Représentation en virgule flottante (IEEE 754)

C'est une façon de représenter un sous ensemble des rationnels

Le nombre est divisé en mantisse est exposant les deux de taille fixe

La norme IEEE 754 définie 3 formats dont deux externes et un interne

Les format internes sont : simple précision (32 bits) et double précision (64 bits)

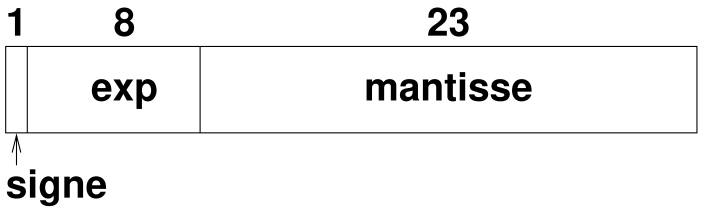
Le format interne est utilisé à l'intérieur du processeur de calcul.
La précision de ce format est de 80 bits (format étendue)

La multiplication étant plus fréquente que l'addition, on n'utilise pas
la représentation de complément à 2, mais signe+valeur absolue pour la mantisse

Pour l'exposant on utilise une représentation similaire au complément à 2
appelée excédant 127 (simple précision) et excédant 1023 (double précision)

IEEE 754

Simple précision:



Double précision:

Le nombre représenté est $s * m * 2^{e}$

Représentation de la mantisse (IEEE 754)
(représentation normalisée)

La valeur représentée est toujours supérieure ou égale à zéro

De plus, la valeur est toujours normalisée (1 <= v < 2). C'est toujours possible, car on peut toujours ajuster l'exposant

La valeur représentée s'écrit donc : 1,...

Puisque le premier chiffre est toujours 1, on ne le représente pas (il est implicite dans la représentation)

En simple présicion, la représentation 00000000000000000000000 indique donc la valeur 1, la représentation 10000000000000000000000 indique la valeur 1,5, etc.

Représentation de l’exposant (IEEE 754) (représentation normalisée)

L’opération la plus fréquente est l’addition/soustraction

Mais on n’utilise pas le complément à 2

Pour la simple précition, on utilise une représentation "excédent 127"

Dans cette représentation la représentation est le nombre (positif) obtenu en additionnant 127 à la mantisse.

De plus, les représentations 00000000 et 11111111 sont particulières

La représentation 00000001 indique donc un exposant de 1 – 127 = –126

La représentation 11111110 indique un exposant de 254 – 127 = 127

Le plus petit nombre représentable est donc $1 * 2^{-126}$

Le plus grand nombre représentable est $1{,}11111111111111111111111 * 2^{127}$

La double précision est similaire

IEEE 754
(représentation non normalisée)

Il y a quatre représentations non nomalisées:

Représentation dénormalisée

Représentation de zéro

Représentation de l'infini

NaN (Not a Number)

IEEE 754
(représentation dénormalisée)

Cette représentation le champ pour l’exposant est 00000000 (simple précision)
ce qui signifie un exposant de –127

La valeur de la mantisse est 0 < v < 1 avec tous les bits représentés.

Le plus grand nombre dénormalisé est donc $0.11111111111111111111111 * 2^{-127}$
soit presque 2^{-127}

Le plus petit nombre dénormalisé est $0,00000000000000000000001 * 2^{-127}$
soit 2^{-150}

IEEE 754
(représentation de zéro)

La valeur zéro est représentée par un champ de mantisse de 00000000 et un champ exposant de 00000000000000000000000

C’est l’extension logique de la représentation dénormalisée

Il y a deux représentations pour zéro, dont une positive et une négative selon la valeur du champ signe.

IEEE 754
(représentation de l’infini)

Le champ exposant est 11111111 et le champ mantisse est 00000000000000000000000

Cette valeur est générée par des opérations arithmétiques dont le résultat dépasse ce qui est représentable de façon normalisée

Cette valeur est aussi acceptable en tant que opérande des opérations arithmétiques

IEEE 754
(NaN, Not a Number)

Certains opérations, par exemple la division de l'infini par l'infini, donne un résultat indéfini, dont la représentation contient le champ exposant 11111111 et n'importe quelle configuration de bits sauf 00000000000000000000000 du champs mantisse.

Arithmétique en virgule flottante

Pour l'addition et la soustraction, il faut d'abord ajuster l'exposant du plus petit des deux opérandes pour que les deux exposants soit identiques

Il suffit alors de décaler la mantisse du plus petit nombre à droite (right shift) (y compris le bit implicit) et d'incrémenter son exposant

Si les exposants sont très différents, on risque de perdre des bits significatifs du plus petit nombre

Pour la soustraction, si les deux nombres diffèrent de peu, il peut y avoir une perte considérable de bits significatifs du résultat

Pour la multiplication, il suffit de multiplier les mantisses et d'additionner les exposants. Si l'on utilise un additionneur normal, il faut soustraire 127 du résultat pour obtenir la bonne représentation de l'exposant. Il faut aussi éventuellement normaliser le résultat, car la mantisse du résultat peut être supérieure ou égale à 2

Pour la division, il faut diviser les mantisses et soustraire les exposants

Circuits pour l’arithmétique binaire
(addition et soustraction)

L’utilisation de la méthode générale pour la construction d’un circuit combinatoire n’est pas possible

Même avec minimisation, un circuit à deux niveaux peut avoir trop de portes (selon le nombre de bits de la représentation)

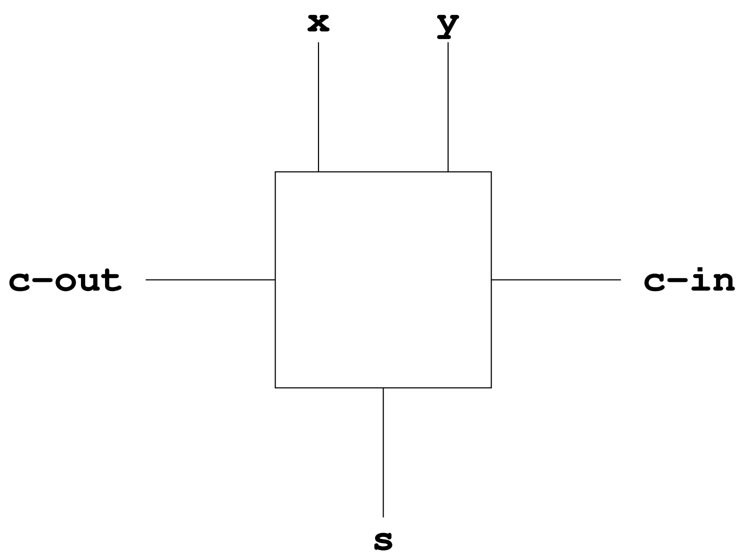
On utilise un circuit combinatoire itératif.

C’est la répétition d’un circuit combinatoire normal

Pour l’addition est soustraction, on peut commencer par un circuit combinatoire normal pour chaque bit significatif des opérandes

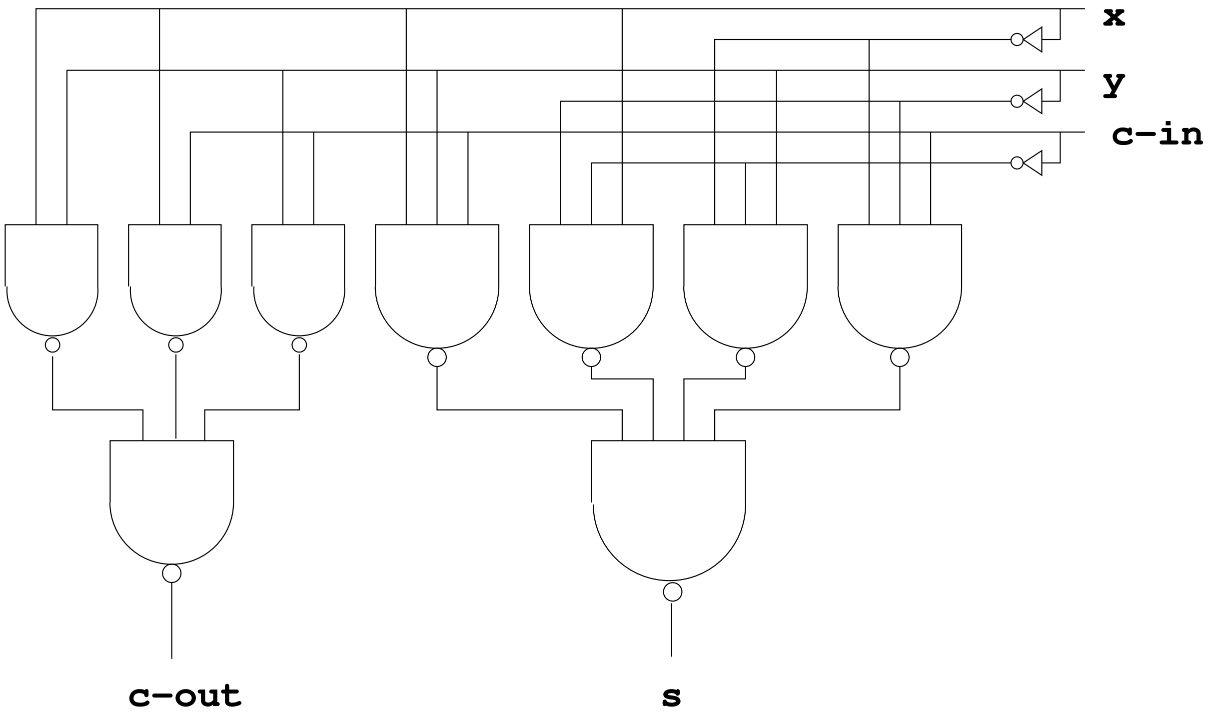
Puis, on répète ce circuit autant de fois que le nombre de bits

Additionneur (1 bit)



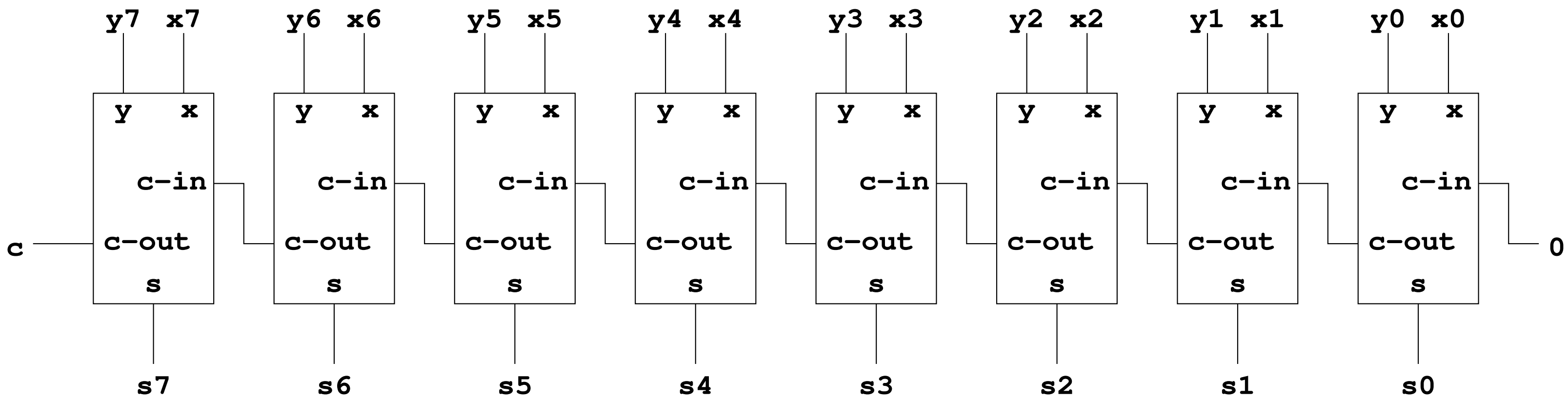
x	y	c-in	s	c-out
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Additionneur, circuit



Additionneur à n bits
(exemple n = 8)

Il suffit maintenant de répéter le circuits n fois comme ceci:



Analyse du circuit d'addition

La profondeur (et donc le délai de calcul de la sortie) est proportionnelle au nombre de bits sigificatifs

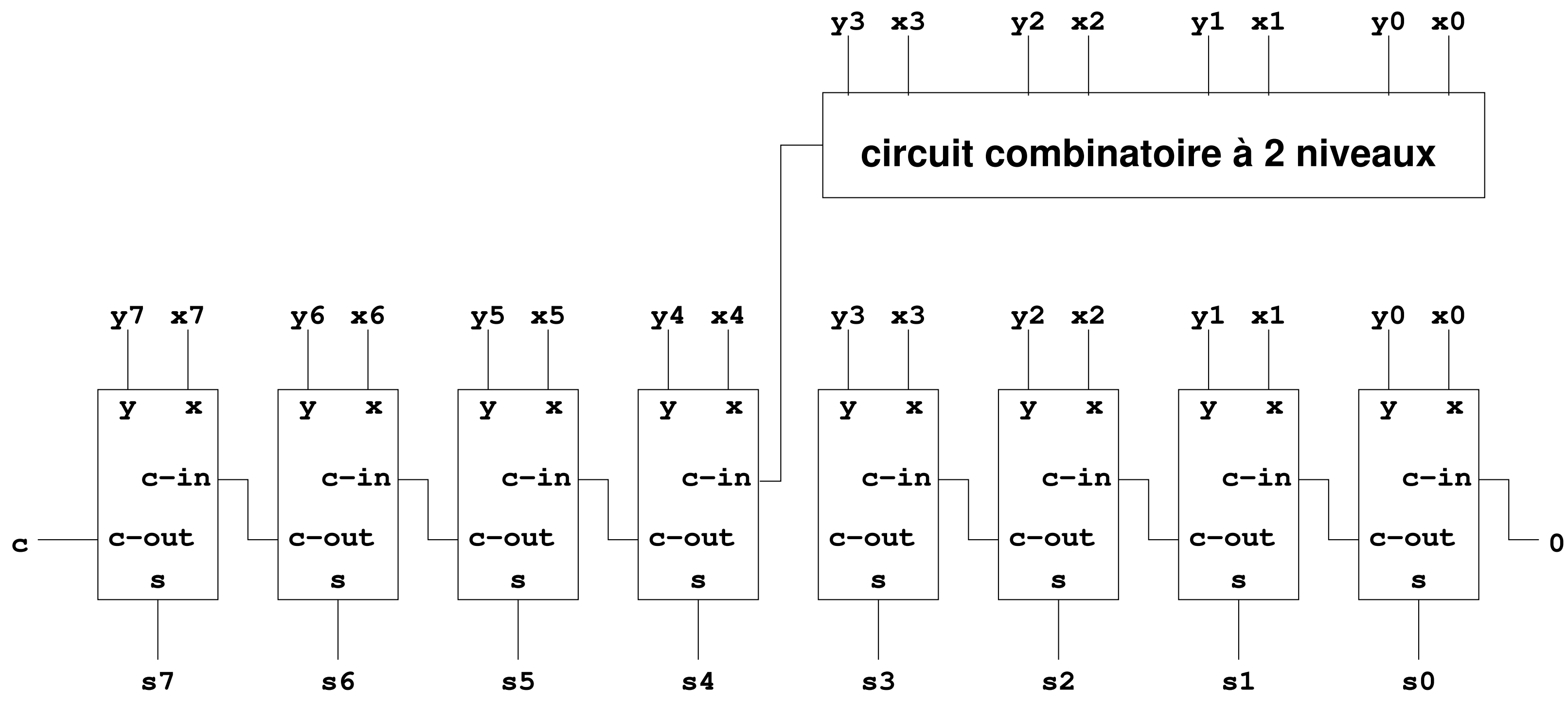
Le nombre de portes est proportionnel au nombre de bits sigificatifs

Pour diminuer la profondeur, on peut imaginer plusieurs solutions intermédiaires :

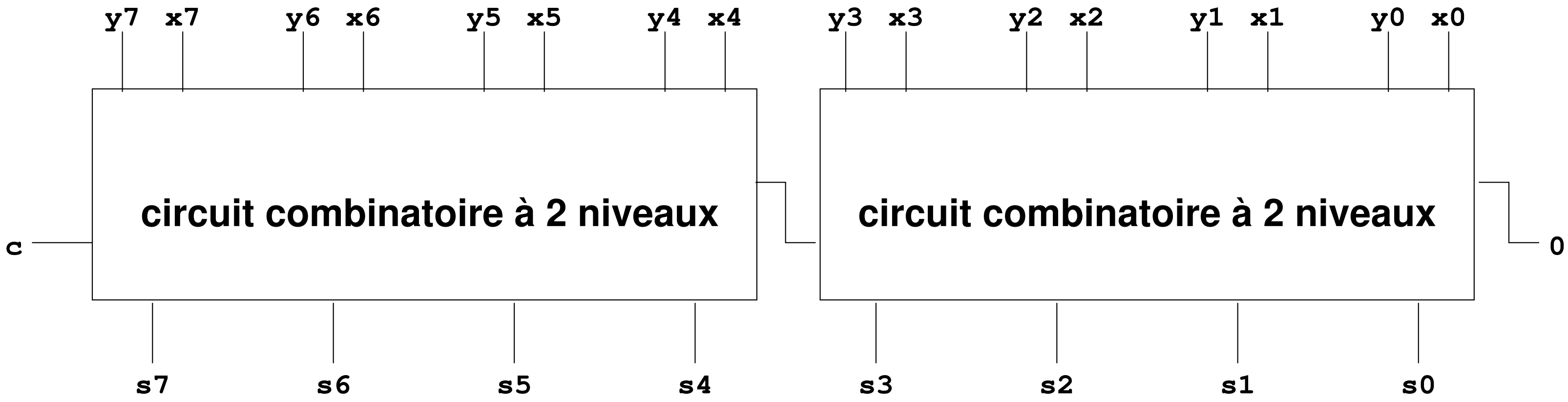
> **Circuits pour l'accélération du calcul de la retenue**
>
> **Circuits d'addition de plusieurs bits à la fois (par exemple 4)**

Accélération du calcul de la retenue

Idéee de base:



Addition de plusieurs bits à la fois



Addition et soustraction

Pour calculer x − y, on calcule x + (−y).

En représentation en complément à 2, on peut calculer −y comme $\overline{y}$ + 1

On peut donc calculer x + ($\overline{y}$ + 1) = (x + $\overline{y}$) + 1

Le calcul de l'inverse de y se fait avec des portes de type "ou−exclusif"

L'addition de 1 se fait avec l'entrée c−in