

1. maximiser  $1000x_1 + 700x_2 + 400x_3 + 200x_4$   
 sous les contraintes (1)  $x_1 \geq 0$  (2)  $x_2 \geq 0$  (3)  $x_3 \geq 0$  (4)  $x_4 \geq 0$  (5)  $x_1 \leq 40$   
 (6)  $1.5x_1 + 1.5x_2 + 1.5x_3 + 1.5x_4 \leq 420$  (7)  $1.5x_1 + 0.75x_2 + 0.375x_3 \leq 120$
2. Oui réalisable; oui, de base (intersections des 4 équations correspondant aux contraintes (1), (2), (3) et (4)).
3. Oui réalisable; oui, de base (intersections des 4 équations correspondant aux contraintes (3), (5), (6) et (7)).
4. (Les lettres A à M montrent les solutions de base réalisables)

A	Equations 1, 2, 3 et 4: $\mathbf{x} = [0, 0, 0, 0]$ $z = 0$
B	Equations 1, 2, 3 et 6: $\mathbf{x} = [0, 0, 0, 280]$ $z = 56000$
C	Equations 1, 2, 4 et 6: $\mathbf{x} = [0, 0, 280, 0]$ $z = 112000$
	Equations 1, 2, 4 et 7: $\mathbf{x} = [0, 0, 320, 0]$ non-réalisable
	Equations 1, 2, 6 et 7: $\mathbf{x} = [0, 0, 320, -40]$ non-réalisable
	Equations 1, 3, 4 et 6: $\mathbf{x} = [0, 280, 0, 0]$ non-réalisable
D	Equations 1, 3, 4 et 7: $\mathbf{x} = [0, 160, 0, 0]$ $z = 112000$
E	Equations 1, 3, 6 et 7: $\mathbf{x} = [0, 160, 0, 120]$ $z = 136000$
F	Equations 1, 4, 6 et 7: $\mathbf{x} = [0, 40, 240, 0]$ $z = 124000$
G	Equations 2, 3, 4 et 5: $\mathbf{x} = [40, 0, 0, 0]$ $z = 40000$
	Equations 2, 3, 4 et 6: $\mathbf{x} = [280, 0, 0, 0]$ non-réalisable
	Equations 2, 3, 4 et 7: $\mathbf{x} = [80, 0, 0, 0]$ non-réalisable
H	Equations 2, 3, 5 et 6: $\mathbf{x} = [40, 0, 0, 240]$ $z = 88000$
	Equations 2, 3, 6 et 7: $\mathbf{x} = [80, 0, 0, 200]$ non-réalisable
	Equations 2, 4, 5 et 6: $\mathbf{x} = [40, 0, 240, 0]$ non-réalisable
I	Equations 2, 4, 5 et 7: $\mathbf{x} = [40, 0, 160, 0]$ $z = 104000$
J	Equations 2, 4, 6 et 7: $\mathbf{x} = [13.33, 0, 266.66, 0]$ $z = 120000$
K	Equations 2, 5, 6 et 7: $\mathbf{x} = [40, 0, 160, 80]$ $z = 120000$
	Equations 3, 4, 5 et 6: $\mathbf{x} = [40, 240, 0, 0]$ non-réalisable
L	Equations 3, 4, 5 et 7: $\mathbf{x} = [40, 80, 0, 0]$ $z = 116000$
	Equations 3, 4, 6 et 7: $\mathbf{x} = [-120, 400, 0, 0]$ non-réalisable
M	Equations 3, 5, 6 et 7: $\mathbf{x} = [40, 80, 0, 160]$ $z = 128000$
	Equations 4, 5, 6 et 7: $\mathbf{x} = [40, -80, 320, 0]$ non-réalisable

5.

- les sommets: A à M.
- les arêtes:  
 (Par exemple les sommets A et B ont les équations 1, 2 et 3 en commun ; donc la droite définie par ces trois équations passe par ces deux points et doit être une arête du polytope.)  
 A-B, A-C, A-D, A-G, B-C, B-E, B-H, C-F, C-J, D-E, D-F, D-L, E-F, E-M, F-J, G-H, G-I, G-L, H-K, H-M, I-J, I-K, I-L, J-K, K-M, L-M.

- les faces:  
Une partie d'un plan (donc des sommets avec deux équations en commun)  
entourée par un cycle des arêtes

par exemple : la partie du plan défini par les équations 1 et 2, délimitée par ABC

1 et 3	ABED
1 et 4	ACFD
1 et 6	BCFE
1 et 7	DEF
2 et 3	ABHG
2 et 4	ACJIG
2 et 5	GHKI
2 et 6	HKJCB
2 et 7	IJK
3 et 4	ADLG
3 et 5	GHML
3 et 6	BHME
3 et 7	DEML
4 et 5	GIL
4 et 6	CFJ
4 et 7	DFJIL
5 et 6	HMK
5 et 7	IKML
6 et 7	EFJKM

- les hyperfaces:  
La partie de l'espace défini par l'équation 1, délimitée par les faces ABED,  
ACFD, BCFE et DEF.  
et ainsi de suite.