

## Code d'anonymat :

---

### Avertissement

- La plupart des questions sont indépendantes.
- Vous pouvez au choix utiliser un *langage algorithmique* ou bien le *langage python* pour répondre aux questions.
- L'espace laissé pour les réponses est suffisant (sauf si vous utilisez ces feuilles comme brouillon, ce qui est fortement déconseillé).

Question	Points	Score
ABR : algorithmes et complexités	20	
Total:	20	

### Exercice 1 : ABR : algorithmes et complexités

**(20 points)**

**Rappels** : Les Arbres Binaires de Recherche (ABR) sont des arbres binaires qui satisfont la propriété suivante :  $\forall N$  un nœud de l'arbre,  $\forall G$  un nœud du sous arbre gauche de  $N$ ,  $\forall D$  un nœud du sous arbre droit de  $N$ ,  $G.info \leq N.info \leq D.info$ , où *info* est une valeur entière servant à comparer les nœuds.

Voici pour mémoire une version python de deux algorithmes vus en cours sur les ABR.

```

def minimumABR(A):
    if A==None:
        return None
    else:
        Aux = A
        while Aux.fg!=None:
            Aux = Aux.fg
        return Aux

def successeurABR(A,P):
    # P doit etre un noeud non nil de A
    if P.fd!=None:
        return minimumABR(P.fd)
    else:
        Aux = P
        AuxPere = P.pere
        while AuxPere!=None and AuxPere.fd==Aux:
            Aux = AuxPere
            AuxPere = AuxPere.pere
        return AuxPere

```

- (a) (2 points) En vous inspirant de la fonction `minimumABR(A)` vue en cours, écrire une fonction itérative `maximumABR(A)` qui retourne un pointeur sur le nœud de l'arbre `A` possédant la plus grande valeur entière s'il existe, la valeur `nil` sinon.

- (b) (2 points) Donner et justifier les complexités (pire des cas et meilleur des cas) de votre fonction `maximumABR(A)` en fonction du nombre de noeuds  $n$  ou de la hauteur  $h$  de l'arbre  $A$ .
- (c) (3 points) En vous inspirant de la fonction `successeurABR(A,P)` vue en cours, écrire une fonction `predecesseur(A,P)` qui retourne un pointeur sur le noeud possédant la valeur qui précède la valeur contenue dans  $P$ .
- (d) (2 points) Donner et justifier les complexités (pire des cas et meilleur des cas) de votre fonction `predecesseurABR(A,P)` en fonction du nombre de noeuds  $n$  ou de la hauteur  $h$  de l'arbre  $A$ .

- (e) (3 points) En utilisant les fonctions `minimumABR(A)` et `successeurABR(A, P)` vues en cours, écrire une fonction itérative `afficherCroissantABR(A)` qui affiche les valeurs de l'arbre binaire de recherche `A` en ordre croissant.
- (f) (2 points) Donner et justifier les complexités (pire des cas et meilleur des cas) de votre fonction `afficherCroissantABR(A)` en fonction du nombre de noeuds  $n$  ou de la hauteur  $h$  de l'arbre `A`.

(g) (2 points) En utilisant les fonctions `maximumABR(A)` et `predecesseurABR(A, P)` vues en cours, écrire une fonction itérative `afficherDecroissantABR(A)` qui affiche les valeurs de l'arbre binaire de recherche `A` en ordre décroissant.

(h) (2 points) Écrire une fonction récursive `afficherDecroissantRecursifABR(A)` qui affiche les valeurs de l'arbre binaire de recherche `A` en ordre décroissant.

(i) (2 points) Soit `A` un ABR contenant au moins deux nœuds `P1` et `P2`, et les deux séquences de calculs :

$$\begin{aligned} B1 &= \text{supprimerABR}(A, P1) \\ B1 &= \text{supprimerABR}(B1, P2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B2 &= \text{supprimerABR}(A, P2) \\ B2 &= \text{supprimerABR}(B2, P1) \end{aligned}$$

A-t-on toujours `B1 = B2` après ces calculs ? Si oui, justifier. Si non, donner un exemple.