

**MIAGE**  
**Master 1:**  
**Recherche Opérationnelle I**  
**TD(3): le 14/10/2009**

1. Dans les jeux des dés expliquer pourquoi les stratégies ignorées (celles qui misent 5 sur la plus grande valeur du dé) sont forcément dominées (par quelle autre stratégie?)

**Réponse**

Mettons  $f$  pour le nombre de faces du dé (numérotées  $1 \cdots f$ ). Une stratégie  $X$  qui mise  $m_1, m_2, \cdots, m_{f-1}$  sur des dés de valeur  $1, 2, \cdots, f-1$  et 5 sur  $f$  est forcément dominée par la stratégie  $Y$  qui mise  $m_1, m_2, \cdots, m_{f-1}$  sur des dés de valeur  $1, 2, \cdots, f-1$  et 20 sur  $f$ .

**Preuve**

On considère une stratégie  $Z$ ; il faut démontrer que  $Y$  contre  $Z$  gagne plus que  $X$  contre  $Z$ . Le gain dépend des deux dés, mettons  $d_1$  pour le dé du premier joueur (jouant  $X$  ou  $Y$ ) et  $d_2$  pour celui de l'autre (jouant  $Z$ ).

- Si  $d_1 < f$ ;  $X$  et  $Y$  mise la même somme; leurs gains sont identiques.
  - Si  $d_1 = f$  et  $d_2 < f$ ;
    - Si  $Z$  mise 5;  $X$  gagne 5 (même mise et meilleur dé) et  $Y$  aussi gagne 5 (mise de 20); gains identiques.
    - Si  $Z$  mise 20;  $X$  perd 5 et  $Y$  gagne 20 (même mise et meilleur dé).
- $Y$  gagne au moins la même somme que  $X$ .
- Si  $d_1 = f$  et  $d_2 = f$ ;
    - Si  $Z$  mise 5;  $X$  gagne 0 mais  $Y$  gagne 5.
    - Si  $Z$  mise 20;  $X$  perd 5 mais  $Y$  gagne 0.

Le gain de  $Y$  est toujours strictement supérieur à celui de  $X$ .

Il n'y a pas de cas où  $Y$  fait pire que  $X$  et au moins un cas où  $Y$  fait mieux. Donc, en moyenne, le gain de  $Y$  est strictement supérieur à celui de  $X$ . CQFD