

# MIAGe

## Master 1:

### Recherche Opérationnelle I

#### TD1: le 9/9/2009

1. Dans la chaîne de Markov, dont la matrice de probabilités de transitions est donnée, quelles sont les classes de passage et les classes finales ?

(Numérotez les états à partir de 1.)

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.6 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 \\ 0.3 & 0.0 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.9 \end{pmatrix}$$

2. Dans cette chaîne il y a une seule classe finale et cette classe est périodique. Quelle est sa période  $\lambda$  et quelles sont les sous-classes ?

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.0 & 0.0 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.4 & 0.3 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.7 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

3. On considère la chaîne de la compagnie de livraison décrite dans le cours:

- (a) Compléter la matrice de probabilités de transition:

$$\begin{pmatrix} a_0 & a_1 & ? & ? & ? \\ a_0(b_1 + b_2 + b_3 + b_4) & a_0b_0 + a_1(b_1 + b_2 + b_3 + b_4) & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? \end{pmatrix}$$

- (b) Vérifier que la somme de chaque ligne est égale à 1.

(c) **À faire si vous avez fini les exercices précédents**

Calculer les valeurs numériques de la matrice si  
 $a_0 = 0.1, a_1 = 0.2, a_2 = 0.3, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1$   
 $b_0 = 0.1, b_1 = 0.1, b_2 = 0.4, b_3 = 0.2, b_4 = 0.2$

(d) Quelle est la probabilité de changer de l'état 2 à l'état 3 en deux transitions ?

(Ici je numérote les états selon le nombre de camions à Bordeaux, c'est-à-dire de 0 à 4.)

### **And for the Stakhanovites**

(e) Ecrire un programme pour calculer  $P^{(2)}$

(f) Modifier votre programme afin de calculer  $P^{(128)}$

(g) Que remarquez-vous dans la matrice  $P^{(128)}$  ?