



Modèles et Approches Formels pour les Systèmes Distribués

Modèles et Approches Formels pour les Systèmes Distribués



Modèles et Approches Formels pour les Systèmes Distribués

-
-
- Algorithmes distribués probabilistes

Modèles et Approches Formels pour les Systèmes Distribués

-
-
- Algorithmes distribués probabilistes
- Analyse probabiliste des algorithmes distribués

Algorithmes distribués probabilistes

- L'algorithme exécuté par les processus est un algorithme probabiliste.

Algorithmes distribués probabilistes

- L'algorithme exécuté par les processus est un algorithme probabiliste.
- **Définition** : (algorithme probabiliste) un algorithme où le hasard intervient.
 - Le processus « fait un tirage aléatoire » pour décider des actions à entreprendre;
 - démarrage d'un algorithme est effectué par un processus choisi au hasard;
 - ...

Pourquoi les algorithmes distribués probabilistes ?

- Quand on ne peut pas faire autrement : résultats d'impossibilité à cause des hypothèses sur le système : anonymat \Rightarrow élection déterministe impossible

Pourquoi les algorithmes distribués probabilistes ?

- Quand on ne peut pas faire autrement : résultats d'impossibilité à cause des hypothèses sur le système : anonymat \Rightarrow élection déterministe impossible
- parfois plus performants que les algorithmes déterministes.

Pourquoi les algorithmes distribués probabilistes ?

- Quand on ne peut pas faire autrement : résultats d'impossibilité à cause des hypothèses sur le système : anonymat \Rightarrow élection déterministe impossible
- parfois plus performants que les algorithmes déterministes.
- Plus tolérants aux pannes que les algorithmes déterministes.

Analyse probabiliste des algorithmes distribués

- L'algorithme exécuté par le processeur est (ou peut être) déterministe mais l'algorithme exécuté par le système est lui probabiliste.

Analyse probabiliste des algorithmes distribués

- L'algorithme exécuté par le processeur est (ou peut être) déterministe mais l'algorithme exécuté par le système est lui probabiliste.
- Exemples : Les algorithmes distribués dans un système asynchrone. Trois processeurs p_1 , p_2 et p_3 qui exécutent chacun un ensemble d'instructions :

$p_1 :$ $a \leftarrow 10;$ $afficher(a);$

$p_2 :$ $b \leftarrow 11;$ $afficher(b);$

$p_3 :$ $c \leftarrow b - a;$ $afficher(c);$

Quelles sont les valeurs de a , b et c ?

Table des matières

- Rappels de probabilités.

Table des matières

- Rappels de probabilités.
- Algorithmes distribués probabilistes.

Table des matières

- Rappels de probabilités.
- Algorithmes distribués probabilistes.
- Analyse probabiliste d'algorithmes distribués.

- Rappels de probabilités.
- Algorithmes distribués probabilistes.
- Analyse probabiliste d'algorithmes distribués.
- Applications :
 - Le problème du rendez-vous.
 - le problème de l'élection locale.
 - Algorithmes d'élection.
 - Résolution de conflits.

- F. DRESS, Probabilités et Statistique, Dunod, 1997.

- F. DRESS, Probabilités et Statistique, Dunod, 1997.
- R. Motwani et P. Raghavan, Randomized Algorithms. Cambridge.

- F. DRESS, Probabilités et Statistique, Dunod, 1997.
- R. Motwani et P. Raghavan, Randomized Algorithms. Cambridge.
- G. Tel, Introduction to Distributed Algorithms, Cambridge Press.

- F. DRESS, Probabilités et Statistique, Dunod, 1997.
- R. Motwani et P. Raghavan, Randomized Algorithms. Cambridge.
- G. Tel, Introduction to Distributed Algorithms, Cambridge Press.
- C. Lavault, Analyse d'algorithmes distribués, Hermès

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique
- Linéarité de l'espérance

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique
- Linéarité de l'espérance
- Variance

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique
- Linéarité de l'espérance
- Variance
- Ecart type

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique
- Linéarité de l'espérance
- Variance
- Ecart type
- Probabilités conditionnelles

Rappels de Probabilités

- Distribution de probabilité
- Variable aléatoire
- Espérance mathématique
- Linéarité de l'espérance
- Variance
- Ecart type
- Probabilités conditionnelles
- Lois usuelles

- Exemple : on lance deux dèss.

$$\Omega = D \times D = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$$

Avec

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

- Exemple : on lance deux dèss.

$$\Omega = D \times D = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$$

Avec

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

- L'espace Ω contient $6 \times 6 = 36$ éléments.

- Distribution uniforme :
 - Tous les éléments de Ω sont de même probabilité $1/36$
 - tous les éléments de D sont de même probabilité $1/6$.

- Distribution uniforme :
 - Tous les éléments de Ω sont de même probabilité $1/36$
 - tous les éléments de D sont de même probabilité $1/6$.
- Définition. Une mesure de probabilité P est une application de l'ensemble des événements Ω dans l'intervalle $[0, 1]$, qui satisfait les deux propriétés (ou « axiomes »)

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(\Omega) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1.$$

- Distribution uniforme :
 - Tous les éléments de Ω sont de même probabilité $1/36$
 - tous les éléments de D sont de même probabilité $1/6$.
- Définition. Une mesure de probabilité P est une application de l'ensemble des événements Ω dans l'intervalle $[0, 1]$, qui satisfait les deux propriétés (ou « axiomes »)

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(\Omega) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1.$$

- Ω : espace des événements élémentaires

- Ω : espace des événements élémentaires
- $A \in \Omega$: événement

- Ω : espace des événements élémentaires
- $A \in \Omega$: événement
- P : une loi (ou distribution) de probabilité sur Ω .
On prolonge P sur $P(\Omega)$ par :
$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega), \quad \forall A \subset \Omega.$$

- Ω : espace des événements élémentaires
- $A \in \Omega$: événement
- P : une loi (ou distribution) de probabilité sur Ω .
On prolonge P sur $P(\Omega)$ par :
 $P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega), \forall A \subset \Omega.$
- Proposition :

$$\begin{aligned}
 P(\emptyset) &= 0; & P(\overline{A}) &= 1 - P(A) \\
 P(\cup_{i \in I} A_i) &= \sum_{i \in I} P(A_i),
 \end{aligned}$$

pour toute famille au plus dénombrable $A_i, i \in I$
d'éléments de $P(\Omega)$ 2 à 2 disjoints.

Exemple : Problème du rendez-vous

- Chaque processus p choisit uniformément un de ses voisins;

Exemple : Problème du rendez-vous

- Chaque processus p choisit uniformément un de ses voisins;
- Si le nombre de voisins est n , quelle est la probabilité qu'il choisisse un processus q en particulier ?

Exemple : Problème du rendez-vous

- Chaque processus p choisit uniformément un de ses voisins;
- Si le nombre de voisins est n , quelle est la probabilité qu'il choisisse un processus q en particulier ?
- Quelle est la probabilité pour que deux processus voisins p et q se choisissent mutuellement ?

Exemple : Problème du rendez-vous

- Chaque processus p choisit uniformément un de ses voisins;
- Si le nombre de voisins est n , quelle est la probabilité qu'il choisisse un processus q en particulier ?
- Quelle est la probabilité pour que deux processus voisins p et q se choisissent mutuellement ?
- Quelle est la probabilité pour p d'obtenir un rendez-vous avec un de ses voisins ?

- Soient A, B deux éléments de $P(\Omega)$:
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - si A et B sont disjoints, alors :
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- Soient A, B deux éléments de $P(\Omega)$:
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - si A et B sont disjoints, alors :
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- Généralisation : Principe d'inclusion-exclusion

$$\begin{aligned} P(\cup_{i=1}^n A_i) &= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \\ &- P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - \dots \\ &+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) + \dots \\ &- \dots \\ &+ (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n). \end{aligned}$$

- Définition : Soit (Ω, Pr) un espace probabilisé discret et soit Ω' un ensemble non vide au plus dénombrable. Une variable aléatoire (v.a.) X à valeurs dans ω' est une application de Ω dans Ω' . Nous prenons souvent pour Ω' un sous-ensemble de \mathbb{N} ou de \mathbb{R} .

On pourra munir Ω' d'une loi de probabilité P_X en posant, pour tout $\omega \in \Omega'$:

$$P_X(\omega) = P(X^{-1}(\{\omega\}))$$

- Définition : Soit (Ω, Pr) un espace probabilisé discret et soit Ω' un ensemble non vide au plus dénombrable. Une variable aléatoire (v.a.) X à valeurs dans ω' est une application de Ω dans Ω' . Nous prenons souvent pour Ω' un sous-ensemble de \mathbb{N} ou de \mathbb{R} .

On pourra munir Ω' d'une loi de probabilité P_X en posant, pour tout $\omega \in \Omega'$:

$$P_X(\omega) = P(X^{-1}(\{\omega\}))$$

- Proposition : P_X est une loi de probabilité sur Ω' , $\sum_{\omega \in \Omega'} P_X(\omega) = 1$.

Nous avons de plus, pour tout $A \in \Omega'$:

$$P_X(A) = P(X^{-1}(A)).$$

Exemple : Problème du rendez-vous

(2)

- Pour tout processus p , on définit la v.a. $X_p(k)$ comme la v.a. qui compte le nombre de sommets avec qui p a obtenu un rendez-vous au bout de k rounds.

Exemple : Problème du rendez-vous

(2)

- Pour tout processus p , on définit la v.a. $X_p(k)$ comme la v.a. qui compte le nombre de sommets avec qui p a obtenu un rendez-vous au bout de k rounds.
- Calculer $P(X_p(k) = m)$

- Une v.a. admet un certain nombre de valeurs typiques. Nous considérons dans la suite les v.a. à valeurs dans \mathbb{R} .

- Une v.a. admet un certain nombre de valeurs typiques. Nous considérons dans la suite les v.a. à valeurs dans \mathbb{R} .
- Définition : En arithmétique, la valeur moyenne de n nombres est définie par leur somme divisée par n . En calcul des probabilités, l'espérance d'une v.a. est définie comme la somme des valeurs prises pondérées par les probabilités respectives, c'est-à-dire :

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in X(\Omega)} xP(X = x).$$

lorsque cette somme converge absolument. ($X(\Omega)$ est l'ensemble des valeurs prises par la v.a. X). Sinon, on dit que X n'admet pas d'espérance.

Exemple : Problème du rendez-vous

(3)

- Quelle est l'espérance du temps que mettra p pour obtenir un rendez-vous ?

Exemple : Problème du rendez-vous

(3)

- Quelle est l'espérance du temps que mettra p pour obtenir un rendez-vous ?
- Si tous les processus du système appliquent le même algorithme, quelle est l'espérance du nombre de rendez-vous dans tout le système ?

Exemple : Problème du rendez-vous

(3)

- Quelle est l'espérance du temps que mettra p pour obtenir un rendez-vous ?
- Si tous les processus du système appliquent le même algorithme, quelle est l'espérance du nombre de rendez-vous dans tout le système ?
- ...

Linéarité de l'espérance

- Proposition : Soit X et Y deux v.a. définies sur le même espace probabilisé discret (Ω, P) et admettant toutes deux une espérance. Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\mathbb{E}(aX) = a\mathbb{E}(X)$$

$$\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y).$$

Linéarité de l'espérance

- Proposition : Soit X et Y deux v.a. définies sur le même espace probabilisé discret (Ω, P) et admettant toutes deux une espérance. Soit $a \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\mathbb{E}(aX) = a\mathbb{E}(X)$$

$$\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y).$$

- Que peut-on dire de l'espérance d'un produit de v.a. ?

- Définitions : Soit les v.a. X et Y définies sur le même espace probabilisé discret (Ω, P) . La loi (ou distribution) conjointe est la donnée de

$$P_{XY}(X = x, Y = y) = P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = x, Y(\omega) = y\})$$

pour tout x et tout y possibles. X et Y sont dites indépendantes, si pour tout x et tout y possibles, on a $P_{XY}(X = x, Y = y) = P_X(x)P_Y(y)$.

- Définitions : Soit les v.a. X et Y définies sur le même espace probabilisé discret (Ω, P) . La loi (ou distribution) conjointe est la donnée de

$$P_{XY}(X = x, Y = y) = P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = x, Y(\omega) = y\})$$

pour tout x et tout y possibles. X et Y sont dites indépendantes, si pour tout x et tout y possibles, on a $P_{XY}(X = x, Y = y) = P_X(x)P_Y(y)$.

- Proposition : Si X et Y sont deux v.a. indépendantes admettant une espérance, alors la v.a. produit XY admet une espérance et

$$\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

- Définition : la quantité qui mesure la dispersion d'une v.a. X définie sur (Ω, P) est la variance. Elle est définie par

$$\mathbb{V}X = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2).$$

- Définition : la racine carrée de la variance est appelée écart-type et est notée par σ :

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{V}(X)}.$$

- Définition : la racine carrée de la variance est appelée écart-type et est notée par σ :

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{V}(X)}.$$

- Proposition : Nous avons :

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2$$

- Définition : la racine carrée de la variance est appelée écart-type et est notée par σ :

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{V}(X)}.$$

- Proposition : Nous avons :

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2$$

- Proposition : Si X et Y sont deux v.a. indépendantes admettant chacune une variance, alors la v.a. $X + Y$ admet une variance qui est la somme des deux variances.

- Définitions : Deux événements A et B sont dit indépendants, si : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Une famille $A_i, i = 1, \dots, n$, d'événements est dite indépendante dans son ensemble, si pour tout sous-ensemble $J \subset \{1, 2, \dots, n\}$:

$$P(\cap_{j \in J} A_j) = \prod_{j \in J} P(A_j).$$

- Définitions : Deux événements A et B sont dit indépendants, si : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Une famille $A_i, i = 1, \dots, n$, d'événements est dite indépendante dans son ensemble, si pour tout sous-ensemble $J \subset \{1, 2, \dots, n\}$:

$$P(\cap_{j \in J} A_j) = \prod_{j \in J} P(A_j).$$

- Remarque : Pour démontrer l'indépendance d'une famille $A_i, i = 1, \dots, n$, il suffit de prouver que les A_i sont 2 à 2 indépendants.

Probabilités conditionnelles

- C'est une notion introduite pour formaliser le concept de la probabilité de l'occurrence d'un événement B sachant qu'un autre A s'est produit.

Probabilités conditionnelles

- C'est une notion introduite pour formaliser le concept de la probabilité de l'occurrence d'un événement B sachant qu'un autre A s'est produit.
- Remarque : B conditionné par A n'implique pas que A précède nécessairement B (dans l'ordre chronologique).

Probabilités conditionnelles

- C'est une notion introduite pour formaliser le concept de la probabilité de l'occurrence d'un événement B sachant qu'un autre A s'est produit.
- Remarque : B conditionné par A n'implique pas que A précède nécessairement B (dans l'ordre chronologique).
- Exemple : Un dé uniforme est lancé et nous savons que le point obtenu est pair (événement A). Quelle est la probabilité pour que le point soit au moins 4 (événement B) ?

- Il est clair que le nouvel espace (conditionné par l'événement A) sur lequel les événements élémentaires sont à définir est $\Omega' = A$, qui contient 3 éléments. Or, la portion de A qui est en même temps favorable à B en contient 2. Il est donc raisonnable de définir la probabilité de B conditionné par A par le ratio $2/3$.

- Définition : Soit (Ω, Pr) un espace probabilisé discret et soit A un événement de probabilité non nulle. On définit sur $P(\Omega)$, l'application $P(. | A)$ à valeurs dans $[0, 1]$ par :

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \forall B \in P(\Omega).$$

- Définition : Soit (Ω, Pr) un espace probabilisé discret et soit A un événement de probabilité non nulle. On définit sur $P(\Omega)$, l'application $P(. | A)$ à valeurs dans $[0, 1]$ par :

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \forall B \in P(\Omega).$$

- On appelle $P(B | A)$ probabilité conditionnelle de B sachant A .

- Proposition : Soit A_1, A_2, \dots, A_n une partition de Ω . Si chacun de ces ensembles est de probabilité non nulle, alors :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B \mid A_i), \forall B \in P(\Omega).$$

- Proposition : Soit A_1, A_2, \dots, A_n une partition de Ω . Si chacun de ces ensembles est de probabilité non nulle, alors :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B \mid A_i), \forall B \in P(\Omega).$$

- Exemple : On lance deux dés uniformes. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double sachant que la somme des points vaut 8 ?

- Proposition : Soit A_1, A_2, \dots, A_n une partition de Ω . Si chacun de ces ensembles est de probabilité non nulle, alors :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B \mid A_i), \forall B \in P(\Omega).$$

- Exemple : On lance deux dés uniformes. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double sachant que la somme des points vaut 8 ?

Espérance conditionnelle

- Soit X une v.a. et soit A un événement de probabilité non nulle. L'espérance de X sachant A est définie par :

$$\mathbb{E}(X \mid A) = \mathbb{E}_{P(\cdot|A)}(X).$$

ou

$$\mathbb{E}(X \mid A) = \frac{1}{P(A)} \sum_{\omega \in A} X(\omega) P(\{\omega\}).$$

Espérance conditionnelle (2)

- Exemple : Quelle est l'espérance d'un dé uniforme sachant que le nombre sorti est inférieur ou égal à 3 ?

Espérance conditionnelle (2)

- Exemple : Quelle est l'espérance d'un dé uniforme sachant que le nombre sorti est inférieur ou égal à 3 ?
- Soit X la v.a. associée au lancer du dé. L'événement A associé à la condition est l'ensemble $\{1, 2, 3\}$. La probabilité de la condition A est $1/2$. L'espérance conditionnelle recherchée vaut :

$$\mathbb{E}(X \mid A) = \frac{1}{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \right] = 2$$

Quelques distributions discrètes

- Loi de Bernoulli. La v.a. X prend deux valeurs : 1 avec probabilité p et 0 avec la probabilité q ; on suppose que $p, q \in [0, 1]$ et $p + q = 1$. Nous avons :

$$\mathbb{E}(X) = p$$

$$\mathbb{V}(X) = pq, \quad \sigma(X) = \sqrt{pq}.$$

• *Quelques distributions discrètes*

- Loi de Bernoulli. La v.a. X prend deux valeurs : 1 avec probabilité p et 0 avec la probabilité q ; on suppose que $p, q \in [0, 1]$ et $p + q = 1$. Nous avons :

$$\mathbb{E}(X) = p$$

$$\mathbb{V}(X) = pq, \quad \sigma(X) = \sqrt{pq}.$$

- Utilisation : Cette loi intervient souvent de façon implicite lorsqu'on veut traiter une probabilité comme une espérance. En effet c'est la loi de la v.a. qui est la fonction indicatrice d'un événement A de probabilité p :

$$P(A) = \mathbb{E}(1_A).$$

• *Quelques distributions discrètes*

- Loi de Bernoulli. La v.a. X prend deux valeurs : 1 avec probabilité p et 0 avec la probabilité q ; on suppose que $p, q \in [0, 1]$ et $p + q = 1$. Nous avons :

$$\mathbb{E}(X) = p$$

$$\mathbb{V}(X) = pq, \quad \sigma(X) = \sqrt{pq}.$$

- Utilisation : Cette loi intervient souvent de façon implicite lorsqu'on veut traiter une probabilité comme une espérance. En effet c'est la loi de la v.a. qui est la fonction indicatrice d'un événement A de probabilité p :

$$P(A) = \mathbb{E}(1_A).$$

- Loi binomiale. On effectue n épreuves identiques et indépendantes; la probabilité de succès dans chacune étant supposée égale à p et celle d'échec à $q = 1 - p$.
Posons X = le nombre total de succès obtenus dans les épreuves.

- Loi binomiale. On effectue n épreuves identiques et indépendantes; la probabilité de succès dans chacune étant supposée égale à p et celle d'échec à $q = 1 - p$.

Posons X = le nombre total de succès obtenus dans les épreuves.

- X est une v.a. qui peut prendre la valeur k dans l'intervalle $[0, n]$ avec la probabilité :

$$p_k = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}.$$

On dit alors que X suit une loi binomiale de paramètres n et p .

- Loi géométrique. Soit $p > 0$ la probabilité de succès dans une épreuve, et $q = 1 - p$. Nous répétons la même épreuve indépendamment jusqu'à l'obtention du premier succès.

- Loi géométrique. Soit $p > 0$ la probabilité de succès dans une épreuve, et $q = 1 - p$. Nous répétons la même épreuve indépendamment jusqu'à l'obtention du premier succès.
- Soit X la v.a. désignant le nombre d'épreuves effectuées. C'est une v.a. qui peut prendre la valeur k (entier naturel non nul) avec la probabilité $p_k = P(X = k) = q^{k-1}p$. On dit que X suit une loi géométrique de paramètre p .

- Loi géométrique. Soit $p > 0$ la probabilité de succès dans une épreuve, et $q = 1 - p$. Nous répétons la même épreuve indépendamment jusqu'à l'obtention du premier succès.
- Soit X la v.a. désignant le nombre d'épreuves effectuées. C'est une v.a. qui peut prendre la valeur k (entier naturel non nul) avec la probabilité $p_k = P(X = k) = q^{k-1}p$. On dit que X suit une loi géométrique de paramètre p .

-

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}, \quad \mathbb{V}(X) = \frac{q}{p^2}, \quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{q}}{p}$$

- Loi de Poisson. Cette distribution intervient dans l'étude du nombre d'événements intervenant dans un intervalle de temps (file d'attente).

- Loi de Poisson. Cette distribution intervient dans l'étude du nombre d'événements intervenant dans un intervalle de temps (file d'attente).
- Une v.a. X suit une loi de poisson de paramètre λ , si X peut prendre la valeur k avec la probabilité :

$$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

- Loi de Poisson. Cette distribution intervient dans l'étude du nombre d'événements intervenant dans un intervalle de temps (file d'attente).
- Une v.a. X suit une loi de poisson de paramètre λ , si X peut prendre la valeur k avec la probabilité :

$$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

-

$$\mathbb{E}(X) = \lambda, \quad \mathbb{V}(X) = \lambda, \quad \sigma(X) = \sqrt{\lambda}$$