Université Bordeaux I
Mastère 1, 2006/2007

Algorithmique géométrique : feuille 6

Cartes

Exercice 6.1

Déterminer les cartes combinatoires $[\sigma, \alpha, \varphi]$ correspondant aux dessins planaires de la figure 1. On tiendra compte, pour chacune de ces cartes, de leur "face infinie" dans le plan.

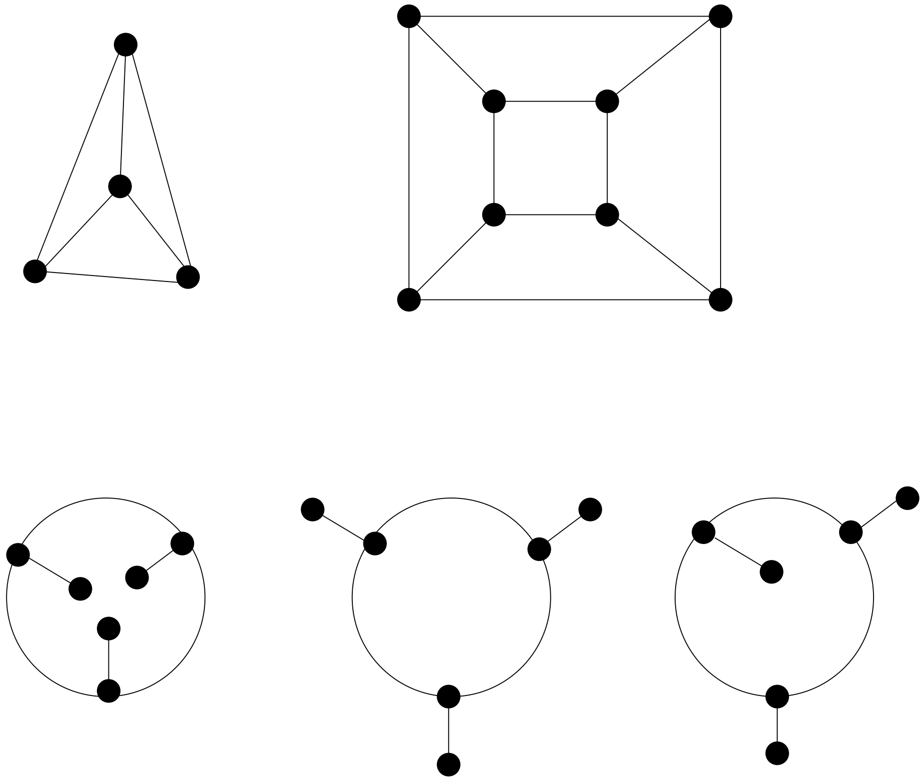

Fig. 1 – $C_1 - C_5$

Exercice 6.2

1- Déterminer les cartes combinatoires $[\sigma, \alpha, \varphi]$ correspondant aux schémas de la figure 2. Ces cartes ne comportent pas de "face infinie".

2- Calculer pour chacune d'elles, les valeurs de χ (la caractéristique d'Euler) et de g (le genre).

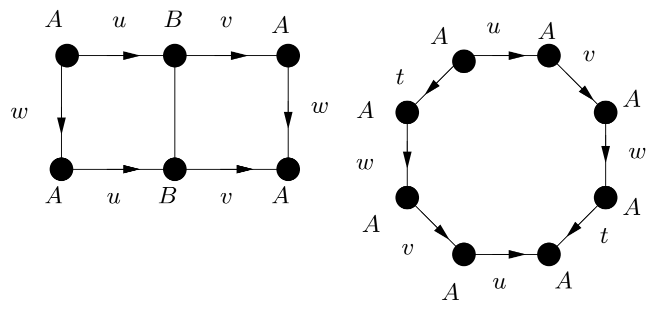

FIG. 2 – $C_6 - C_7$

Exercice 6.3

Construire une carte dont le graphe sous-jacent est le cube (son 1-squelette) possédant exactement 4 faces et telle que chaque face soit de degré 6.

Exercice 6.4

On appelle carte *duale* d'une carte C, une carte C^* ayant exactement un sommet dans chaque face de C, dont les arêtes joignent les sommets situés dans des faces adjacentes de C et dont chaque face contient exactement un sommet de C. Supposons que C corresponde à la carte combinatoire $[\sigma, \alpha, \varphi]$ sur un ensemble de brins B.

1- Définir une carte combinatoire $[\sigma', \alpha', \varphi']$, sur le même ensemble de brins B qui corresponde à C^*.

2- Vérifier algébriquement que $\chi(C^*) = \chi(C)$.

3- Que vaut $[\sigma'', \alpha'', \varphi'']$? Retrouve-t-on que $C^{**} = C$?

Exercice 6.5

On compare la représentation des polytopes de dimension 3 par leur graphe d'incidence, d'une part, et par une carte combinatoire (munie des coordonnées des extrémités des brins), d'autre part.

1- Comment calculer, à partir du graphe d'incidence, la carte ?

2- Comment calculer, à partir de la carte, le graphe d'incidence ?