

Sujet de stage¹ : domination de puissance dans les graphes

Encadrant : Paul Dorbec²

Thème Graphes et applications,
Équipe Combinatoire et Algorithmique
LaBRI, Université de Bordeaux - CNRS, France

La domination de puissance est un problème de graphes récemment introduit dans [1]. Elle modélise un problème d'affectation d'unités de mesure de phase (PMU) dans un réseau électrique permettant de déduire l'état de tout le réseau grâce aux lois de Kirschhoff. Il s'agit d'une variante dynamique de la domination présentant des similarités avec le jeu de la vie.

En termes de graphes, tel que présenté dans [4] et simplifié dans plusieurs papiers, le problème se décrit de façon algorithmique. Étant donné un ensemble de départ S , on définit l'ensemble M des sommets surveillés (monitored) par induction de la façon suivante :

Initialisation : au départ, M contient tous les sommets de S et leurs voisins.

Propagation : tant qu'il existe un sommet v seul voisin hors de M d'un sommet w dans M , on ajoute v à l'ensemble des sommets surveillés.

La première étape correspond à une domination standard, tandis que la deuxième étape traduit une propagation similaire à des phénomènes apparaissant dans le jeu de la vie par exemple. Un ensemble S est appelé *dominant de puissance* si à la fin de la propagation, M contient tous les sommets du graphe. Naturellement, l'objectif est de trouver le cardinal minimum d'un tel ensemble S , appelé *nombre de domination de puissance du graphe*.

Le problème de domination de puissance a été l'objet de nombreuses études sur le point de vue algorithmique. Entre autres, il s'est avéré NP-complet même restreint aux graphes bipartis ou aux graphes triangulés [4], et des algorithmes linéaires ont été proposés pour les graphes d'intervalles et arc circulaires [5]. D'un point de vue structurel, on notera les récents travaux sur la domination de puissance des produits de graphes [2, 3]. La problématique est encore assez neuve et reste largement à explorer.

Au cours de ce stage, l'étudiant fera une courte recherche bibliographique pour se familiariser avec le sujet puis étudiera la domination de puissance sur les classes de graphes usuelles et leurs produits (Cartésien, fort, direct). Le stagiaire pourra aussi s'intéresser au nombre de domination de puissance à propagation bornée, ou l'on limite le nombre d'étapes de propagation.

1. stage cofinancé à 50% par Chaire Dorbec

2. paul.dorbec@labri.fr

Références

- [1] T.L. Baldwin, L. Mili, M.B. Boisen, R. Adapa, Power system obserability wih minimal phasor measurement placement, *IEEE Trans Power System* 8(2) (1993) p 707-715.
- [2] P. Dorbec, M. Mollard, S. Klavžar; S. Špacapan, Power Domination in product graphs, *SIAM J. Discrete Math.* 22(2) (2008) p 554-567.
- [3] M. Dorffing, M.A. Henning, A note on power domination in grid graphs, *Discrete Applied Math.* 154(6) (2006) p 1023-1027.
- [4] T.W. Haynes, S.M. Hedetniemi, S.T. Hedetniemi et M.A. Henning, Domination in graphs applied to electric power networks, *SIAM J. Discrete Math.* 15(4) (2002) p 519-529.
- [5] C.S. Liao, D.T. Lee, Power Domination Problem in Circular-arc graphs, manuscript.