Licence **Sciences et Technologies**	**ANNEE : 2008/2009** **SESSION DE PRINTEMPS 2009** **ETAPE :** CSB3, MHT53 **UE :** INF 251 **Epreuve :** Algorithmes et Structures de Données Fondamentaux **Date :** 8 Juin 2009 **Heure :** 14H **Durée :** 3 H **Documents :** Tous documents interdits **Vous devez répondre directement sur le sujet qui comporte 10 pages. Insérez ensuite votre réponse dans une copie d'examen comportant tous les renseignements administratifs** **Epreuve de** M^{me} Delest.

Indiquez votre code **d'anonymat** : N° : .

La notation tiendra compte de la clarté de l'écriture des réponses.

Barème indicatif

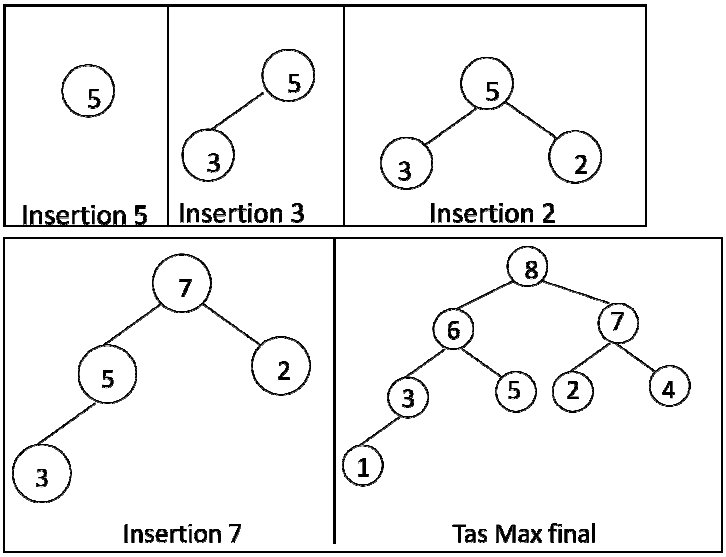
- Question 1 – Connaissances générales : 4 points
- Question 2 – Arbres binaires de recherche : 1.5 points
- Question 3 – B-Arbre : 1.5 points
- Question 4 – Utilisation des structures de données : 4 points
- Question 5 – Ecriture de fonction sur les arbres : 2 Points
- Question 6 – Ecriture de fonction sur les piles, files, listes : 2 Points
- Question 7 – Listes et tas : 5 points

Question 1. Cochez les affirmations qui sont correctes :

☐ Le temps d'accès au dernier élément d'une liste simplement chainée est en O(1).
☒ Dans un arbre binaire de recherche le minimum est toujours la feuille la plus à gauche dans l'arbre.
☐ Le temps d'accès à l'élément maximum d'un tas min est en O(1).
☐ Un arbre AVL peut parfois être un tas..
☒ Une table de hachage à adressage chainé utilise le type pointeur.
☐ Dans un tas, la primitive ajouterValeur consiste à ajouter la valeur stockée à la racine de l'arbre.
☒ La structure de B-arbre permet de diminuer le temps d'accès à un élément.

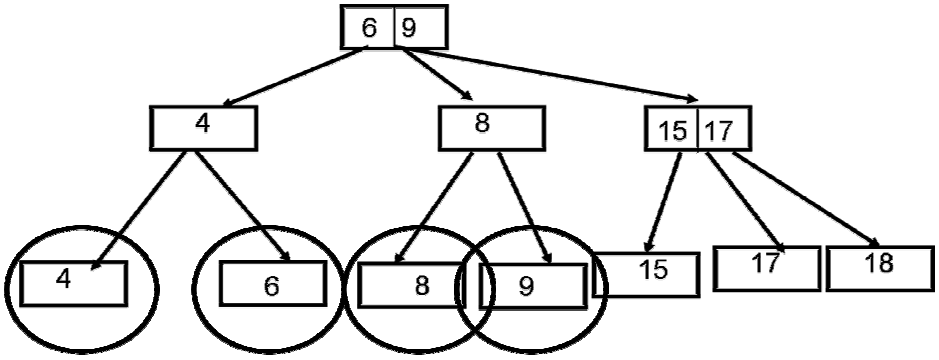
☒ Si s est un pointeur vers une structure dont un des champs est n : entier, on accède à l'entier par s^.n ?

Question 2. Soit la suite de clé 5,3,2,7,6,8,4,1. Construire le tas max correspondant à l'insertion consécutive des clés, on dessinera l'arbre après chacune des quatre premières insertions ainsi que l'arbre final. Montrez l'exécution de la suppression de la clé 6 sur le tas max ainsi construit.



Dans un tas Max, on ne peut supprimer que la valeur à la racine. Or, la valeur 6 n'est pas en racine donc on ne peut pas montrer la suppression de 6.

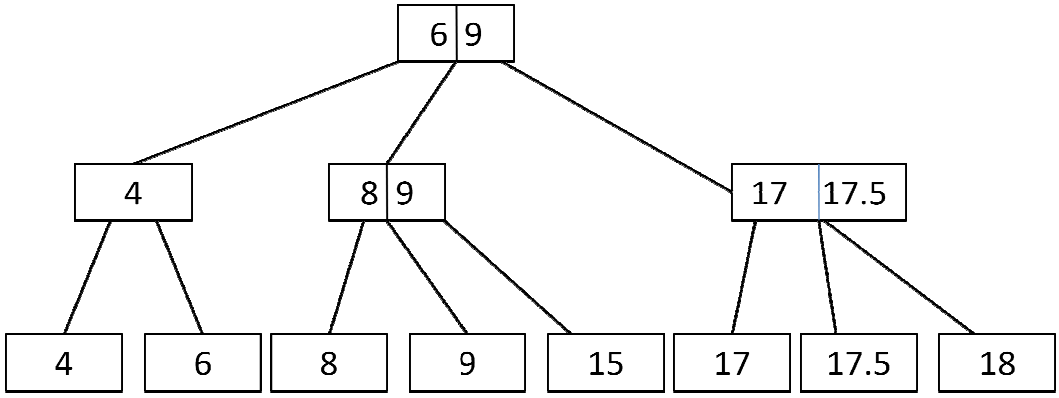
Question 3. On donne le 2-3-arbre suivant :



Chaque question est à traiter sur l'arbre ci-dessus.

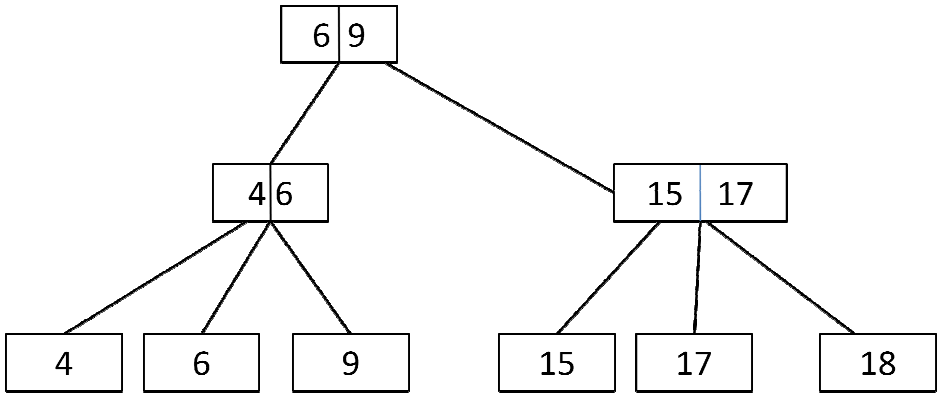
1 – Donnez sur l'arbre ci-dessus les feuilles s telles que leur suppression conduira à une supression du nœud père de s.

2 - Donnez l'arbre après insertion de la valeur 17.5.



3 - Dessinez et expliquez les modifications de l'arbre lors de la suppression de la valeur 6.

La suppression de 8 va réduire l'arité du père qui n'aura qu'un fils. Pour rester un arbre 2-3, ce fils est regroupé sur le nœud interne d'étiquette 4.



Question 4. On désire modéliser le comportement d'un client dans un cinéma de son entrée à la sortie du cinéma. Un client sera modélisé comme un objet de type abstrait client que l'on ne décrit pas ici. On suppose que le cinéma a une seule porte d'entrée, quatre guichets et 24 salles de cinéma, chacune ayant une entrée une sortie. On accède aux salles 1 à 12 par un point commun de contrôle des tickets. Il en est de même pour les salles 13 à 24. Pour simplifier, on supposera toutes les salles identiques et que chaque

rangée de la salle a le même nombre de siège. **Attention, dans ce qui suit on ne s'intéresse qu'à quelques questions concernant cette modélisation et pas à la totalité.**

1 – Quelles structures de données peut-on utiliser pour l'accès d'un client au cinéma ? aux guichets ? aux points de contrôle ? à la porte de sortie d'une salle ?

Une file pour le cinéma! Pour les guichets, trois files, pour le point de contrôle 2 files, pour la sortie 24 files

2 – Quelle structure de données peut-on utiliser pour la salle de cinéma ?

Un tableau indexé en ligne par les rangées en colonne par le numéro de siège.

3 – Définir le type abstrait cinéma support à cette modélisation. Donnez les deux primitives obligatoires.

```
Cinéma=structure
        Entree : file de client ;
        Guichet : tableau [1..3] de structure
                                        F : file de clients ;
                                        nF :entier /*nombre client guichet*/
                                finstructure
        Contrôle : tableau [1..2] de file de structure
                                                c :clients ;
                                                m :entier /* numéro de salle*/
                                finstructure
        entréeSalle :tableau [1..24]de file de client ;
        salle : tableau[1..24] de tableau[1..nombreRangée,1..nombreSiege]de client
        sortie : tableau[1..24] de file de client ;
finstructure
```

Les deux primitive sont créer et détruire.

4 - Donner trois exemples de primitives autres que celles de la question précédente.

Il doit y avoir une primitive pour chaque action du client sortie de la file puis le placement dans la structure de donnée suivante.

```
Fonction vaGuichet (ref C :Cinema) :vide ;
 /* deplace le client de l'entree au guichet par exemple le moins occupé*/
Fonction vaContrôle (ref C :Cinema ; var ;val g :entier ) :vide ;
 /* le client achète la place et se deplace du guichet g vers le contrôle */
Fonction passeContrôle (ref C :Cinema ; var ;val c :entier ) :vide ;
/* deplace un client du contrôle vers la file de la salle si il a un ticket valide et sinon le réoriente */
```

5 – Ecrire la fonction *vaGuichet* intervenant dans cette modélisation qui donne accès d'un client au guichet.

```
        fonction vaGuichet (ref C :Cinema) :vide ;
          var m,i :entier ;
          var v :client ;
          début
             m=1 ;
             v=valeur(C.entree) ;
             defiler(C.entree) ;
             pour i=2 à 4 faire
                 si C.guichet[i].nF< Si C.guichet[m].nFalors
                     m=i ;
                 finsi
             finPour
             enfiler(C.guichet[m].F,v) ;
             C.guichet[m].nF= C.guichet[m].nF+1
          fin
```

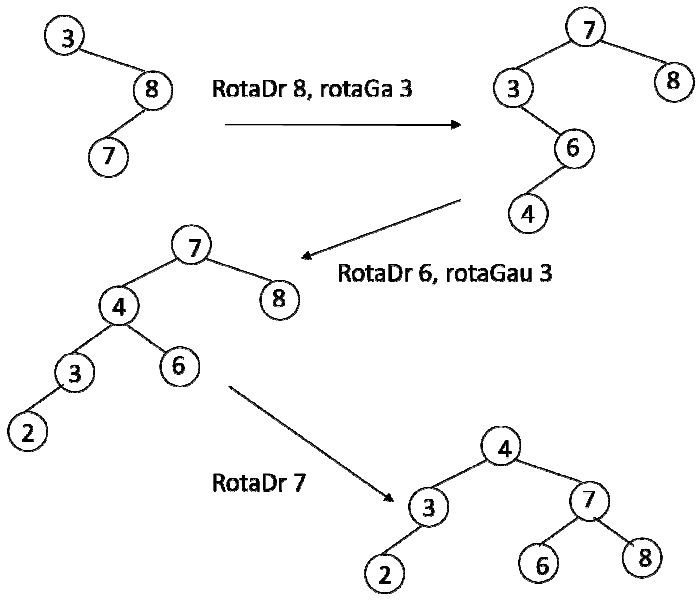
6 – Ecrire la fonction *urgence* qui vide les salles de cinéma. On considèrera que les clients en attente au guichet et points de contrôle sont évacués par une autre fonction.

```
        fonction urgence(ref C :Cinema) :vide ;
          var i :entier ;
          début
```

```
    pour i =1 à 24
        salleToSortie(C,i) ;
        viderFile(C,i) ;
    finpour
  fin
fonction salleToSortie(C,i) :vide ;
  var r,k :entire;
  var v :client ;
  début
    pour r=1 à nombreRangée faire
      pour k=1 à nombreSiège faire
        v= C.salle [i][j,k]
        si v !=NULL alors
          enfiler(C.sortie[i],v) ;
          C.salle [i][j,k]=NULL ;
        finsi
      finPour
    finPour
  fin
fonction viderFile(C,i) :vide ;
  début
    tantque !fileVide(C.sortie[i]) faire
      defiler(C.sortie[i])
    fintantque
  fin
```

Question 5.

1 Dessiner l'arbre AVL correspondant à la liste de clé (3,8,7,6,4,2). On donnera la liste des rotations avec le sommet de la rotation



2 Ecrire une fonction *deuxPlusPetit* qui donne le second plus petit élément d'un arbre AVL (dans l'exemple la valeur 3)

- En utilisant des primitives d'arbre

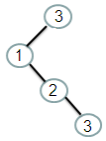
```
fonction deuxPlusPetit (ref s :sommet) :vide ;
   début
      si estFeuille (s) alors
         retourner(NULL)
      sinon
         si filsGauche(s)==NIL alors
            retourner(PlusPetit(filsDroit(s))
         sinon
            si filsGauche(filsGauche(s))==NIL alors
               retourner(valeur(s))
            sinon
               retourner deuxPlusPetit(filsGauche(s))
            finsi
         finsi
      finsi
   fin
fonction PlusPetit(ref A :sommet) :vide ;
   début
      tant que filsGauche(s) !=NIL faire
         s=filsGauche(s)
      finTantque
      retourner valeur(père(s))
   fin
```

- En utilisant les pointeurs.

On remplace les primitives d'arbre par leur expression :

- *estFeuille(s) : s^.gauche==NIL et s^.droit==NIL*
- *filsGauche(s) : s^.gauche*
- *filsDroit(s) : s^.droit*
- *valeur(s) : s^.info*
- *pere(s) : s^.pere*

Question 6. Ecrire une fonction *nonTrois* qui prend en entrée une file d'entiers non nuls et qui exploite la file en mettant dans une pile les entiers non multiples de 3 et dont le résultat est un arbre binaire de recherche des entiers supprimés divisés par trois. La file est inchangée après exécution de la fonction. Par exemple, la file [9,1,4,5,2,3,6,8,9[donne la pile [1,4,5,2,8 et l'arbre fourni est




```
fonction nonTrois (val F :file d'entier ; ref P :pile d'entier) : arbreBinaireRecherche d'entier ;
   var A :arbreBinairRecherche d'entier ;
   début
      creerArbre(A) ;
      creerPile(P) ;
      tantque !fileVide(F) faire
         v=valeur(F) ;
```

```
        si estMultipleTrois(v) alors
            ajouter(A,v/3)
        sinon
            empiler(P,v)
        finsi
        defiler(F)
    fintantque
    retourner(A)
fin
```

Donnez et expliquez la complexité de votre fonction.

Si n est la taille de la file la complexité est O(n) car il y a un seul parcours de la file

Ecrire une fonction *compte* qui prend en entrée un arbre binaire de recherche et compte le nombre d'entiers impairs fils gauche dans l'arbre binaire de recherche.

```
fonction compte (ref A :arbreBinaireRecherche d'entier) : entier ;
  var c :entier ;
  début
    c=0 ;
    s=filsGauche(A) ;
    si  s !=NIL alors
        si estImpair(valeur(s)) alors
            c=1+compte(s)
        sinon
            c= compte(s)
        finsi
    finsi
    si filsDroit(s) !=NIL alors
        c=c+ compte(filsDroit(s))
    finsi
    retourner(c)
  fin
```

Ce calcul pouvait-il être fait dans la fonction *nonTrois* ? Si non, pourquoi ? Si oui, comment ?

Oui, si on modifie la fonction ajouter des arbres binaires de recherche et donc non car on ne modifie pas une primitive existante sauf cas de necessité absolue complexité par exemple.

sQuestion 7. Lire l'ensemble du texte de la question AVANT de répondre. On pourra utiliser les fonctions vues en cours et en TD en précisant l'en-tête de la fonction et son fonctionnement. On considère une forme planaire dont le contour est donné par une liste de points du plan $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Par exemple, la liste F=[(0,0),(1,0),(1,1),(0,1)] donne le contour d'un carré.

1 - Donnez une définition du type *point*.

```
point=structure
            abscisse :entier ;
            ordonnée :entier ;
 finstructure
```

2 - En précisant leur rôle, donnez une liste de primitives pour le type *point*. On précisera l'en-tête et la fonction de ces primitives. On ne demande pas le code des primitives.

```
getAbscisse(ref P:point) :entier ;/* accesseur lecture abscisse */
setAbscisse(ref P:point) :entier ;/* accesseur écriture abscisse */
getOrdonnée(ref P:point) :entier ;/* accesseur lecture ordonnée  */
setOrdonnée (ref P:point) :entier ;/* accesseur écriture ordonnée  */
```

3 - Le type abstrait *forme* est une liste de points. Est-ce une liste simplement chainé ou doublement chainée ? Justifiez.

Compte-tenu de la question 6, une liste doublement chainée sera plus adaptée.

4 - On appelle taille de la forme le nombre de points d'une forme (dans l'exemple *taille*(F)=4). Ecrire la fonction *taille*. Quelle est sa complexité ?

```
fonction taille (ref L :listeDC de point) : entier ;
 var c :entier ;
 début
    débutListe(L) ;
    c=0 ;
    tantque !finListe(L) faire
       c=c+1 ;
    fintantque
    retourner(c) ;
 fin
```

Si n est la taille de la liste, la complexité est O(n) un seul parcours

5 - Ecrire une fonction *intersection* qui trouve une liste des points communs à deux formes. Etudiez sa complexité.

```
fonction intersection (ref L1,L2 :listeDC de point) : entier ;
 var L :listeSC de point ;
 début
    creerListe(L) ;
    débutListe(L1);
    c=0 ;
    tantque !finListe(L1) faire
       débutListe(L2);
       tantque !finListe(L2) faire
          si valeur(L1)=valeur(L2) alors
             insererEnTete(L,valeur(L1)) ;
          finsi
          suivant(L2) ;
       fintantque
       suivant(L1) ;
    fintantque
    retourner(L)
 fin
```

Si n (resp k) est la longueur de la liste L1 (resp.L2) la complexité est O(nk) car on a deux boucles imbriquées.

6 - Ecrire une fonction *casser* qui insère entre deux points consécutifs z1 et z2 le point milieu du segment [z1, z2].

```
fonction casser (ref L :listeDC de point ; val z1) : entier ;
 var c,p : point ;
 début
    débutListe(L);
    tantque !finListe(L1) et valeur(L) !=z1  faire
       suivant(L) ;
    fintantque
    c=valeur(L) ;
    suivant(L) ;
    setAbscisse(p,(getAbscisse(c)+ getAbscisse(valeur(L)))/2) ;
    setOrdonnée(p,(getOrdonnée (c)+ getOrdonnée (valeur(L)))/2) ;
    precedent(L) ;
    insererAprès(L,p)
 fin
```

7 - On associe à une forme sa hauteur par rapport au plan de base. Les formes peuvent ainsi être empilées sur un écran à la manière des fenêtres de travail (une forme de hauteur 1 est au-dessous). Décrire la structure de donnée *formeEmpile* correspondant qui prend en compte cet ajout.

formeEmpile =structure
L :listeDC de point ;
H :entier ;
finstructure

8 - On désire implémenter deux fonctions de manipulation des formes

- Passer une forme au dernier plan (fonction *dPlan*)
- Passer une forme au premier plan (fonction *pPlan*)

Expliquez pourquoi la structure de tas est adaptée.

Les formes à afficher le sont suivant leur hauteur : celles de forte hauteur doivent apparaitre en entier et celles de hauteur faible peuvent disparaitre. Ceci s'apparente donc à une file de priorité, la priorité étant gérée par la hauteur. La borne structure de donnée et donc le tas.

9 - Donner la structure de donnée *tasFormeEmpile*. Ecrire la fonction *dPlan*.

```
tasFormeEmpile : structure
                    a :tas de formeEmpile ;
                    hmax :entier ;
                    hmin : entier ;
finstructure
Il faut un opérateur de comparaison des objets de type formeEmpile.
fonction op ::<(ref f1,f2 :formeEmpile) :booléen ;
  début
     retourner(f1.H<f2.H)
  fin
fonction dPlan(ref t :tas de formeEmpile ;val f :forme) :vide;
  var i : entier ;
  début
     i=chercher(t,f) ;/* fonction qui cherche l'élément dans le tas */
     changerValeur(t,i,,hmin) ;
  fin
```

Listes simplement chainées (listeSC)

fonction valeur(val L:liste d'objet):objet;
fonction debutListe(val L:liste d'objet);
fonction suivant(val L:liste d'objet);
fonction listeVide(val L:liste d'objet): booleen;
fonction créerListe(ref L:liste d'objet):vide;
fonction insérerAprès(ref L:liste d'objet; val x:objet;):vide;
fonction insérerEnTete(ref L:liste d'objet val x:objet):vide;
fonction supprimerAprès(ref L:liste d'objet):vide;
fonction supprimerEnTete(ref L:liste d'objet):vide;

Listes doublement chainées (listeDC)

fonction finListe(val L:liste d'objet):vide;
fonction précédent(val L::liste d'objet): vide;

Piles

fonction valeur(ref P:pile de objet):objet;
fonction fileVide(ref P:pile de objet):booléen;
fonction créerPile(P:pile de objet) :vide
fonction empiler(ref P:pile de objet;val x:objet):vide;
fonction dépiler(ref P:pile de objet):vide;
fonction detruirePile(ref P:pile de objet):vide;

Files

fonction valeur(ref F:file de objet):objet;
fonction fileVide(ref F:file de objet):booléen;
fonction créerFile(F:file de objet);vide;
fonction enfiler(ref F:file de objet;val x:objet):vide;
fonction défiler (ref F:file de objet):vide;
fonction detruireFile(ref F:file de objet):vide;

Arbres binaires

fonction getValeur(val S:sommet):objet;
fonction filsGauche(val S:sommet):sommet;
fonction filsDroit(val S:sommet):sommet;
fonction pere(val S:sommet):sommet;
fonction setValeur(ref S:sommet;val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsGauche(ref S:sommet,val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsDroit(ref S:sommet,x:objet):vide;
fonction supprimerFilsGauche(ref S:sommet):vide;
fonction supprimerFilsDroit(ref S:sommet):vide;
fonction detruireSommet(ref S:sommet):vide;
fonction créerArbreBinaire(val Racine:objet):sommet;

Arbres planaires

fonction valeur(val S:sommetArbrePlanaire):objet;
fonction premierFils(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction frere(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction pere(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction créerArborescence(val racine:objet):sommetArbrePlanaire;
fonction ajouterFils(ref S:sommetArbrePlanaire,val x:objet):vide;
fonction supprimerSommet(ref S:sommetArbrePlanaire):vide;
fonction créerArbreBPlaniare(val Racine:objet):sommet;

Arbres binaire de recherche

fonction ajouter(ref A:arbreBinaire d'objets, val v:objet):vide;
fonction supprimer(val A: arbreBinaire d'objets, val v:objet):vide;

Tas

fonction valeur(ref T:tas d'objet): objet ;

fonction ajouter(ref T:tas de objet, val v:objet):vide;
fonction supprimer(val T:tas de objet):vide;
fonction creerTas(ref T:tas,val:v:objet):vide;
fonction detruireTas(ref T:tas):vide;

File de priorité

fonction changeValeur(ref T:tas d'objet,val s:sommet,val v:objet):vide;

Dictionnaire

fonction appartient((ref d:dictionnaire,val M::mot):booléen;
fonction creerDictionnaire(ref d: dictionnaire):vide ;
fonction ajouter(ref d:dictionnaire,val M::mot):vide;
fonction supprimer(ref d:dictionnaire,val M:mot):vide;
fonction detruireDictionnaire(ref d:dictionnaire):vide;

Table de Hachage

fonction chercher(ref T:tableHash de clés, val v:clé):curseur;
fonction créerTableHachage(ref T: tableHash de clé, ref h:fonction):vide;
fonction ajouter(ref T:tableHash de clé,val x:clé):booleen;
fonction supprimer((ref T:tableHash de clé,val x:clé):vide;

FIN