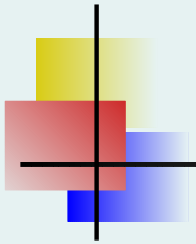


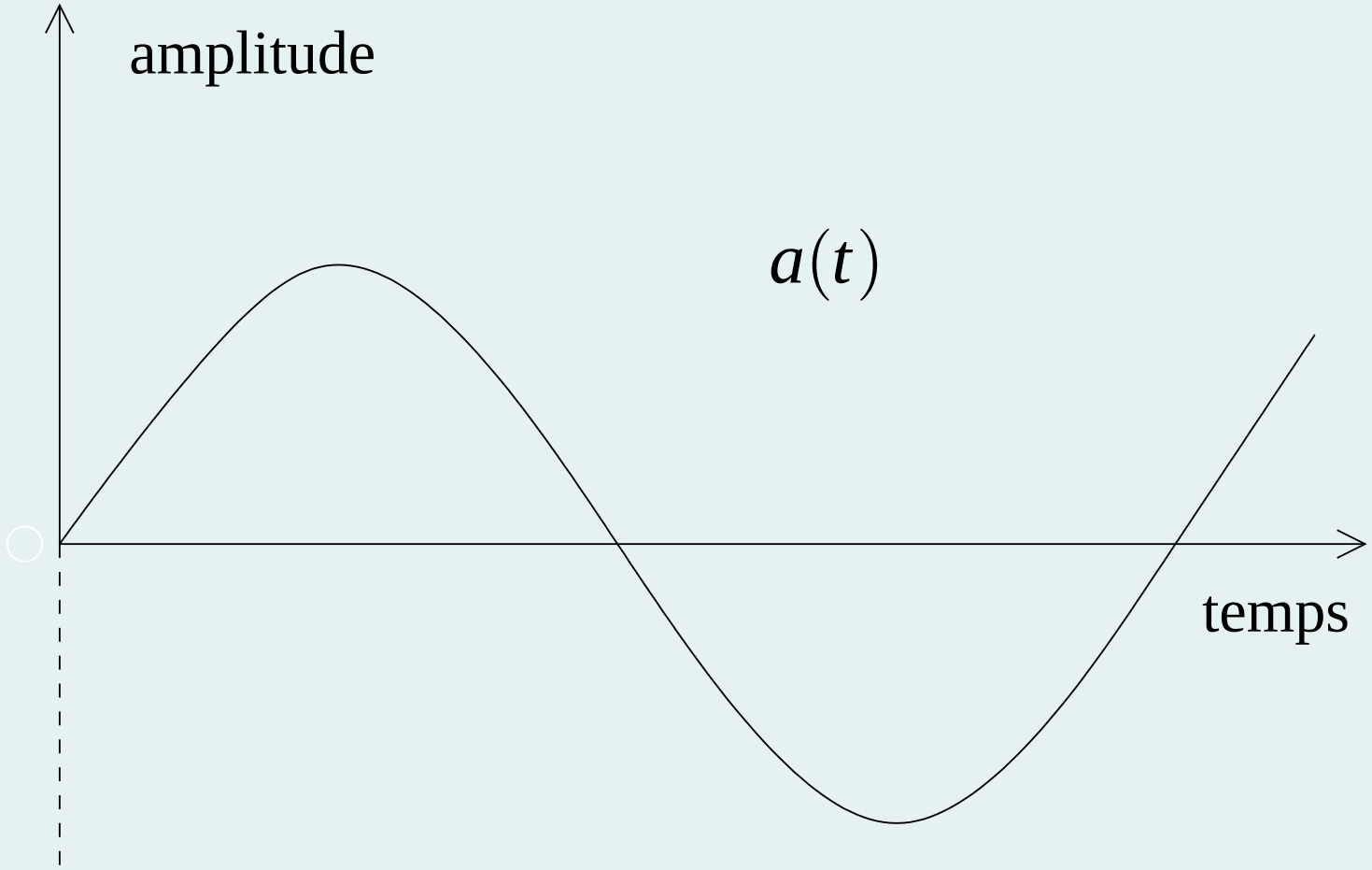
MASTER - Année 1

Image et Son : Partie 2

Pierre Hanna

hanna@labri.fr

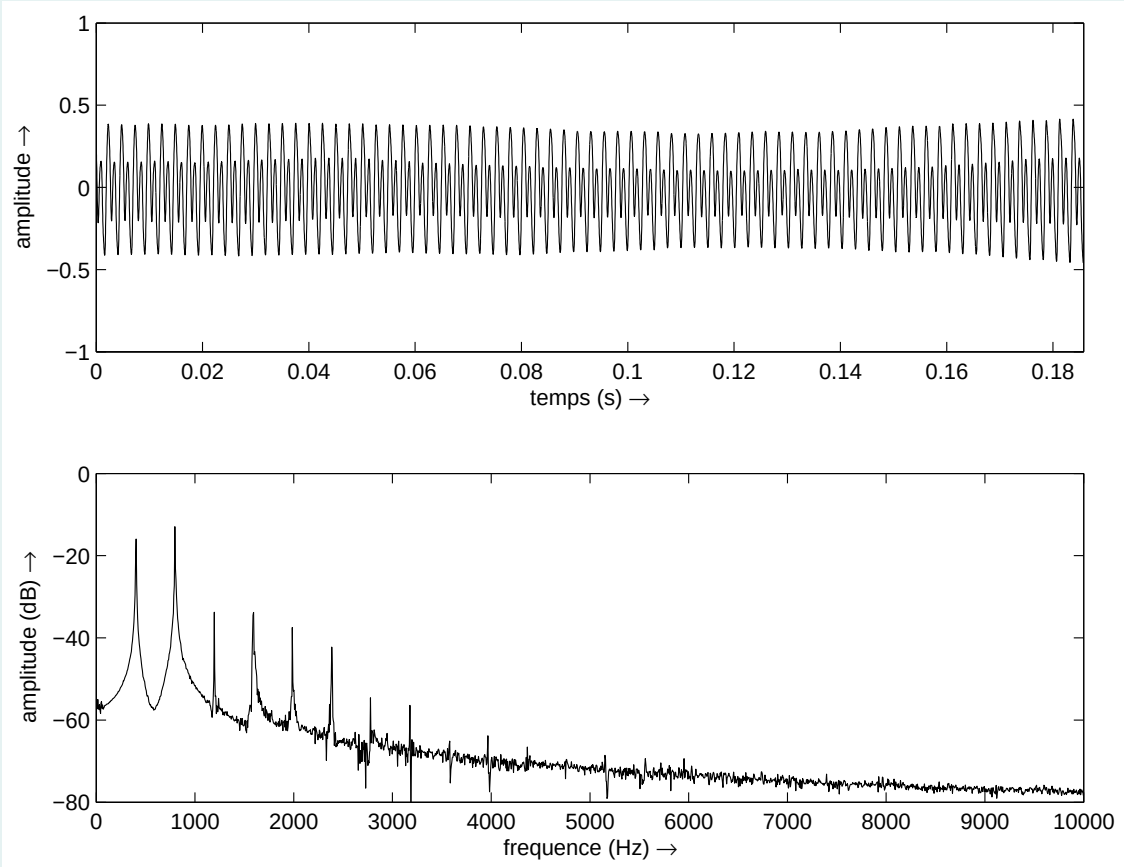
Domaine temporel



$a(t)$: amplitude du signal en fonction du temps

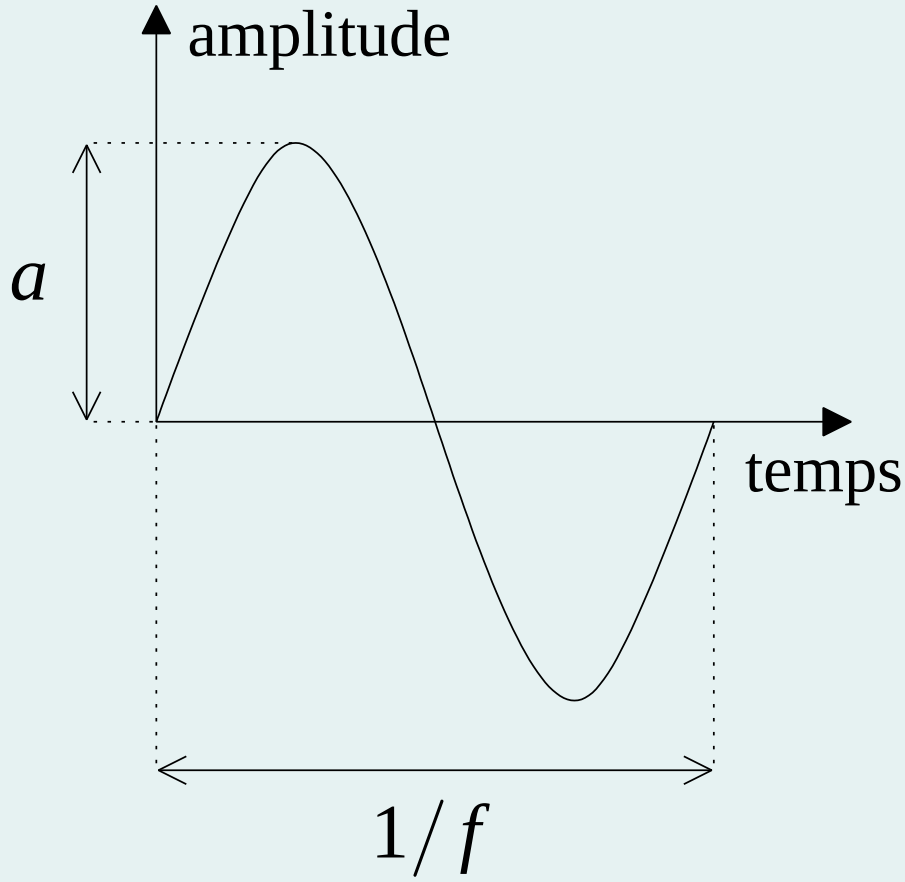
Représentation fréquentielle/spectrale

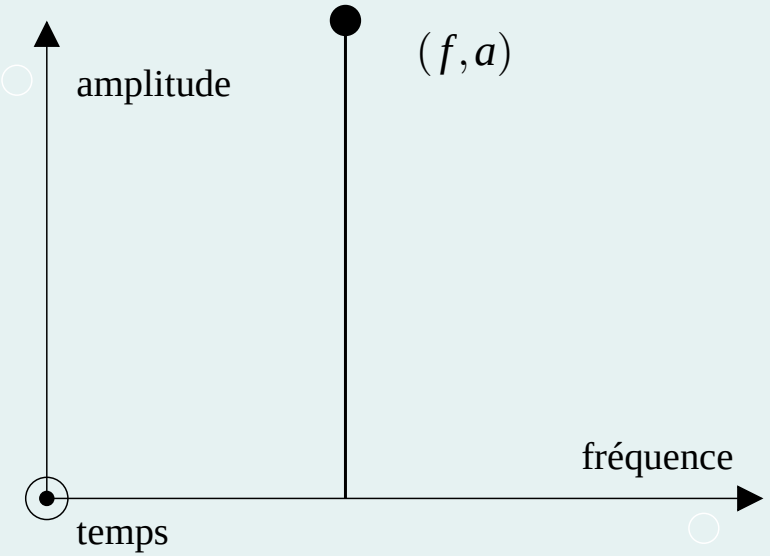
Représentation spectrale : amplitude en fonction de la fréquence (**spectre**)



Exemple de deux représentations d'un même signal de flûte

Spectre

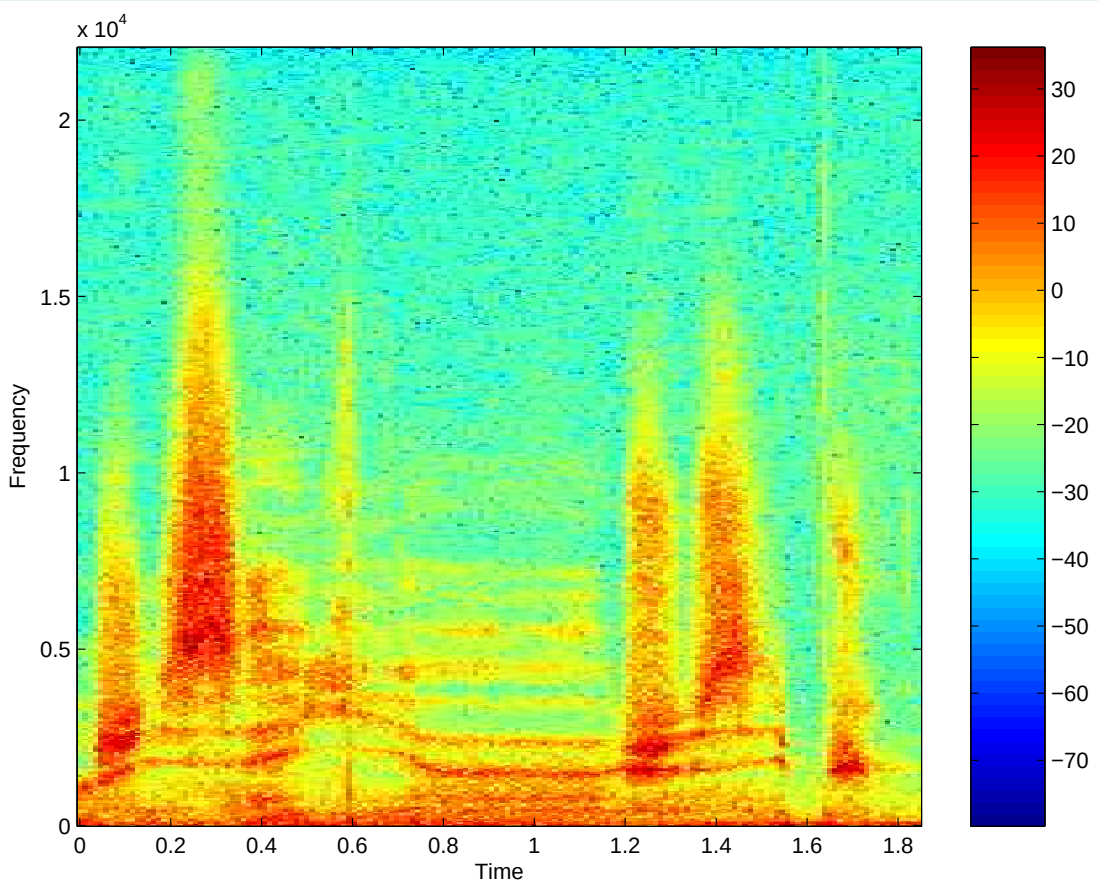




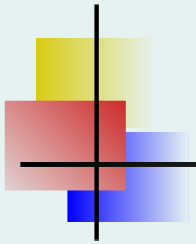
Représentation amplitude-fréquentielle-temps

Spectrogramme permet de visualiser l'évolution de l'énergie en fonction du temps et des fréquences :

- ordonnée : fréquence
- abscisse : temps
- couleur (3ème dimension) : amplitude



Exemple d'un spectrogramme



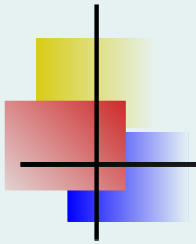
temporel → fréquentiel

Il est donc nécessaire de pouvoir décomposer n'importe quel signal en une série de fonctions périodiques élémentaires (sinusoïdes)

Un outil mathématique permet cette transformation : la **transformée de Fourier**.

Problèmes :

- Besoin de connaître les limites de cette transformation
- Besoin de connaître le coût du calcul
- Signal discret
- Signal non infini



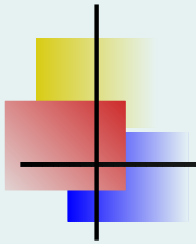
Analyse de Fourier

L'analyse de Fourier doit son nom au mathématicien français J.B. Fourier (1768-1830).

L'analyse de Fourier est une opération mathématique permettant de décomposer un signal en une somme de signaux élémentaires particuliers. Ces signaux s_e sont **périodiques** et **complexes**:

$$s_e(t) = \exp(j2\pi ft) = \cos(2\pi ft) + j\sin(2\pi ft)$$

où f est la fréquence du signal élémentaire.
le signal est supposé **périodique de période** T.



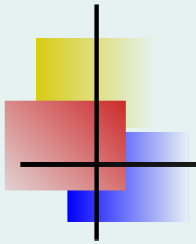
Transformée de Fourier

C'est une série d'opérations mathématiques qui permet d'associer à un signal, une série de sinusoïdes de fréquences f, d'amplitudes a et de phases déterminées ϕ :

$$x(t) = \sum_i a_i \sin(2\pi f_i t + \phi_i)$$

$$(x_i, t) \Longrightarrow (a_i, f_i, \phi_i)$$

représentation temporelle $\Longrightarrow$ représentation fréquentielle ou spectrale



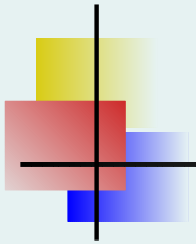
Transformée de Fourier : définition

La transformée de Fourier permet de définir le spectre **complexe** $X(f)$ du signal $x(t)$ par la relation :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp^{-2\pi j f t} \, dt$$

$$\text{avec } j^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \cos(\omega t) &= \frac{1}{2}(\exp(j\omega t) + \exp(-j\omega t)) \\ \sin(\omega t) &= \frac{1}{2j}(\exp(j\omega t) - \exp(-j\omega t)) \end{aligned}$$



Nombres complexes (rappels)

deux notations pour le nombre complexe c:

- notation cartésienne: $c = x + jy$

  x (partie réelle) et y (partie imaginaire) sont des réels.

  On note $\mathrm{Re}(c) = x$ et $\mathrm{Im}(c) = y$.

  j est l'imaginaire pur (complexe tel que $j^2 = -1$).

- notation polaire: $c = ae^{j\phi}$

  a (module / amplitude) et ϕ (argument / phase) sont des réels.

  e désigne la fonction exponentielle complexe (notation d'Euler).

conversions:

- passage polaire $\rightarrow$ cartésien:

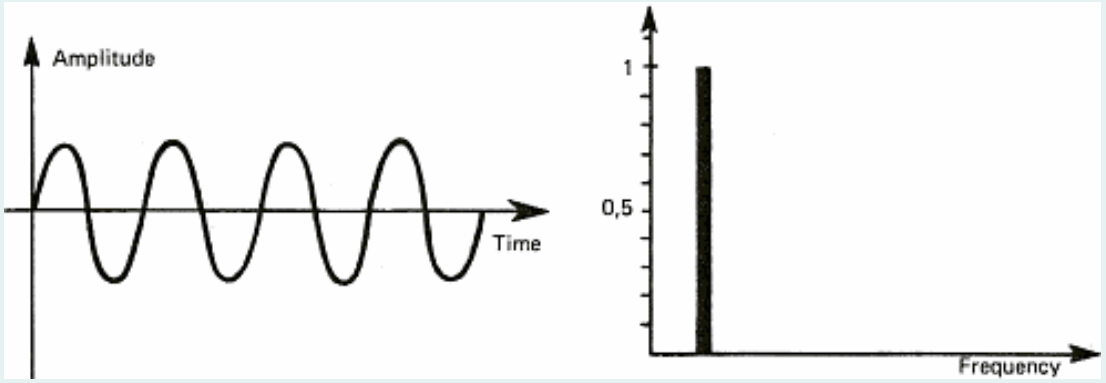
  $x = a\cos(\phi)$ et $y = a\sin(\phi)$ (formule d'Euler).

- passage cartésien $\rightarrow$ polaire:

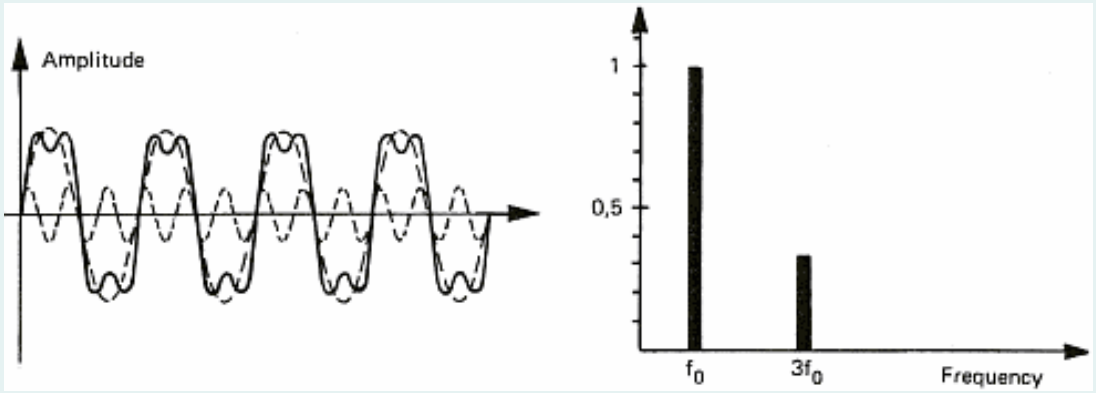
  $a = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ et $\phi = \arctan(y/x) + \alpha(x) \cdot \pi$, où $\alpha(x)$ vaut 1 si x est négatif, et 0 sinon.

Transformée de Fourier : définition

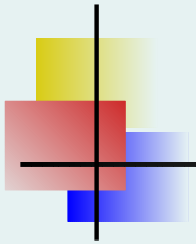
Exemple de représentation fréquentielle :



1 sinusoïde



2 sinusoïdes



Principe de la TF

Le **théorème de Fourier** indique que ce signal s peut être représenté par sous la forme:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)]$$

La transformée de Fourier repose sur le principe d'orthogonalité:

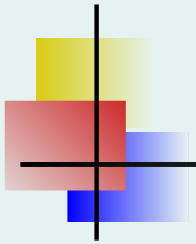
$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin(\omega_n t) \cos(\omega_m t) dt = 0 \qquad \forall n, m$$

$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(\omega_n t) \cos(\omega_m t) dt = 0 \qquad \forall n \neq m$$

$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(\omega_n t) \cos(\omega_m t) dt = 1 \qquad \forall n = m \neq 0$$

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

où



Principe de la TF

Ainsi, pour m fixé, nous pouvons écrire:

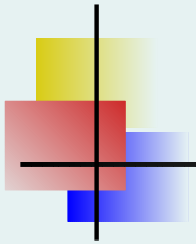
$$B_m = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\sin(\omega_m t)dt$$

$$B_m = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [A_0\sin(\omega_m t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\cos(\omega_n t)\sin(\omega_m t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n\sin(\omega_n t)\sin(\omega_m t)]dt$$

$$B_m = A_0\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin(\omega_m t)dt + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(\omega_n t)\sin(\omega_m t)dt + \sum_{n=1}^{\infty} B_n\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin(\omega_n t)\sin(\omega_m t)dt$$

Ainsi, d'après les relations d'orthogonalité, nous pouvons simplifier et retrouver la valeur de B_m:

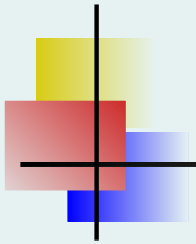
$$B_m = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\sin(\omega_n t)dt$$



Principe de la TF

La valeur A_0 représente la moyenne du signal. Dans le cas d'un signal électrique, on parle de *composante continue* (DC Direct Current):

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt$$



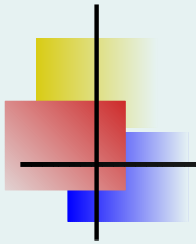
Transformée de Fourier inverse

La transformée de Fourier $\mathscr{F}$ est une application réversible :

$$\mathscr{F}^{-1}[\mathscr{F}(x)] = x$$

La transformée inverse de Fourier est définie par la relation :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp^{+2\pi j f t} \, df$$



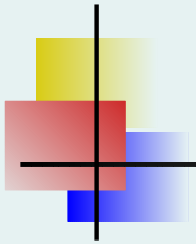
Exercice

Soit le signal *rectangle* $s(t)$ défini par:

$$\text{si} \quad t \in [-\frac{T_0}{2}; \frac{T_0}{2}], \quad s(t) = A; \qquad \text{sinon} \quad s(t) = 0$$

où A est l'amplitude du signal, et T_0 sa période.

Calculer la transformée de Fourier du signal s.

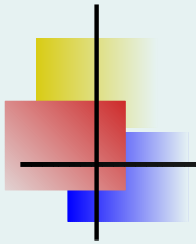


Spectre

Approche spectrale: on ne s'intéresse qu'à la valeur des coefficients A_n et B_n

Le **spectre** peut être simplement vu comme la représentation des valeurs des coefficients A_n et B_n en fonction de n.

Sachant que n représente un nombre de périodes, les coefficents peuvent être interprétés comme des **fréquences**.



Propriétés de la transformée de Fourier

La transformée de Fourier possède quelques propriétés essentielles :

- La transformée de Fourier est une application linéaire:

$$\mathrm{S}(\alpha x + \beta y) = \alpha X(f) + \beta Y(f)$$

- Echelle

  Quel que soit le réel c,

$$\mathrm{S}(x(ct)) = \frac{1}{c} X(\frac{f}{c})$$

Propriétés de la transformée de Fourier

- Retard

  Quel que soit le réel t_0,

$$\mathrm{S}(x(t-t_0)) = \exp(-2\pi j f_0 t) X(f)$$

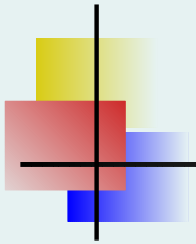
- Décalage en fréquence

  Quel que soit le réel f_0,

$$\mathrm{S}(\exp(2\pi j f_0 t) x(t)) = X(f - f_0)$$

- Dérivation

$$\mathrm{S}(x'(t)) = 2\pi j f X(f)$$

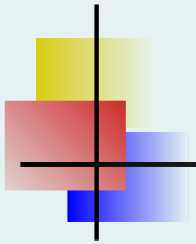


Convolution et transformée de Fourier

- La transformée de Fourier d'un produit de deux signaux est la **convolution** des transformées de Fourier des signaux. Ainsi, pour deux signaux x et y :

$$\mathrm{S}(xy) = X(f) \star Y(f)$$

$$\mathrm{S}(x * y) = X(f)Y(f)$$



Théorème de Parseval

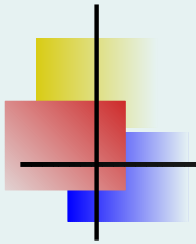
Le théorème de Parseval découle de la définition et des propriétés de la transformée de Fourier:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)dt = \lim_{\Omega\to\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} |X(\omega)|^2 d\omega$$

ce qui peut également s'écrire:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

La **densité spectrale d'énergie** (DSE) est définie par la fonction qui associe à une fréquence f la valeur $|X(f)|^2$.



Transformée de Fourier en temps discret

Si nous considérons que le temps est discret, le signal devient :

$$x[k] = x(kT_e)$$

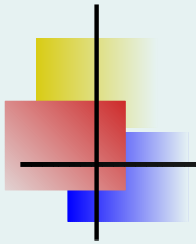
où T_e est la période d'échantillonnage (en s) (inverse de la fréquence d'échantillonnage F_e (en Hz))

La transformée de Fourier est adaptée aux signaux numériques (échantillonnés), par la transformée de Fourier en temps discret :

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\frac{2\pi f n}{Fe}}$$

où x représente le signal et $X(f)$ l'estimation du spectre.

$$t \Longrightarrow \frac{n}{F_e}$$

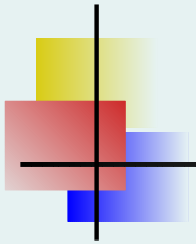


Transformée de Fourier discrète

Si le signal est de durée finie

$\Rightarrow$ **transformée de Fourier discrète** (DFT pour *discrete Fourier Transform*) :

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi f n}{Fe}}$$



Propriétés de la DFT

Pour un signal **réel**

Symétrie

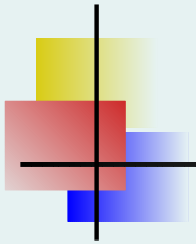
Le spectre obtenu par la transformée de Fourier discrète est symétrique :

$$\forall f, \quad S(f) = S(-f)$$

Périodicité

La transformée de Fourier discrète d'un signal est une fonction périodique de période F_e:

$$\mathrm{S}(f + mF_e) \quad = \quad \mathrm{S}(f)$$



Discrétisation des fréquences

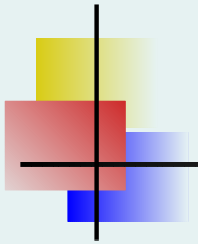
signal analysé discret (échantillons) $\rightarrow$ discrétisation des fréquences
la transformée discrète de Fourier définit des amplitudes correspondant à des fréquences discrètes, notées F_k.

Cette discrétisation est évidemment reliée à :

- la fréquence d'échantillonnage F_e
- la taille de la fenêtre de signal N pour laquelle le calcul est effectué

Les fréquences f_k valent :

$$\forall k \in \{0; N\}, \quad f_k = k\frac{F_e}{N}$$

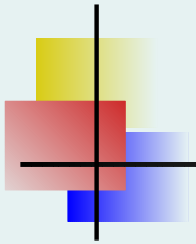


DFT

La transformée de Fourier discrète peut donc aussi s'écrire :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

- signal réel $\rightarrow$ spectre conjugué-symétrique
- fréquence maximale: fréquence de Nyquist $F_e/2$
- spectre discret (échantillonné, par pas de F_e/N Hertz)
- spectre **périodique** (de période N)
- un facteur de normalisation $\frac{2}{N}$ est souvent employé dans l'équation pour obtenir la valeur exacte des amplitudes du spectre.

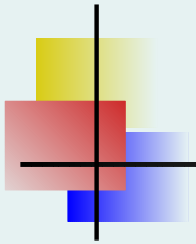


Amplitudes et phases

Les valeurs des amplitudes et des phases de chacune des N composantes fréquentielles (casiers, *bins*), sont espacées de $\frac{F_e}{N}$.

Ces amplitudes et ces phases sont directement accessibles à partir des complexes $X(k)$ donnés par la transformée de Fourier discrète :

$$\begin{aligned} A_k &= |X(k)| = \sqrt{[\mathrm{Re}(X(k))]^2 + [\mathrm{Im}(X(k))]^2} \\ \phi_k &= \arg(X(k)) = \arctan \frac{\mathrm{Im}(X(k))}{\mathrm{Re}(X(k))} \end{aligned}$$



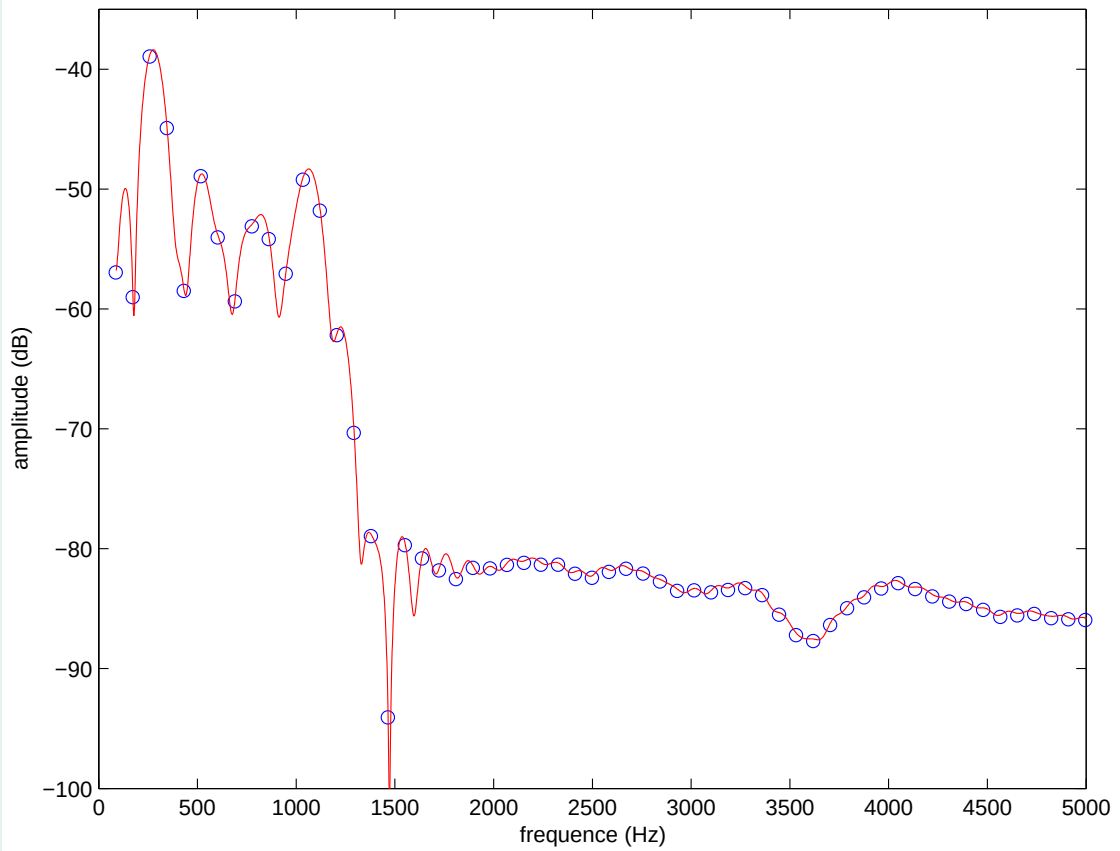
Egalité de Parseval

Calcul de l'**énergie** du signal aussi bien sur une représentation temporelle que sur une représentation spectrale.

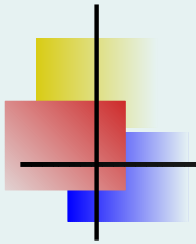
Dans le cas discret, l'**égalité de Parseval** précise cette égalité:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2 = \sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$$

DFT : exemple

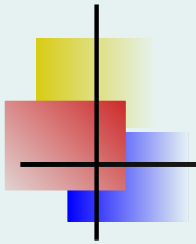


spectre discret



Dualité temporel / spectral

domaine temporel	domaine spectral
zéro 0	zéro 0
impulsion de Dirac	constante
sinusoïde	impulsion de Dirac
addition $+$	addition $+$
convolution $\star$	**multiplication** $\times$
multiplication $\times$	**convolution** $\star$

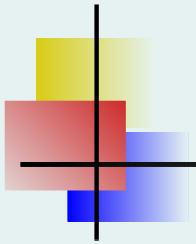


Transformée de Fourier : coût

Le calcul d'une transformée de Fourier est coûteux :

- en temps de calcul
- en mémoire nécessaire pour sauvegarder le signal à analyser

Or l'analyse d'un son (ou d'un signal) requiert le calcul de nombreuses DFT.
complexité: $O\left(N^2\right)$
$\rightarrow$ besoin d'un algorithme efficace

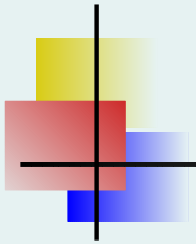


Transformée rapide de Fourier

Sur le plan du temps, le calcul selon un algorithme naïf de la transformée de Fourier discrète d'un signal de N échantillons nécessite, pour chaque valeur k, N multiplications complexes et $N-1$ additions complexes (double boucle)
$\Longrightarrow N^2$ multiplications complexes et $N^2 - N$ additions complexes : la complexité est en $\mathcal{O}(N^2)$.

Pour accélérer le temps de calcul et pour réduire la mémoire nécessaire au calcul, plusieurs algorithmes ont été proposés.

Le plus classique (algorithme de Colley-Tukey) : *diviser pour régner*
$\Longrightarrow$ au lieu d'effectuer le calcul sur N échantillons, il est effectué 2 fois sur deux signaux de $\frac{N}{2}$ échantillons. Le signal est découpé en segments.



Algorithme de FFT

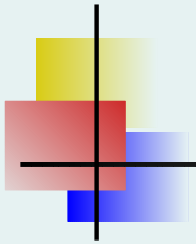
Nous notons dans la suite $W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$. La transformée de Fourier discrète s'écrit donc :

$$
\begin{aligned}
X(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn} \\
X(k) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m] W_N^{2mk} + x[2m+1] W_N^{(2m+1)k} \\
X(k) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m] W_N^{2mk} + x[2m+1] W_N^{k} W_N^{2mk}
\end{aligned}
$$

Algorithme de FFT (2)

En remarquant que $W_N^{2mk} = W_{\frac{N}{2}}^{mk}$, l'équation précédente devient :

$$
\begin{aligned}
X(k) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m] W_{\frac{N}{2}}^{mk} + x[2m+1] W_N^k W_{\frac{N}{2}}^{mk} \\
X(k) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m] W_{\frac{N}{2}}^{mk} + W_N^k \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m+1] W_{\frac{N}{2}}^{mk} \\
X(k) &= X_2(k) + W_N^k X_3(k)
\end{aligned}
$$



Algorithme de FFT (3)

De plus, il est possible de simplifier en appppliquant la périodicité ($\frac{N}{2}$) de $W^{mk\frac{N}{2}}$:

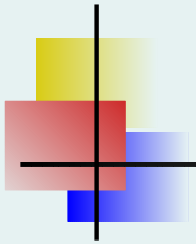
$$\begin{aligned} X_1(k) &= X_1(k+\frac{N}{2}) \\ X_2(k) &= X_2(k+\frac{N}{2}) \end{aligned}$$

et que :

$$W_N^{k+\frac{N}{2}} = -W_N^k$$

Ainsi, pour $k \in \{0;1;\ldots;\frac{N-1}{2}\}$, la transformée de Fourier discrète s'écrit donc :

$$\begin{aligned} X(k) &= X_1(k) + W_N^k X_2(k) \\ X(k+\frac{N}{2}) &= X_1(k) - W_N^k X_2(k) \end{aligned}$$



Coût de l'algorithme FFT

Le coût de l'algorithme est donc :

- $(\frac{N}{2})^2$ multiplications pour X_1 et X_2 (2 DFTs)
- $\frac{N}{2}$ multiplications pour la reconstruction

Total : $2(\frac{N}{2})^2 + \frac{N}{2} = \frac{N^2}{2} + \frac{N}{2} \approx \frac{N^2}{2}$ multiplications au lieu des N^2 multiplications initiales.

En redivisant ce processus par 2, on obtient $4(\frac{N}{4})^2 + 2\frac{N}{4} + \frac{N}{2} = \frac{N^2}{4} + 2\frac{N}{2} \approx \frac{N^2}{4}$. En effectuant cette redivision plusieurs fois, on arrive à une transformée de Fourier sur 2 éléments.

Coût de l'algorithme FFT (2)

Le coût C de l'algorithme provient donc uniquement de la reconstruction :

$$C = m\frac{N}{2}$$

où $m = \log_2(N)$. L'algorithme est donc en $\mathcal{O}(N\log_2(N))$ au lieu de $\mathcal{O}(N^2)$.

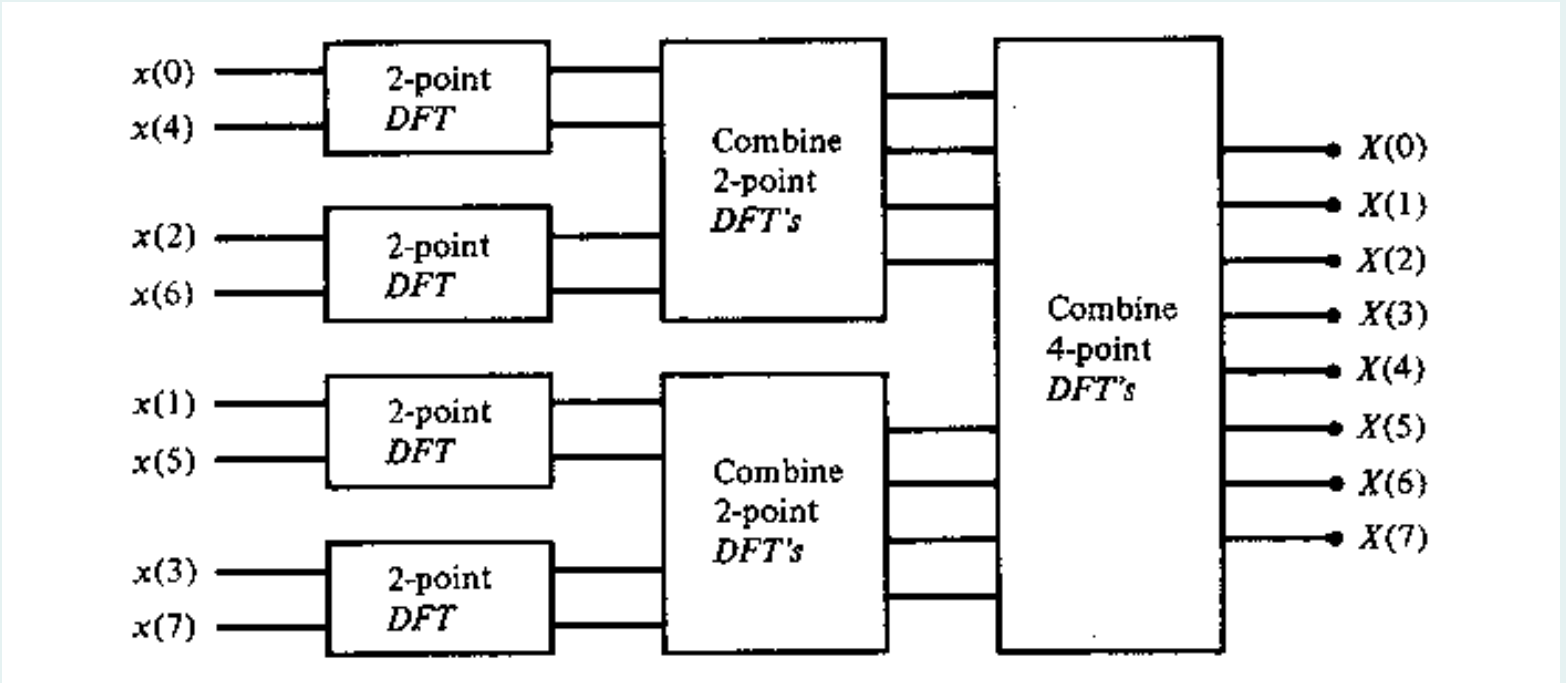


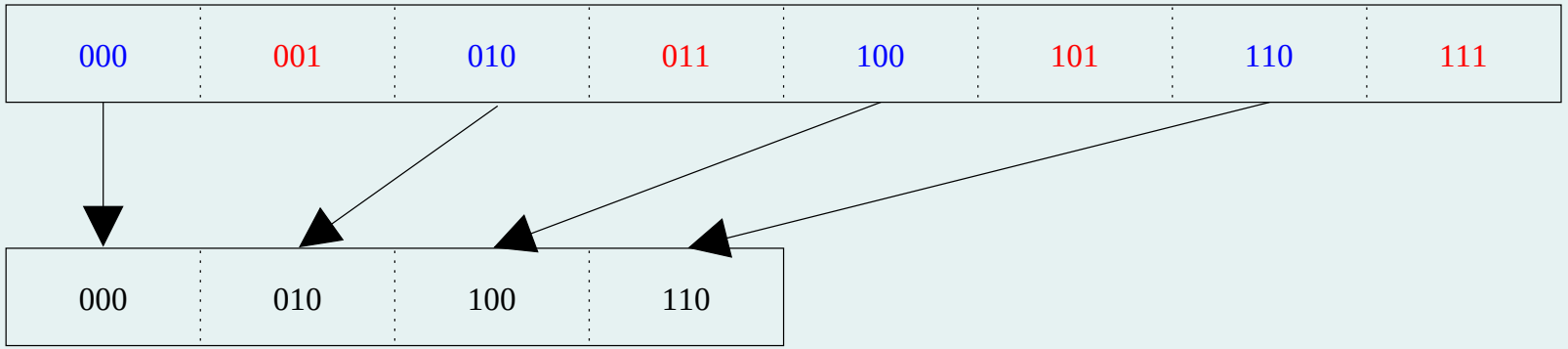
Illustration de l'algorithme de la transformée rapide de Fourier.

Exemple: $N = 8$

graphe *butterfly* (papillon)

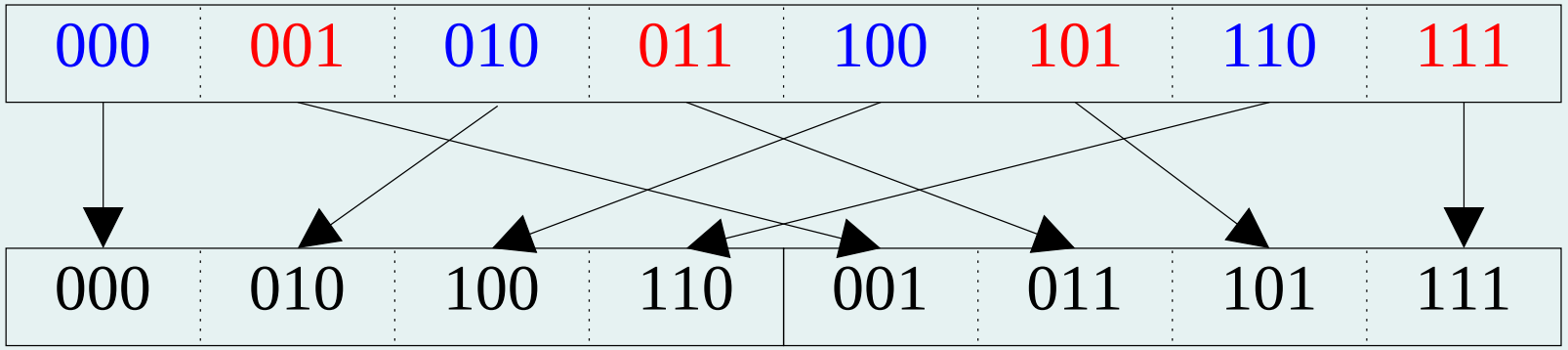
Exemple: N = 8

graphe *butterfly* (papillon)



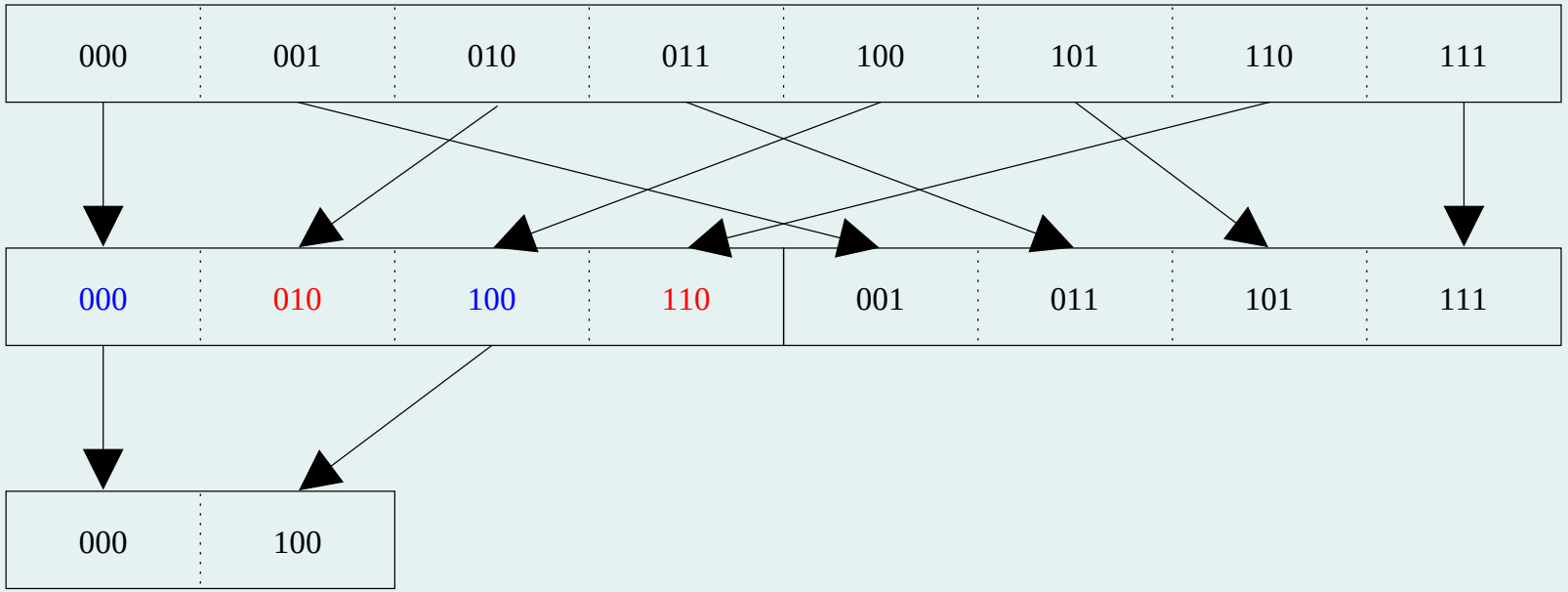
Exemple: $N = 8$

graphe *butterfly* (papillon)



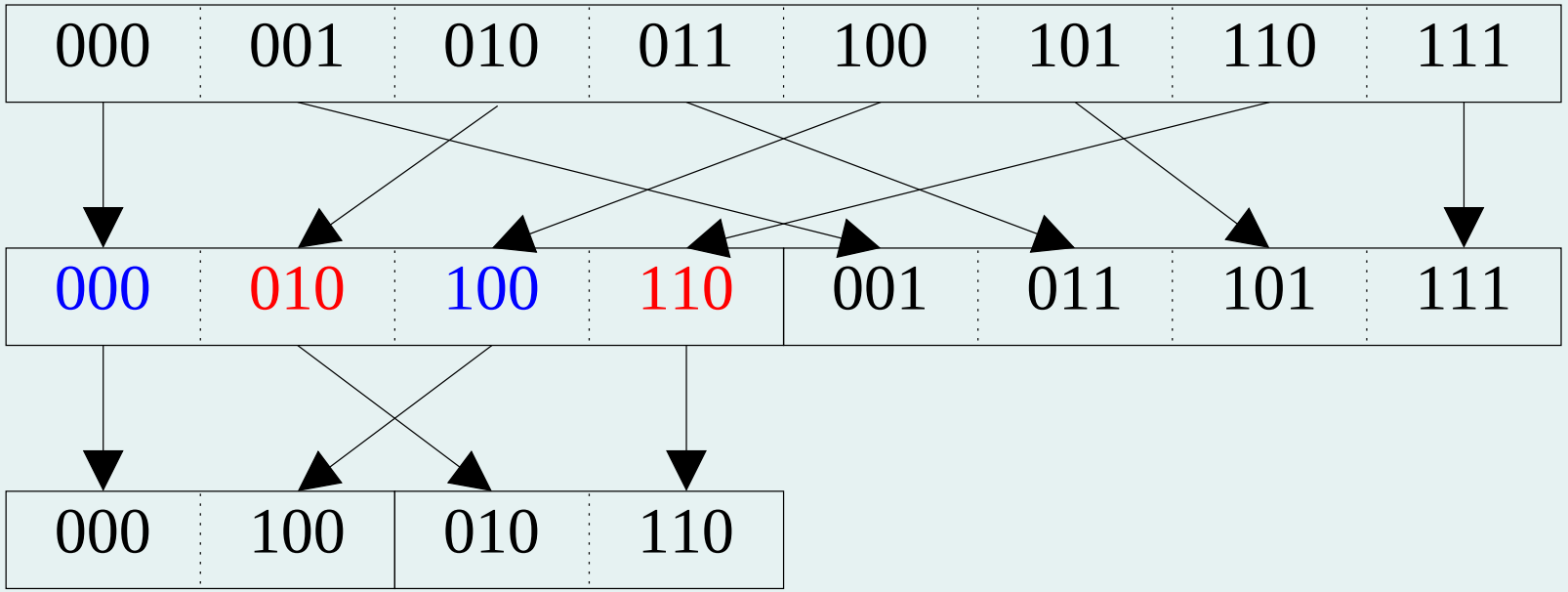
Exemple: N = 8

graphe *butterfly* (papillon)



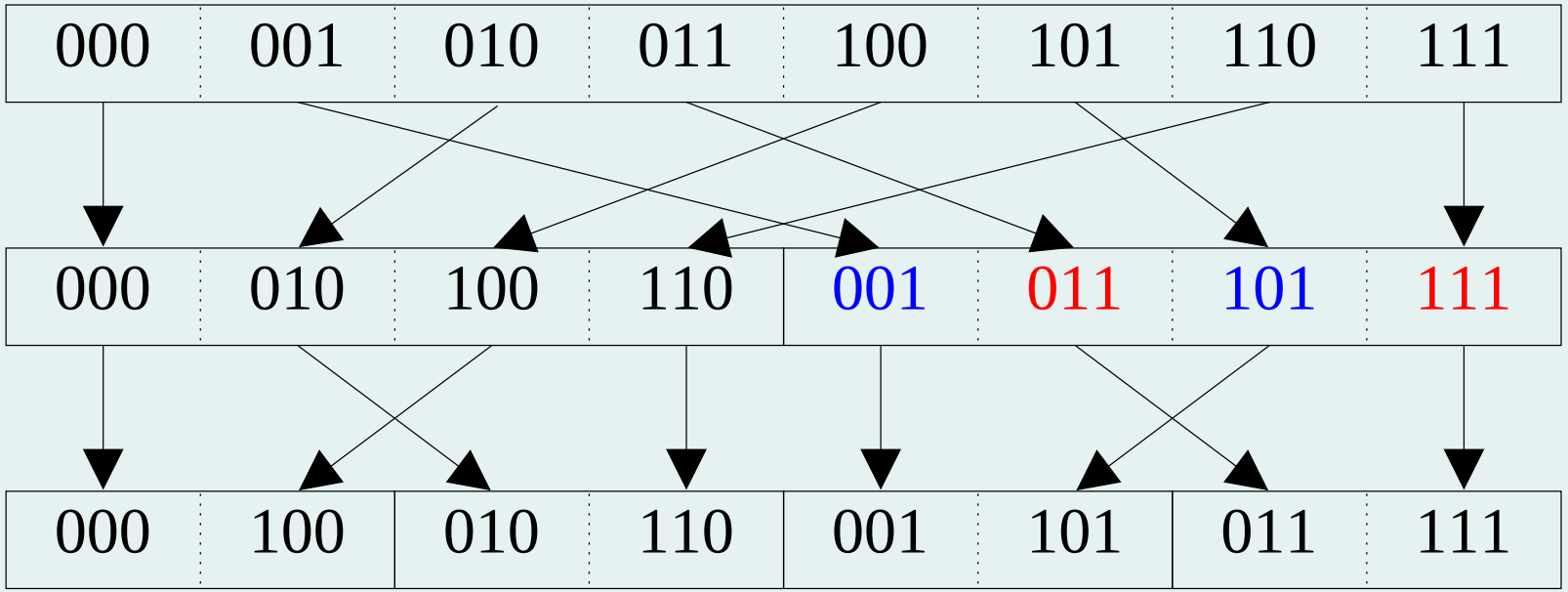
Exemple: N = 8

graphe *butterfly* (papillon)



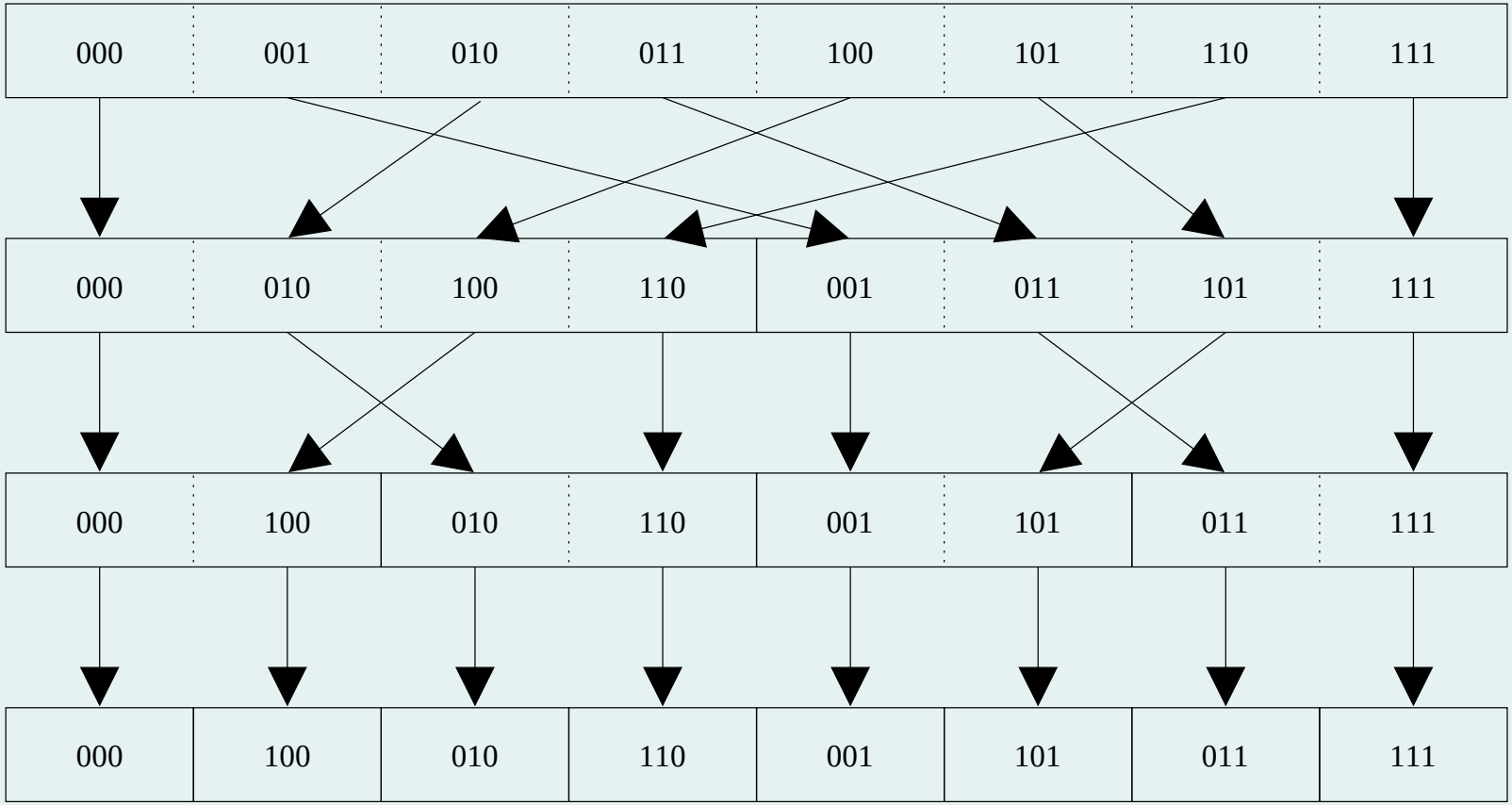
Exemple: $N = 8$

graphe *butterfly* (papillon)



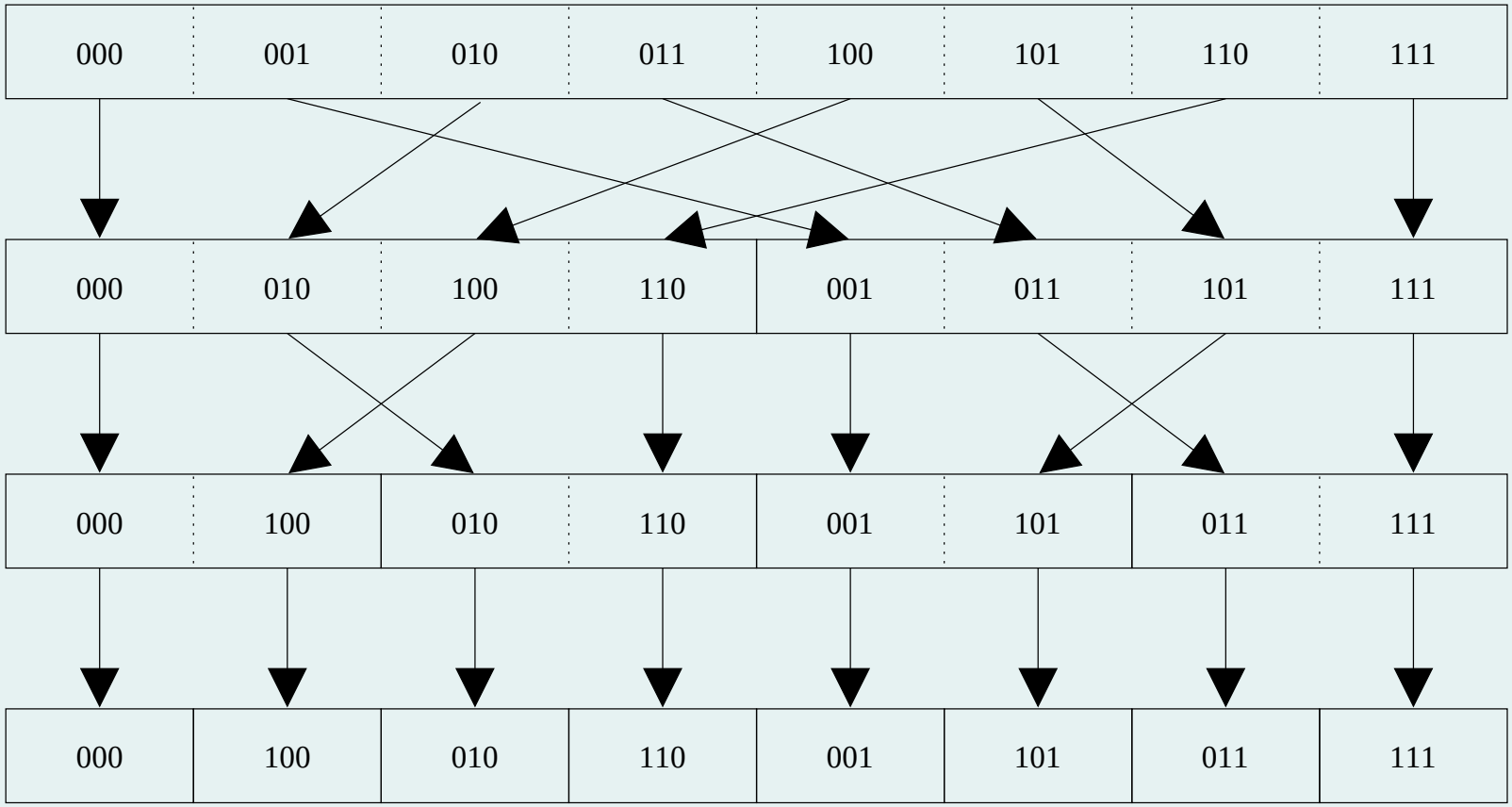
Exemple: $N = 8$

graphe *butterfly* (papillon)

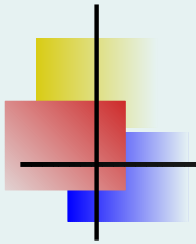


Exemple: $N = 8$

graphe *butterfly* (papillon): profondeur $\log_2(N) = 3$



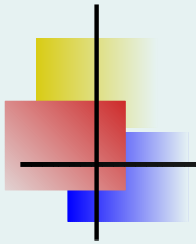
les indices se retrouvent permuttés. . . *(“bit reversal”)*



Exercice

Calculer la transformée de Fourier du signal s

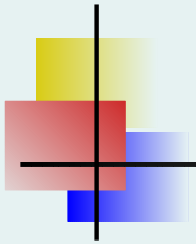
$$s = [2 - 31 - 1]$$



Coût de l'algorithme FFT

L'algorithme de transformée rapide de Fourier (*Fast Fourier Transform* ou FFT) permet de calculer la transformée de Fourier d'un signal de longueur N avec une complexité en $\mathcal{O}(N \log_2(N))$

Contrainte : N est une puissance de 2.

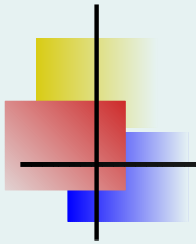


Implémentation de la FFT

Une implémentation de cet algorithme est proposée par le MIT sous le nom de FFTW (*Fastest Fourier Transform in the West*)

`www.fftw.org`

$\Longrightarrow$ *utilisation en TD*



bibliothèque FFTW (1/4)

- en-tête:

```
#include <complex.h>
#include <fftw3.h>
```

- compilation:

```
gcc -I/usr/include -c exemple.c -o exemple.o
gcc exemple.o -o exemple -L/usr/lib -lfftw3 -lm
```

- fonctionnement en 2 temps...

bibliothèque FFTW (2/4)

1ère étape:

- création d'un plan (une fois au début):

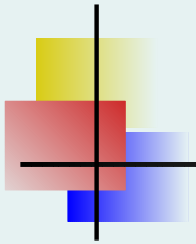
```
static fftw_plan plan;
fftw_complex data_in[N];
fftw_complex data_out[N];
 ...
plan = fftw_plan_dft_1d(N, data_in, data_out, FFTW_FORWARD
                        , FFTW_ESTIMATE);
```

bibliothèque FFTW (3/4)

2ème étape:

- utilisation du plan (autant de fois que nécessaire ensuite):

```
#define N 1024
 ...
fftw_real s[N];  /* domaine temporel */
 ...
fftw_complex data_in[N];
fftw_complex data_out[N];
 ...
for (i=0; i<N; i++)
  {
    data_in[i] = s[i];
  }
 ...
fftw_execute (plan);
```



bibliothèque FFTW (4/4)

- à la fin, destruction de ce plan:

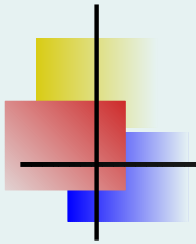
```
fftw_destroy_plan (plan);
```

Transformée de Fourier inverse

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)\, e^{+i2\pi ft}\, df$$

bibliothèque FFTW:

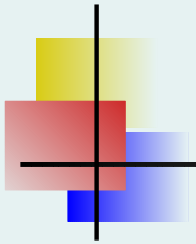
```
 ...
plan = fftw_plan_dft_1d(N, data_in, data_out, FFTW_BACKWARD
                          , FFTW_ESTIMATE);
 ...
fftw_execute (plan);
 ...
for (i=0; i<N; i++)
  {
    s[i] = creal(data[i]);
  }
 ...
fftw_destroy_plan (plan);
 ...
```



Analyse spectrale

Analyse Spectrale

- Quelles informations obtenir à partir de la TF ?
- Quelles limites ?

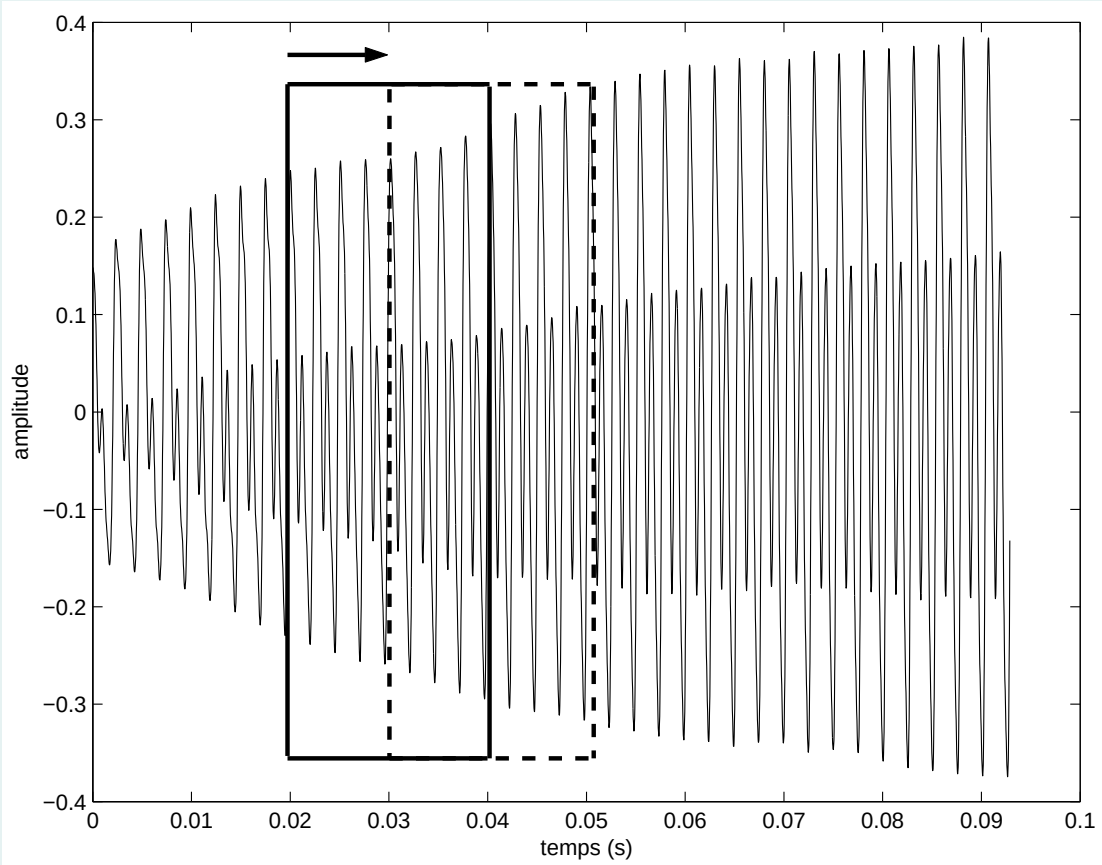


Principe de la STFT

- La transformée de Fourier impose une hypothèse de stationnarité du signal sur son contenu fréquentiel.
- Or le spectre du signal évolue parfois rapidement dans le temps.
- Il est donc nécessaire de réduire la durée du signal étudié, pour rendre cette hypothèse de stationnarité la plus valide possible.
- C'est pourquoi les méthodes d'analyse basées sur la transformée de Fourier considèrent des fenêtres temporelles successives, pouvant éventuellement se chevaucher.
- Les spectres associés sont dits à court terme.

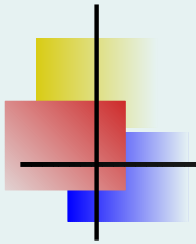
$\Longrightarrow$ Transformée de Fourier à court-terme ou *Short-time Fourier Transform* (STFT)

Transformée de Fourier à court terme



STFT : une fenêtre d'analyse de courte durée est déplacée le long du signal.

Les fenêtres peuvent éventuellement se chevaucher (ici recouvrement de 50%).



STFT

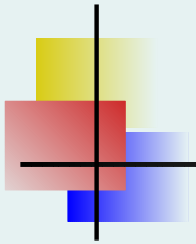
$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}$$

où $X[k]$ est l'estimation du spectre à court terme.

La fenêtre rectangulaire w qui définit la portion considérée de signal s'écrit:

$$\begin{cases} w[n] & = 1 \quad , \forall n \in \{0; 1; \ldots N-1\} \\ w[n] & = 0 \quad , \text{sinon} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ compromis entre la résolution temporelle/résolution fréquentielle.



Fenêtres d'apodisation

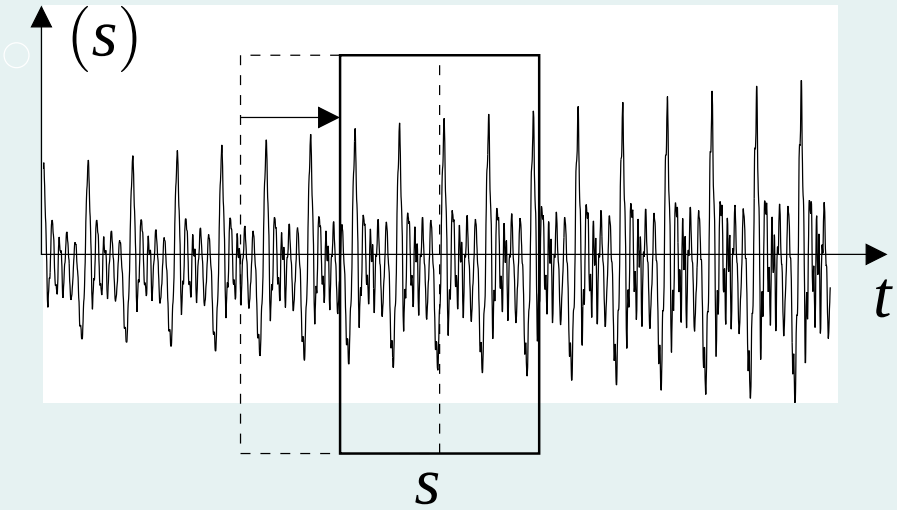
Le spectre continu associé à une sinusoïde pure est théoriquement une fonction de Dirac. Dans le cas discret, ce n'est pas le cas.

Explication :

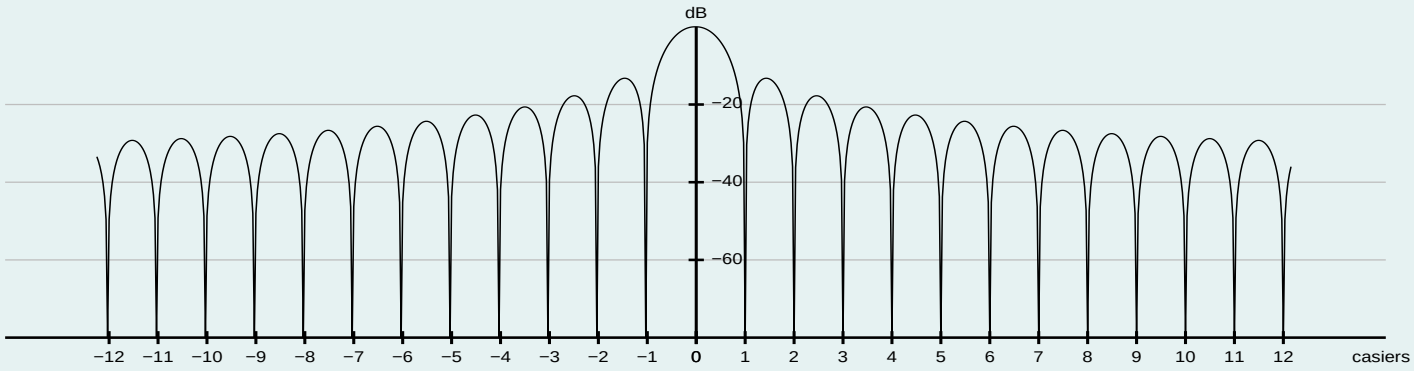
$$x = s \times w \Longleftrightarrow X = S * W$$

$\Longrightarrow$ le choix de la fenêtre multiplicative w est prépondérant

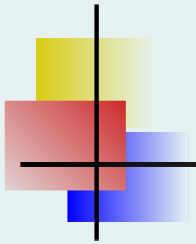
Importance du fenêtrage…



multiplication par la fenêtre d'analyse ⇔ convolution par son spectre



compromis en précision: temps / fréquence, fréquence / amplitude



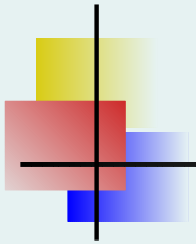
Choix de la fenêtre d'analyse

nécessaire de définir une fenêtre dont les effets sont limités :

- le spectre des fenêtres est composé de lobes consécutifs qui peuvent donner lieu à plusieurs raies pour un signal composé d'une seule sinusoïde pure.
- Le lobe principal est plus ou moins large : le maximum n'est pas toujours le bon $\rightarrow$ erreur sur la fréquence

Le choix d'une fenêtre dépend de l'analyse à effectuer ainsi que de la nature du signal étudié.

La fenêtre idéale n'existe pas.

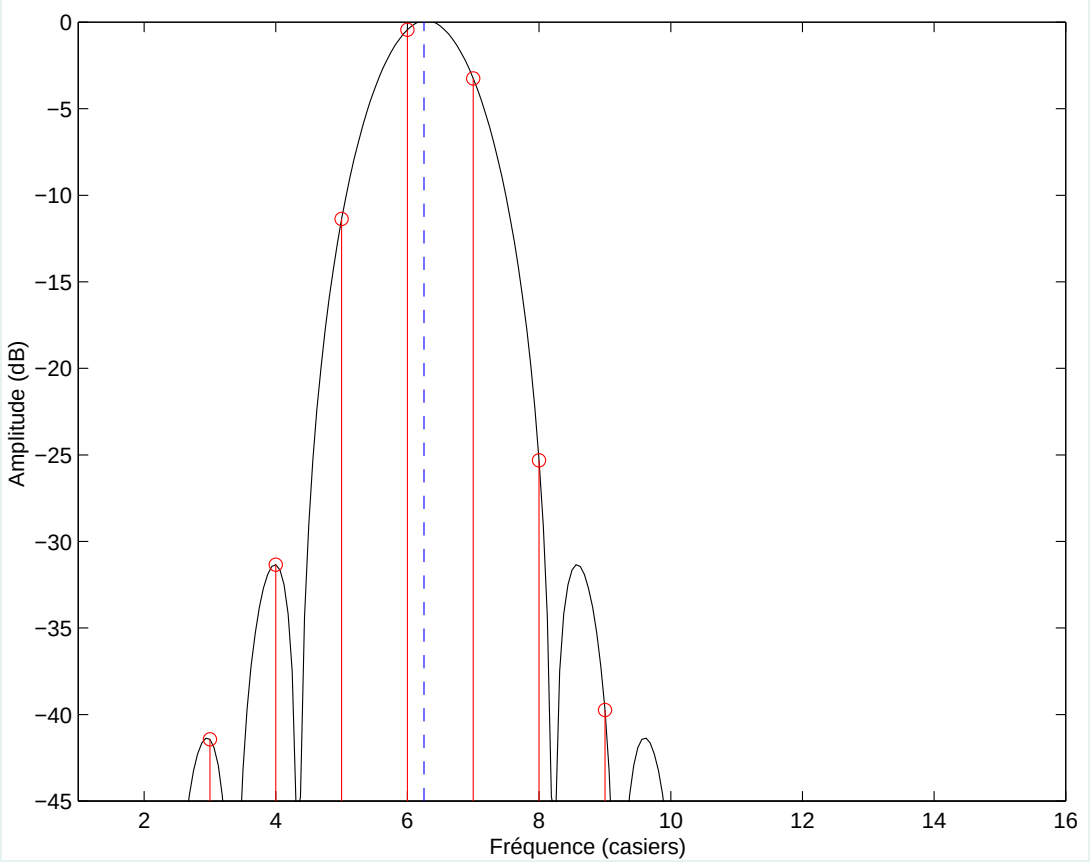


Choix de la taille de la fenêtre

Il est nécessaire de s'assurer que les sinusoïdes composant le signal étudié sont séparé d'une distance suffisamment important par rapport à la résolution fréquentielle imposée par la taille de la fenêtre d'analyse :

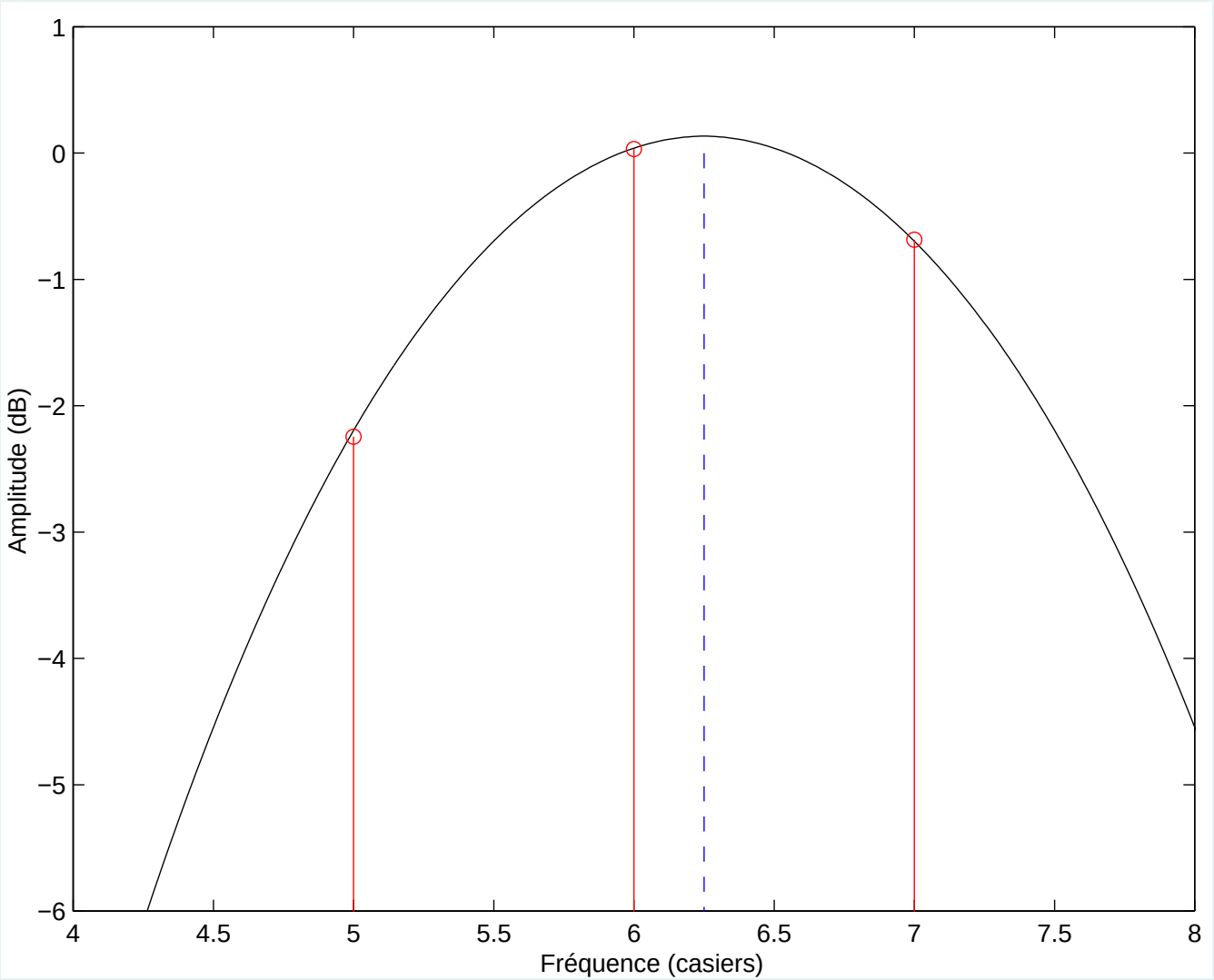
$$f_{k+1} - f_k \geq \frac{F_s}{N}$$

Zoom → “casiers” de la transformée

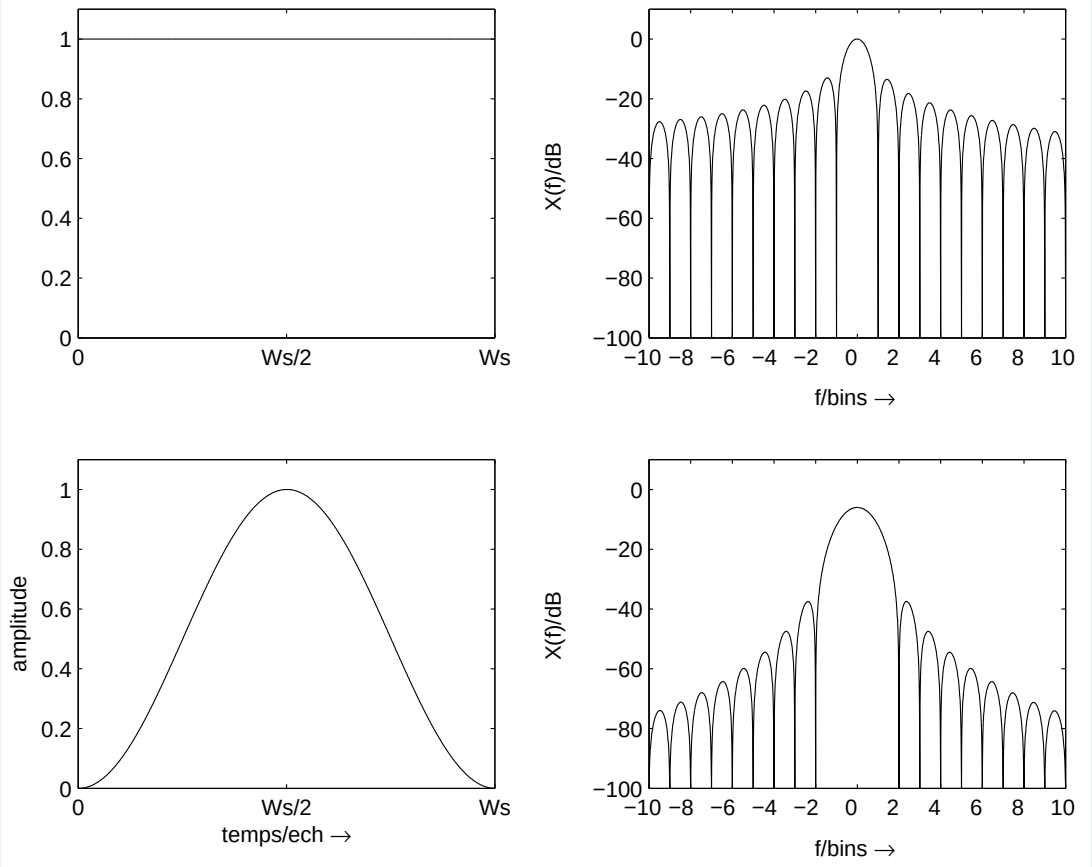


le pic principal et ses voisins. . .

Zoom (suite)

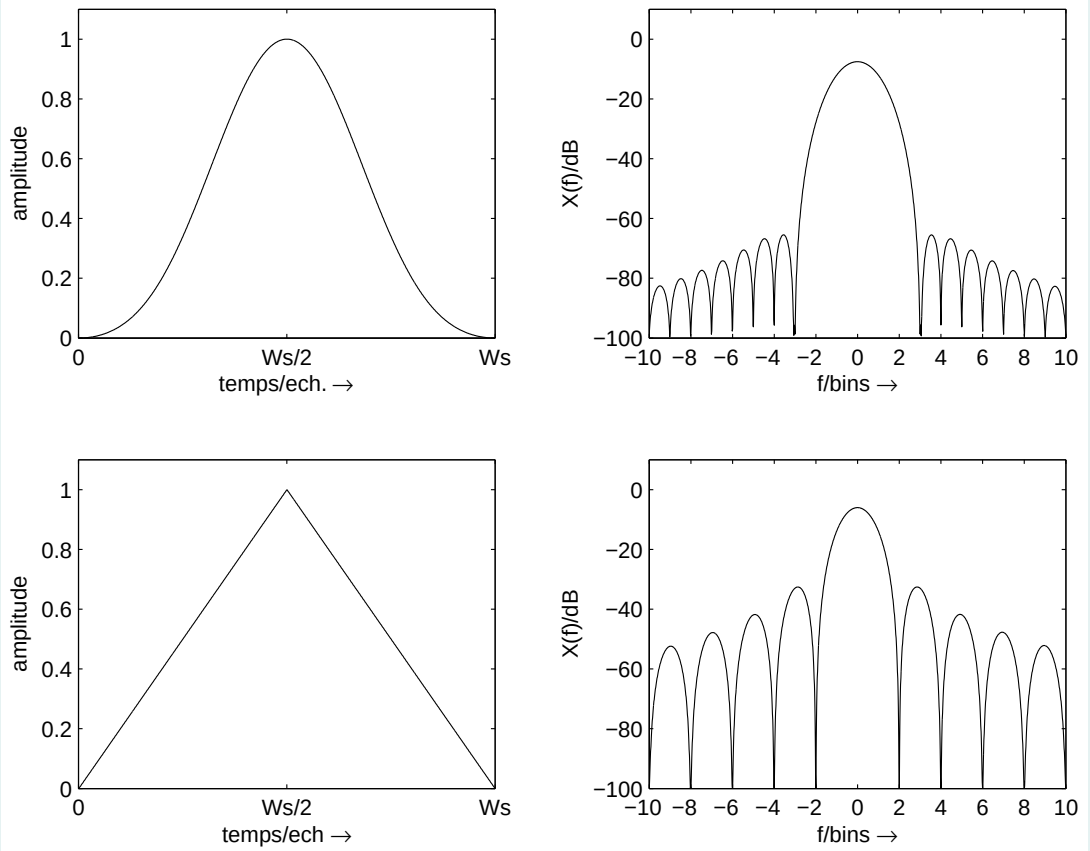


Fenêtres

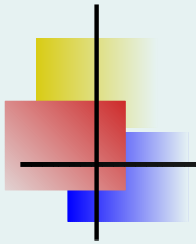


Fenêtres rectangulaire et de Hann avec à gauche leur représentation temporelle et à droite leur spectre d'amplitude associé.

Fenêtres



Fenêtres de Blackman et de Bartlett avec à gauche leur représentation temporelle et à droite leur spectre d'amplitude associé.



Limites dues à la taille des fenêtres

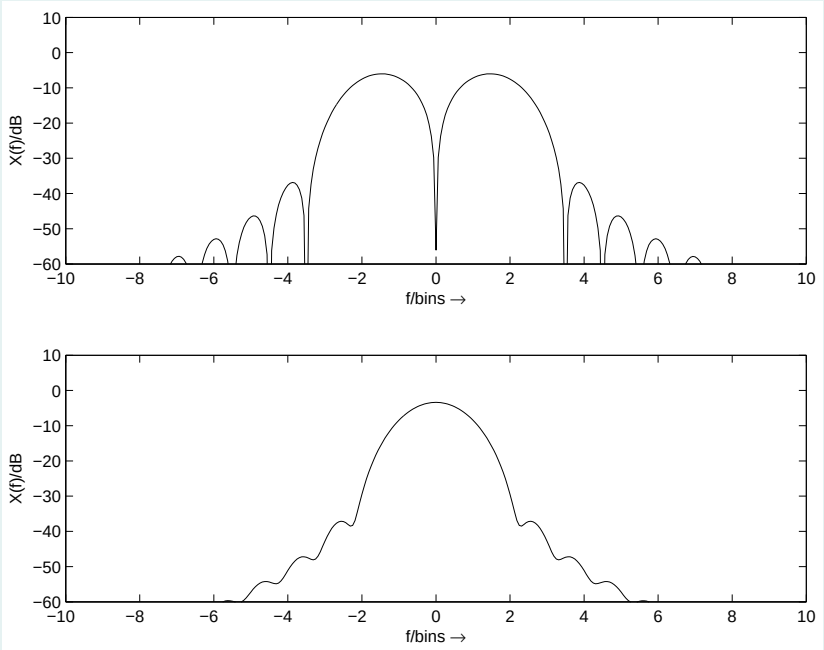
Technique du bourrage par zéro (*zero-padding*) : interpolation.

- coût plus important
- interpolation limitée

Exemple : si deux fréquences sont trop proches (résolution fréquentielle), le zéro-padding n'aidera pas toujours.

Fenêtres

deux fréquences sont trop proches :

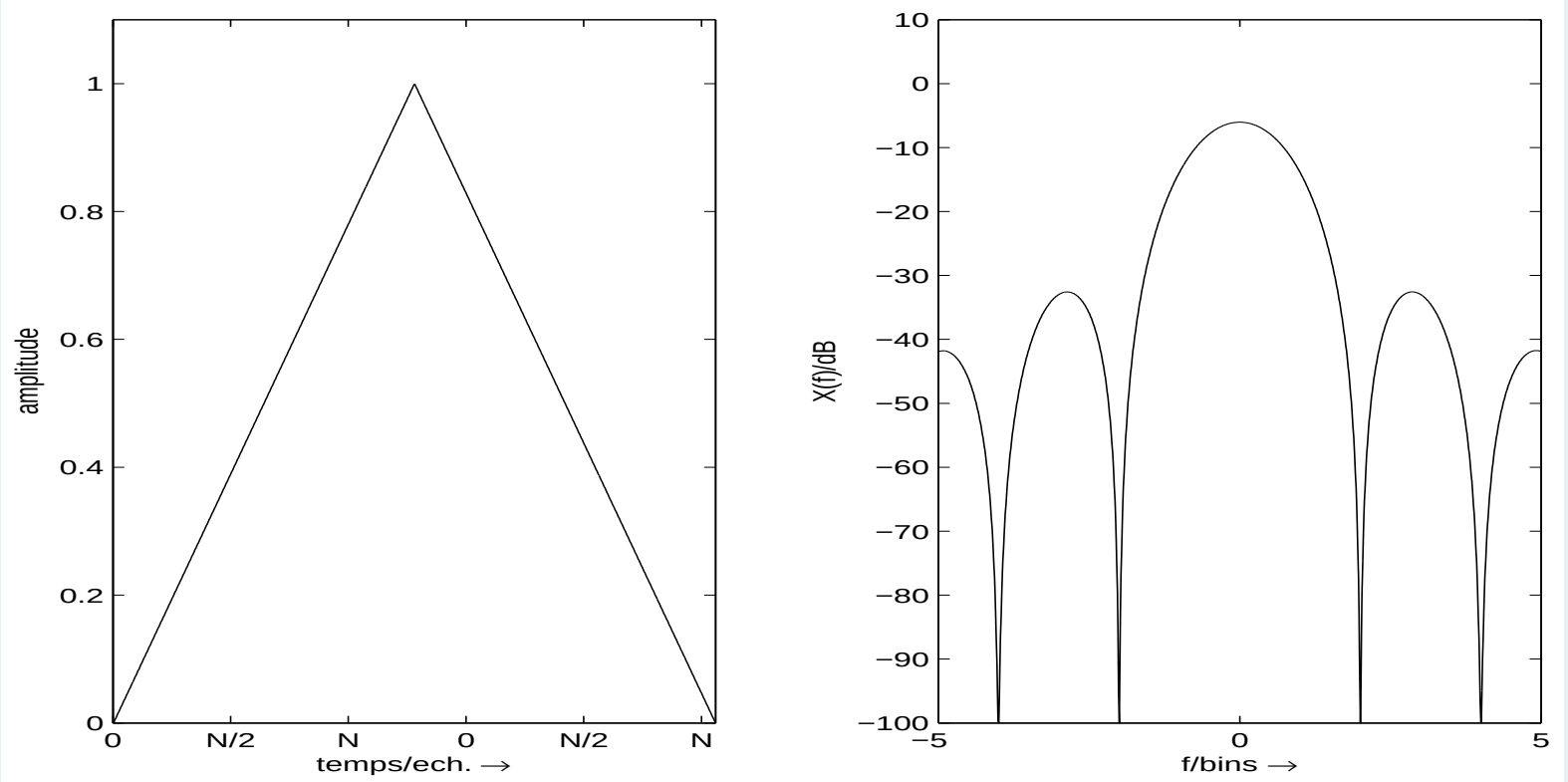


- figure du haut : l'interpolation par bourrage de zéro → deux sinusoïdes de fréquences proches
- figure du bas : malgré le bourrage de zéro, ces deux fréquences ne peuvent être distinguées

Fenêtre Bartlett

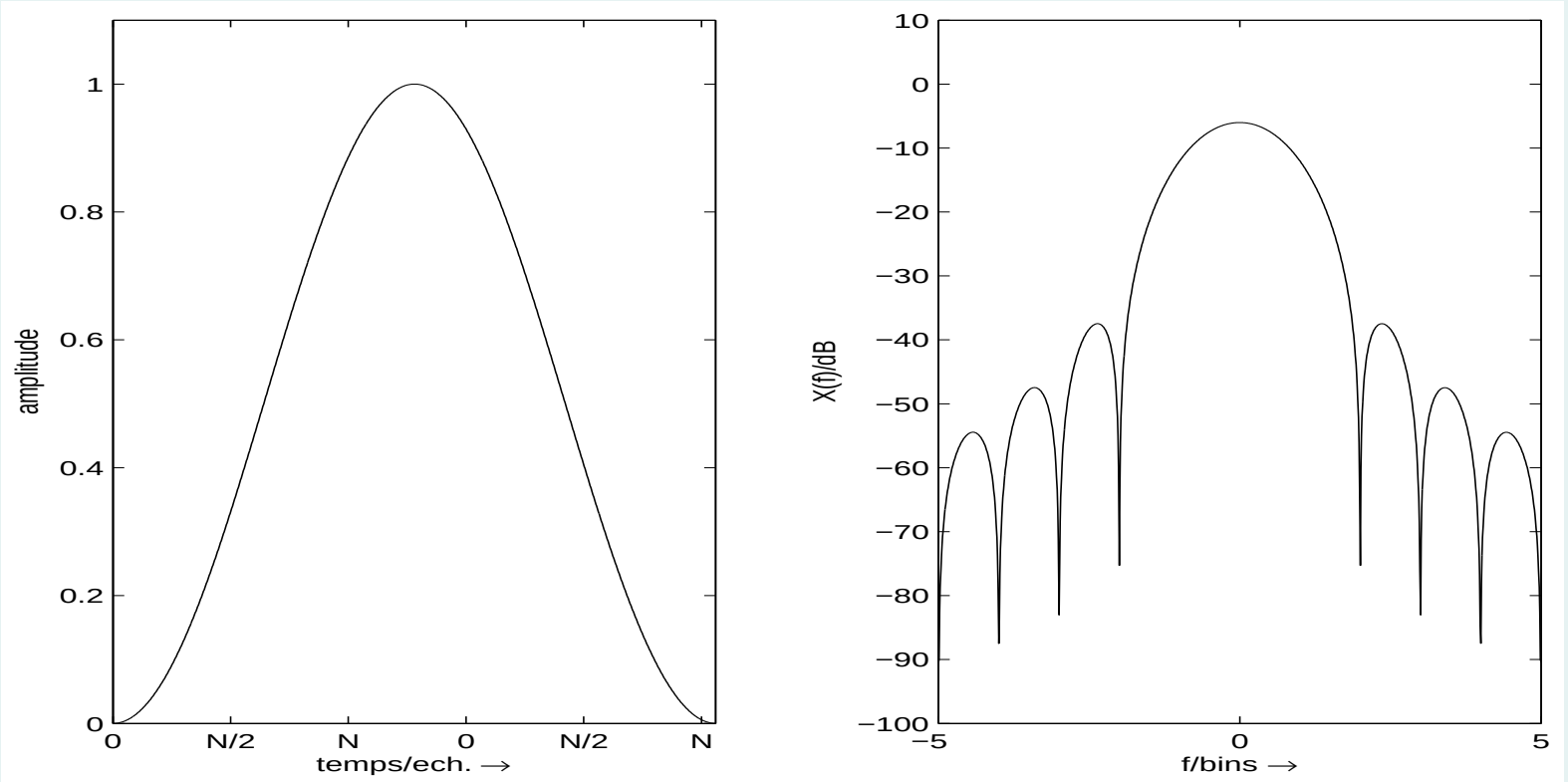
$$\forall 0 \leq n \leq \frac{N}{2}, \quad w_{\text{Bartlett},N}[n] = \frac{2n}{N}$$

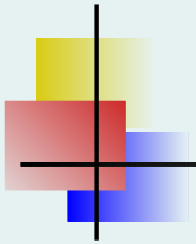
$$\forall \frac{N}{2} < n < N, \quad w_{\text{Bartlett},N}[n] = 2 - \frac{2n}{N}$$



Fenêtre Hann

$$w_{\text{Hann},N}[n] = 0.5 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$



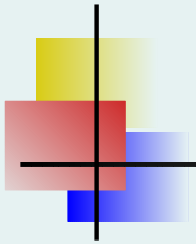


Propriétés des fenêtres

Le tableau ci-dessous présente quelques propriétés utiles pour le choix d'une fenêtre d'analyse.

Fenêtre	lobes secondaires / lobe principal	largeur lobe
Rectangulaire	−13dB	2 bins
Bartlett	−26dB	4 bins
Hann	−31dB	4 bins
Hamming	−42dB	4 bins
Blackman	−58dB	6 bins

Propriétés des différentes fenêtres d'analyse.



Choix des fenêtres

Nous pouvons toutefois citer deux caractéristiques essentielles (qui sont données par la tableau) :

- La **largeur du lobe principal** permet de contrôler la précision fréquentielle. Plus il est étroit, meilleur est la résolution fréquentielle.
- Les **lobes secondaires** doivent pouvoir être négligés par rapport au lobe principal. Plus la différence d'amplitude est importante, plus la différence sera notable entre le lobes.

Il est important de noter qu'il est nécessaire d'effectuer un compromis entre ces deux propriétés, car il n'existe pas de fenêtre *idéale*.
Par ailleurs, il est important de remarquer que certaines fenêtres permettent de reconstruire un signal par chevauchement (rectangulaire, Bartlett, Hann, . . .).