Université Bordeaux I
Master 1, 2006/2007

Algorithmique géométrique : feuille 1

Polygones

Exercice 1.1

Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Deux points $A, B \in E^2$ et une droite $D \subseteq E^2$
Question : A, B, sont-ils du même côté de cette droite ?

Exercice 1.2

Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Quatre points $A, B, C, D \in \mathbb{E}^2$
Question : Les segments $[A, B]$ et $[C, D]$ ont-ils une intersection non-vide ?

Exercice 1.3

1- Soient A, B, C trois points de $\mathbb{E}^2$. Montrer qu'ils sont alignés ssi

$$\det(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) + \det(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) + \det(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}) = 0.$$

2- Généraliser cette condition à quatre points coplanaires de $\mathbb{E}^3$, cinq points de $\mathbb{E}^4$ situés sur un même hyperplan, etc ...

Exercice 1.4

Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Quatre points $A, B, C, P \in E^2$
Question : P appartient-il au triangle $\text{conv}(\{A, B, C\})$?

Exercice 1.5

Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Des points $A_1, A_2, \ldots, A_n \in E^2$
Question : Existe-t-il des indices $1 \leq i < j < k \leq n$ tels que les trois points A_i, A_j, A_k soient alignés ?
Peut-on résoudre ce problème en temps $\mathrm{O(n^2 \log(n))}$?

Exercice 1.6

Donner un algorithme résolvant les problèmes :
Donnée : Un entier $n \geq 3$, une suite de points $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathbb{E}^2$.
Question1 : La ligne polygonale $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est-elle *simple* ?
Question2 : Le polygone plan dont la frontière est la ligne polygonale simple $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est-il *convexe* ?

Exercice 1.7
Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Un entier $n \geq 3$, une suite de points $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathbb{E}^2$ et un point $P \in \mathbb{E}^2$.
Question : P est-il dans le polygone plan dont la frontière est la ligne polygonale (simple) $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Exercice 1.8
Donner un algorithme résolvant le problème :
Donnée : Un entier $n \geq 3$, une suite de points $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathbb{E}^2$.
Calculer : Une triangulation du polygone de frontière $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (par des triangles à sommets dans $A_1, A_2, \ldots, A_n$).