

## Initiation à l'algorithmique

### TD 1

Dans tous les exercices qui suivent on demande d'écrire des algorithmes en utilisant le langage EXALGO défini en cours.

#### Exercice 1.1

On veut calculer  $a^n$  pour un nombre réel  $a$  et un entier positif  $n$ .

a- Ecrire deux versions de cet algorithme, la première version utilisera une boucle **tant que**, la deuxième utilisera une boucle **pour**.

b- Évaluez en fonction de  $a$  et/ou de  $n$  le nombre de tour de boucle nécessaire pour calculer  $a^n$  avec chacun de vos algorithmes.

On veut maintenant calculer  $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$ .

c- Ecrire un algorithme **somme\_puissances** qui utilise l'algorithme **puissance**. Évaluez en fonction de  $a$  et/ou de  $n$  le nombre de tour de boucle nécessaire pour calculer  $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$ .

d- Ecrire une deuxième version de l'algorithme permettant de calculer  $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$  en cherchant cette fois-ci à optimiser le nombre de tour de boucle.

#### Exercice 1.2

##### Division euclidienne

*Soient  $a$  un entier positif et  $b$  un entier strictement positif. Effectuer la division euclidienne (division entière) de  $a$  par  $b$ , c'est déterminer l'unique couple  $(q, r)$  de deux entiers (appelés quotient et reste) tel que  $a = b * q + r$  avec  $0 \leq r < b$ .*

a- Ecrire un algorithme qui, étant donnés deux entiers  $a \geq 0$  et  $b > 0$ , calcule le quotient et le reste de la division entière de  $a$  par  $b$  par soustractions successives. Faire tourner votre algorithme en prenant comme paramètres les couples  $a = 13, b = 3$  et  $a = 2, b = 7$ .

b- Quel le nombre de tours de boucle effectués ? Dans le pire des cas, par quelle valeur est-il borné ?

c- Réécrire l'algorithme à l'aide d'une boucle **répéter jusqu'à**. Est-il toujours valide pour tout couple de données ?

d- Dédurre de ce programme deux algorithmes **Modulo** et **QuotientEntier** qui calculent respectivement le reste et le quotient de la division entière de 2 entiers.

### Exercice 1.3

Calcul du Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de deux entiers strictement positifs

a- par l'algorithme d'Euclide :

*Le PGCD de  $a$  et  $b$  est égal à  $b$  si ce dernier divise  $a$ , sinon le PGCD de  $a$  et  $b$  est égal au PGCD de  $b$  et de  $r$  (où  $r$  représente le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$ ).*

Ecrire l'algorithme PGCD en utilisant l'algorithme Modulo. Que se passe-t-il si  $a < b$ ?

b- par soustraction :

*Si  $a = b$ , alors  $PGCD := a$ , sinon on recommence avec le couple formé par la différence entre le plus grand et le plus petit, et le plus petit.*

Ecrire l'algorithme correspondant en utilisant une boucle **tant que**. Donner une majoration du nombre de tests de comparaison.

### Exercice 1.4

On rappelle que la somme des  $n$  premiers impairs est égale au carré de  $n$ .

Ecrire à l'aide d'une boucle **tant que** et exclusivement de l'opération d'addition une fonction calculant la racine carrée entière par défaut d'un nombre entier positif donné ; calculer le nombre d'additions et de comparaisons à effectuer.

Même question avec une boucle **répéter... jusqu'à**.

Comparer les deux versions.