table des matières

Université Bordeaux 1

Licence Semestre 3 - Algorithmes et structures de données 1

Dernière mise à jour effectuée le 6 Decembre 2013

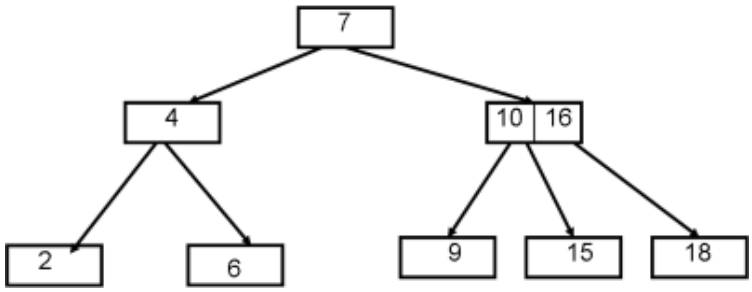
Arbre 2-3 et B Arbres

1. 2-3 Arbres

Définition 10.1. Soit k un entier. On appelle k-noeud un noeud qui a k fils.

Définition 10.2. Un arbre 2-3 est un arbre équilibré éventuellement vide tel que tout noeud à 2 ou 3 fils et vérifiant :

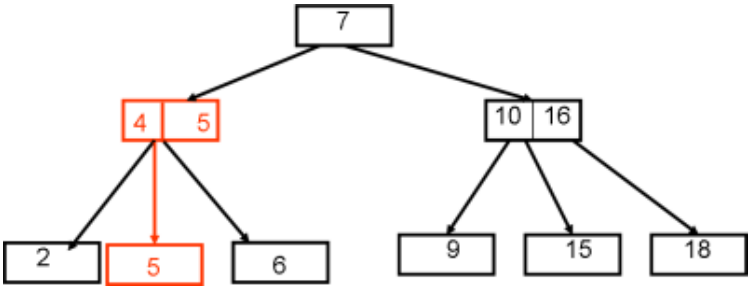
- la valeur des clés est contenue dans les feuilles
- un 2-noeud contient la valeur *r*
  - le fils gauche donne accès à des valeurs inférieures ou égales à *r*
  - le fils droit à des valeurs supérieures strictement à *r*
- un 3-noeud contient deux valeurs *r* et *s*,
  - le fils gauche donne accès à des valeurs inférieures ou égales à *r*
  - le fils du milieu donne accès à des valeurs dans l'intervalle *]r,s]*
  - le fils droit à des valeurs supérieures strictement à *s*



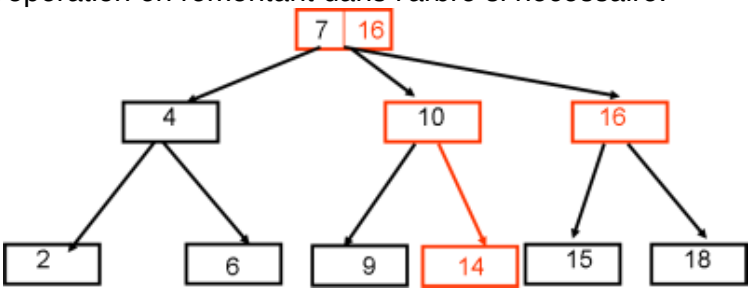
Insertion

L'insertion se fait sur une feuille de l'arbre.

- la feuille s'insère sur un 2-noeud, on transforme le 2-noeud en 3-noeud.



- la feuille s'insère sur un 3-noeud, on transforme le 3-noeud en deux 2-noeud. On répète l'opération en remontant dans l'arbre si nécessaire.



Un arbre 2-3 s'étire donc en hauteur par la racine.

Suppression

C'est une feuille de l'arbre que l'on supprime. Elle a un père *p*

- si *p* est un 3-noeud alors *p* devient un 2-noeud
- si *p* est un 2 noeud, on procède en fonction du grand-père de la feuille *g=pere(p)*
  - si le grand-père est un 3-noeud, on fusionne un fils avec *p* si c'est un 2 noeud sinon on casse ce fils et on fusionne un de ses fils avec *p*
  - si le grand-père est un 2-noeud, si le fils "proche" de *p* est un 3-noeud on fusionne son fils ainé avec *p* sinon on fusionne ce noeud avec *p* et on recommence sur le grand-père qui devient un noeud a fils unique.

  (voir ici)
  (voir des exemples)

---

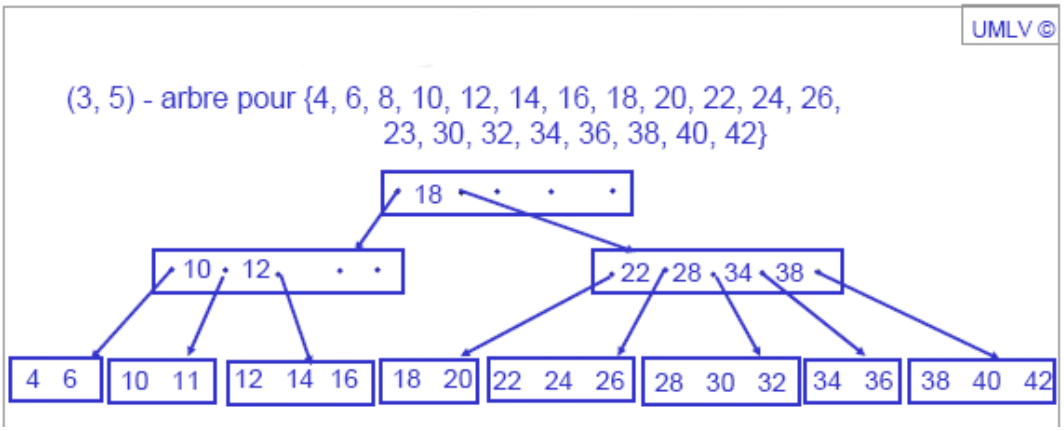
2. (a-b)-arbres

Définition 10.3. Un (a,b)- arbre est un arbre étiquetté qui vérifie :

- La racine est une feuille ou possède au moins 2 fils.
- Tout noeud interne possède entre a et b fils.
- Toutes les feuilles sont au même niveau

De plus

- Les noeuds internes sont de la forme $(a_0, k_1, a_1, k_2,..., k_{b-1}, a_{b-1})$ avec a_i pointeur vers un sous arbre et k_i sont des valeurs,
- $k_1 < k_2 <... < k_b$
- les valeurs des feuilles du sous arbre pointé par a_{i-1} sont inférieures ou égales à k_i,
- les valeurs des feuilles du sous arbre pointé par a_{i+1} sont supérieures à k_i,



Les 2-3 arbres sont des cas particuliers de a-b arbres. Le plus souvent on choisit *b=2a-1*. On parle alors de B-arbres. Une variante consiste a autoriser les clés dans les noeuds internes.

(voir des exemples)

3. Structure de données et primitives

Les B-arbres sont des containeurs. Dans les B-arbres, il est important de garder des acccès rapides aux fils et de remonter aisément dans l'arbre. On utilise la structure suivante.

```
sommet=^cellule;
celluleUnitaire=structure
        clé:objet;
        fils:sommet;
finstructure

cellule=structure
          premierFils:sommet;
          autreFils:tableau[a..b] de celluleUnitaire
          frere:sommet;
          pere:sommet;
finstructure;
```