

5.2.3 L'algorithme

Algorithme PPPP(P)

Entrée: Un ensemble P de points du plan avec au moins deux points.

Sortie: La paire de points les plus proches.

1. Construire les tableaux P_x et P_y .
2. Renvoyer $\text{PPPP}_{\text{REC}}(P_x, P_y)$.

Algorithme $\text{PPPP}_{\text{REC}}(P_x, P_y)$

Entrée: Deux tableaux de points (les mêmes) triés selon x et selon y .

Sortie: La paire de points les plus proches.

1. Si $|P_x| = 2$ ou 3 , renvoyer la paire de points de P_x les plus proches.
2. Extraire le point médian de P_x , et soit x^* son abscisse.
3. Soit $A = \{(x, y) \in P_x : x \leq x^*\}$ et $B = \{(x, y) \in P_x : x > x^*\}$. Construire les tableaux A_x, B_x, A_y et B_y à partir de x^* , P_x et P_y .
4. Calculer $(a, a') = \text{PPPP}_{\text{REC}}(A_x, A_y)$ et $(b, b') = \text{PPPP}_{\text{REC}}(B_x, B_y)$
5. Calculer $\delta = \min\{\text{dist}(a, a'), \text{dist}(b, b')\}$. Soit $S = \{(x, y) \in P_y : |x^* - x| < \delta\}$. Construire S_y à partir de P_y .
6. Pour chaque point $s_i \in S_y$, calculer $\min\{\text{dist}(s_i, s_j) : j \in \{i+1, \dots, i+7\}\}$.
7. Soit (s, s') la paire de points les plus proches calculée à l'étape 6. Renvoyer la paire de points les plus proches parmi (s, s') , (a, a') et (b, b') .

On a supposé que la ligne L du médian p^* ne contient qu'un seul point. Mais que se passe-t-il si cela n'est pas le cas? Comment modifier l'algorithme pour qu'il marche efficacement dans tous les cas?

5.2.4 Complexité

Soit $T(n)$ la complexité en temps de l'algorithme $\text{PPPP}_{\text{REC}}(P_x, P_y)$ lorsqu'il est appliqué à des tableaux P_x, P_y de n points chacun. La complexité en temps de l'algorithme PPPP appliqué à un ensemble P de n points est alors $O(n \log n) + T(n)$. En effet, $O(n \log n)$ est le temps nécessaire pour trier les n points (selon x et selon y) avec un algorithme de tri de cette complexité, comme le tri-fusion (cf. le section 5.1), auquel il faut ajouter le temps $T(n)$ de calcul pour $\text{PPPP}_{\text{REC}}(P_x, P_y)$.

Il n'est pas difficile de voir que chaque étape, sauf peut-être l'étape 4 qui est récur-