Université Bordeaux I
Master d'Informatique 1, 2010/2011

Modèles de Calcul : feuille 0

Automates finis

Exercice 0.1

Les fonctions suivantes sont-elles calculables par un automate fini ?
1- $f_1 : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, telle que $f_1(u) = |a|(mod 2)$
2- $f_2 : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, telle que $f_2(u) = \nu_2(u)(mod 3)$
3- $f_3 : \{0,1\}^* \to \{a,b\}$, telle que $f_3(u) = w[\nu_2(u)]$ où $\varphi : \{a,b\}^* \to \{a,b\}^*$ est l'homomorphisme de monoïdes tel que $\varphi(a) = ab, \varphi(b) = ba$ et $w : \mathbb{N} \to \{a,b\}$, est le mot infini défini par :

$$u_0 = a, \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \varphi(u_n)$$

$$w = \lim_{n \to \infty} u_n.$$

(w est appelé le *mot de Thue-Morse*).

Exercice 0.2

Les problèmes suivants peuvent-ils être résolus par des algorithmes ?

PB1
Donnée :Un automate fini $\mathcal{A} =< X, Q, D, A, \delta >$.
Question :$L(\mathcal{A}) = \emptyset$?

PB2
Donnée :Un automate fini $\mathcal{A} =< X, Q, D, A, \delta >$.
Question :$L(\mathcal{A})$ est-il infini ?

PB3
Donnée :Un automate fini $\mathcal{A} =< X, Q, D, A, \delta >$ et un état $q \in Q$.
Question : L' état q est-il accessible à partir de D ?

PB4
Donnée :Un automate fini $\mathcal{A} =< X, Q, D, A, \delta >$.
Question : Existe-t-il un calcul infini dans $\mathcal{A}$?
(On appelle ici, *calcul infini* une suite infinie

$$(q_0, x_0, q_1)(q_1, x_1, q_2) \dots (q_n, x_n, q_{n+1}) \dots$$

telle que $q_0 \in D$ et cette suite est un chemin dans l'automate).