



**1** [7 points]

i. Dans la chaîne de Markov dont la matrice de probabilités de transition est donnée (les + marquent les éléments positifs), donner

- (a) une classe finale périodique
- (b) une classe finale apériodique
- (c) une classe de passage périodique
- (d) une classe de passage apériodique

$$\begin{matrix} & a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccccccccc} \cdot & \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot \\ \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot \\ \cdot & + \\ \cdot & + & \cdot & + & \cdot \\ \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & + & + & \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ + & + & \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & + & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & + & \cdot \end{array} \right) \end{matrix}$$

ii. Dans la chaîne :

$$\left( \begin{array}{cccccc} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0.3 \end{array} \right)$$

il y a une seule classe finale et cette classe est apériodique ; donner un système d'équations permettant de calculer la distribution limite de cette classe (vous n'êtes pas obligé de résoudre les équations.)

- 2 [5 points] On doit maximiser les profits d'une entreprise pour l'année 2006 en choisissant la bonne politique de publicité.

Au début de chaque mois on a la possibilité de lancer ou non une campagne de publicité à un cout de  $K$  ; une étude a trouvé qu'une campagne de publicité va incrémenter le nombre de clients (maximum 1000) mais que ce nombre va diminuer sans campagne ; plus concrètement cette étude a fourni deux tableaux qui donnent le nombre de clients dans le mois en fonction du nombre dans le mois précédent (tableaux *PUB* et *AUCUNE\_PUB* pour les deux cas.) Un client pendant un mois apporte à l'entreprise une bénéfice de *client*. A la fin de 2005 le nombre de clients sera  $c_{2005}$ .

Expliquez comment la programmation dynamique peut aider à décider la bonne politique de publicité.

- 3 [8 points] Pour le programme linéaire

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \leq 20$$

$$5x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 30$$

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 10$$

$$-2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 2x_4 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, \text{ maximiser } 3x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4$$

- i. Quel est la forme du programme après l'ajout des variables d'écart utilisées par l'algorithme du simplexe ?
- ii. expliquez le choix d'un pivot pour la première itération de l'algorithme du simplexe ;
- iii. quel est le résultat d'une itération avec le pivot choisi ?
- iv. quelle est la solution réalisable de base trouvée par cette première itération ?
- v. quelle est la valeur de la fonction objective à cette nouvelle solution ?