

Téléinformatique & Protocoles

TD7 : Codes d'erreur

Exercice I

On considère le code constitué de 7 bits d'information et un bit de contrôle de parité paire.

1. Ce code est-il un code linéaire ? Si oui donner sa matrice génératrice, son poids minimal et en déduire ses capacités de détection et de correction d'erreur.
2. Même question pour le code à contrôle de parité impaire.
3. Montrer qu'un polynôme $p(X)$ à coefficients dans \mathbb{Z}_2 est divisible par $1 + X$ si et seulement si la somme des coefficients vaut 0 modulo 2.
4. Le code à parité paire est-il polynomial ? Si oui donner son polynôme générateur.
5. Même question pour le code à parité impaire.

Exercice II

On considère un code polynomial C de longueur n engendré par un polynôme $g(X)$ de degré $d = n - k$.

1. Soit $e(X)$ un polynôme correspondant à une configuration d'erreur. Autrement dit, supposons que le récepteur, au lieu de recevoir $p(X)$ qui est un mot de code, reçoit $p(X) + e(X)$. Montrer que cette erreur est détectable par C si et seulement si $g(X)$ ne divise pas $e(X)$.
2. Soit C' le code polynomial de longueur $n + 1$ engendré par $g'(X) = Xg(X)$. Quelle est la valeur du bit de poids faible d'un mot de C' ? Que peut-on dire des pouvoirs détecteurs et correcteurs de C' par rapport à ceux de C ? Conclusion ?

On suppose par la suite, que $g(X)$ n'est pas divisible par X .

3. Montrer que si $g(X)$ divise $X^i P(X)$ alors il divise $P(X)$.
4. Donner une condition nécessaire et suffisante sur $g(x)$ pour que
 - C détecte une erreur
 - C détecte deux erreurs

On dit qu'un code détecte des paquets d'erreurs de longueur p si et seulement si toute configuration d'erreurs portant sur p bits consécutifs est détectable. Par exemple des erreurs sur les bits 2 et 4 forment un paquet d'erreur de longueur 3.

5. Donner une condition nécessaire et suffisante sur $g(X)$ pour que C détecte les paquets d'erreur de longueur 2, et plus généralement de longueur p .
6. Quelles sont les capacités de détection d'erreurs indépendantes et de paquets d'erreur du code de longueur 12 engendré par $g(X) = X^2 + X + 1$.