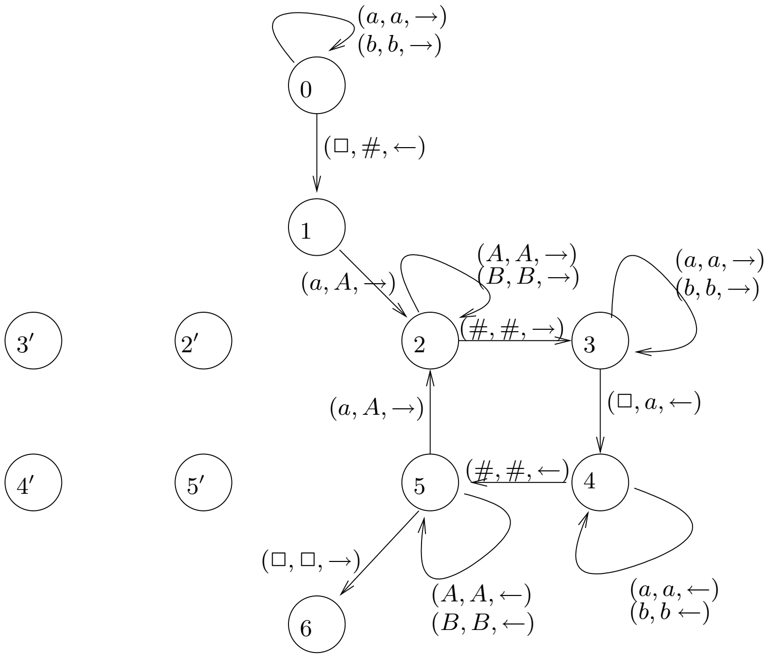
Université Bordeaux 1
Master d'Informatique 1, 2009/2010

Modèles de Calcul : CC 1

Machines de Turing



On considère la machine de Turing M dessinée ci-dessus.
Son ensemble d'états est $Q := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 2', 3', 4', 5'\}$, son alphabet d'entrée est $\Sigma := \{a, b, \#\}$ et son alphabet de travail est $\Gamma := \{a, A, b, B, \#, \square\}$, où $\square$ est le symbole "blanc". On dénote par $\vdash_M$ la relation de mouvement de M.
1- Est-il vrai que :

$$0aa \vdash_M^* a1a\# \ ?$$

$$0aa \vdash_M^* aa\#1 \ ?$$

$$a1a\# \vdash_M^* 5aA\#a \ ?$$

$$a1a\# \vdash_M^* 5AA\#a \ ?$$

$$5aABBA\#abba \vdash_M^* 6AABBA\#aabba \ ?$$

$$5aABBA\#abba \vdash_M^* 6AABBA\#abbaa \ ?$$

2- Quel est le calcul de longueur maximum de M partant d'une description instantanée de la forme $0a^n$ où $n \in \mathbb{N}$?
3- On note $\varphi : \{a, b\}^* \rightarrow \{A, B\}^*$, l' homomorphisme tel que $\varphi(a) = A, \varphi(b) = B$. Montrer que, pour tout $u \in \{a, b\}^*$

$$5a\varphi(\tilde{u})\#u \vdash_M^* 5\square\varphi(\tilde{ua})\#ua$$

4- Quel est le calcul de longueur maximum de M partant d' une description instantanée de la forme $0u\#v$ où $u, v \in \{a, b, \#\}^*$?
5- Ajouter à la machine M, des transitions qui n'utilisent que les états $2', 3', 4', 5', 1, 2, 5, 6$, de façon que l'on ait :

$$a1b\# \vdash_M^* 5'aB\#b$$

$$5'bABBA\#abba \vdash_M^* 6BABBA\#abbab$$

et pour tout $u \in \{a, b\}^*$

$$5'b\varphi(\tilde{u})\#u \vdash_M^* 5'\Box\varphi(\widetilde{ub})\#ub$$

6- Les transitions ajoutées à la question 5 modifient-elles le comportement de M à partir des descriptions instantanées de la forme $0u\#v$ où $u, v \in \{a, b, \#\}^*$?
7- Ajouter des transitions à la machine obtenue à la question 5 de façon à obtenir une machine qui calcule la fonction $h : \{a, b, \#\}^* \to \{a, b, \#\}^*$ définie par

$$\mathrm{dom}(h) = \{a, b\}^*, \ \ \forall u \in \{a, b\}^*, h(u) = u\#\tilde{u}.$$

Préciser quel est son état initial et son ensemble d' états finaux.
8- Modifier la machine obtenue à la question 7, de façon à obtenir une machine qui reconnaisse le langage :

$$L := \{u\#v \mid u, v \in \{a, b\}^*, u = \tilde{v}\}$$