2D



images de D Lingrand (<http://www.polytech.unice.fr/lingrand>)

## Exemple : segmentation 3D

- Segmentation des cuisses sur IRM (Malladi, Sethian)



# Synthèse des approches level-set

- Modèle représenté implicitement
- Changements de topologie naturels
- Lien avec les modèles déformables classiques
  - lissage + recherche contour
  - cf [Whitaker 94] qui déforme l'espace avec une minimisation d'énergie sur l'interface.
- intéressant pour la 3D.
- de nombreuses variantes.

# Problèmes et limites

- Résolution numérique coûteuse (distance de tout l'espace à l'interface)
  - ⇒ fenêtre de résolution
  - ⇒ ou approximation polygonale
- Inflation constante ou déflation constante
- Arrêt du modèle non déterminé
- Difficile de rajouter de nouvelles contraintes (e.g., interaction utilisateur, autres attracteurs)

## 5 - Autres approches de la segmentation

Modèles déformables

Méthodes level-set

Formulations énergétiques de la segmentation

# Segmentation par minimisation

Segmentation = minimisation d'une énergie

On cherche  $(R_i)$ , partition de  $X$ , qui minimise l'énergie

$$E(\cup R_i) = \sum_i \underbrace{E_{\text{intra}}(R_i)}_{\searrow \text{avec homogénéité}} + \sum_{i,j/R_i \text{ adj. } R_j} \underbrace{E_{\text{inter}}(R_i, R_j)}_{\searrow \text{avec hétérogénéité}} \quad (1)$$

- Problème de la segmentation comme maximisant homogénéité intra et hétérogénéité inter-régions est **mal posé**.
- ⇒ **Régularisation** du problème par addition d'autres contraintes (cf. *snakes*) : longueur des contours entre régions, courbures le long des contours, etc.



## Modèle de Mumford-Shah [89] (1/2)

- **Idée** : approcher l'image  $I$  par une fonction  $u$  "lisse".

$$E(u, \Gamma) = \underbrace{\mu^2 \iint_R (u - I)^2}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\iint_{R-\Gamma} \|\nabla u\|^2 + \nu |\Gamma|}_{\text{régularisation}}. \quad (2)$$

- $R$  : régions,  $\Gamma$  : contours entre régions.
- $\mu, \nu$  règlent l'influence des termes.
- Simplification :  $u$  est constante par morceaux.

$$E(u, \Gamma) = \sum_i \mu^2 \sum_{R_i} (\underbrace{u}_{=\mu_i} - I)^2 + \nu |\Gamma| \quad (3)$$

## Modèle de Mumford-Shah [89] (2/2)

- Difficile de trouver le meilleur contour  $\Gamma$ .
- Beaucoup d'approches heuristiques. Exemples :
  - par division-fusion dans des quadrees [*Ackahmiezán93*]
  - par méthode level-set [*Chan01*]

# Segmentation dans un graphe

- Domaine de l'image vu comme un graphe  $(V, A)$ , en général la grille
- **segmentation** = étiquetage des sommets en **minimisant** un critère local  $E$
- $E$  = somme d'énergies sur les sommets et sur les arêtes

$$E(\lambda) = \underbrace{\sum_{p \in V} U_p(\lambda_p)}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\sum_{\{p,q\} \in A} U_{p,q}(\lambda_p, \lambda_q)}_{\text{régularisation}}. \quad (4)$$

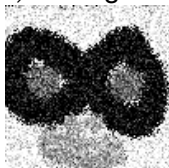
- avec  $\lambda$  étiquetage des sommets de  $V$ .

# Exemples d'énergies I

- Binarisation d'images : 2 étiquettes (0 et 255) et

$$U_p(\lambda_p) = |I(p) - \lambda_p|$$
$$U_{p,q}(\lambda_p, \lambda_q) = \begin{cases} -\beta & \text{si } \lambda_p = \lambda_q \\ \beta & \text{sinon} \end{cases}$$

$\beta \nearrow$  = régularisation augmente



$\beta = 0$



$\beta = 5$



$\beta = 50$

## Exemples d'énergies II

- Découpage en  $k$  classes connues  $(\mu_i, \sigma_i)$

$$U_p(\lambda_p) = \frac{(I(p) - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}$$

$$\begin{aligned} U_{p,q}(\lambda_p, \lambda_q) &= -\beta \text{ si } \lambda_p = \lambda_q \\ &= \beta \text{ sinon} \end{aligned}$$

Exemple : 3 classes,  $(\mu_i, \sigma_i) = ((0, 20), (160, 8), (250, 10))$



$\beta = 0$

$\beta = 3$

$\beta = 30$

# Application

- Domaine d'utilisation vaste : binarisation, segmentation, restauration, suivi vidéo, etc.
- Générique : graphes non limités aux grilles d'adjacence de pixels, valables pour des graphes quelconques
- Souple : les énergies traduisent de manière intuitive un problème à résoudre
- **Mais** : cette généralité rend le réglage des énergies et paramètres très difficile pour une application donnée

# Optimisation de l'énergie

- Difficile de trouver le minimum de  $E(\lambda)$
- **Heuristiques** : par exemple coupes dans les graphes *[Boykov01]* (graph cut)
- **Approches stochastiques** et lien avec les champs de Markov : algorithmes qui extraient le minimum global (théoriquement)