

---

*Deux pages A4 de notes personnelles autorisées.*

---

## Questions de cours

**Question 1.** *Donnez les principales caractéristiques du modèle LOCAL.*

**Question 2.** *Même question pour le modèle CONGEST et b-CONGEST.*

## Complexité de communication

**Question 3.** *Dans le modèle b-CONGEST, expliquez ce qu'est, pour un graphe  $H$  fixé, le problème de la « détection d'un sous-graphe  $H$  » ? [NB : On ne demande pas sa solution, mais une explication de quelques lignes sur la définition du problème.]*

**Question 4.** *Expliquez ce qu'est un protocole de communication qui calcule une fonction booléenne  $f$  ? Quelles en sont les principales règles ? Quel est l'objectif recherché ?*

**Question 5.** *À quel problème d'algorithmique distribué vu en cours la complexité de communication nous a-t-elle servi ? Citez le résultat.*

On considère la fonction booléenne  $gt_n(x, y) \in \{0, 1\}$  qui étant donné deux mots binaires  $x, y$ , chacun de  $n$  bits, renvoie 1 si et seulement si «  $x > y$  » (*greater-than*), c'est-à-dire si l'entier codé en binaire par  $x$  est strictement supérieur à l'entier codé par  $y$ . Par exemple,  $gt_2(11, 01) = 1$  car «  $11 > 01$  ». En effet,  $11_{\text{deux}} = 3_{\text{dix}} > 1_{\text{dix}} = 01_{\text{deux}}$ .

**Question 6.** *Donnez la matrice de la fonction  $gt_n$ , pour  $n = 2$ .*

On rappelle qu'un ensemble discriminant pour une fonction booléenne  $f$  et une valeur  $v \in \{0, 1\}$  est un ensemble  $F_v$  d'entrées  $(x, y)$  pour  $f$  tel que, pour tout  $(x, y) \neq (x', y') \in F_v$ ,  $f(x, y) = f(x', y') = v$  et  $\bar{v} \in \{f(x, y'), f(x', y)\}$ , où  $\bar{v} = 1 - v$  est la valeur complémentaire de  $v$ . Cela revient donc à dire qu'on ne peut pas avoir  $f(x, y') = f(x', y) = v$ .

**Question 7.** *Donnez un ensemble discriminant  $F_0$  pour la fonction  $gt_2$  qui soit le plus grand possible. Même question pour un ensemble discriminant  $F_1$ .*

**Question 8.** *Démontrez que tout ensemble discriminant  $F_v$ , pour une fonction booléenne  $f$  et valeur  $v$  données, ne peut avoir deux entrées qui sont situées sur une même ligne ou même colonne de la matrice de  $f$ .*

**Question 9.** *Généralisez la question 7 à tout entier  $n$ , c'est-à-dire construisez des ensembles discriminants  $F_0$  et  $F_1$  les plus grands possibles pour  $gt_n$ . Vous devez justifier les constructions ainsi que leur optimalité.*

**Question 10.** *Expliquez ce qu'est un "script" pour un protocole de communication  $\Pi$  pour  $f$  et pour une entrée  $(x, y)$  donnée. Donnez l'énoncé de la propriété dite "des rectangles" que doit vérifier chaque script.*

**Question 11.** *Donnez un minorant, fonction de  $n$ , sur le nombre de scripts minimum de tout protocole de communication calculant  $gt_n$ . Justifiez. En déduire la complexité de communication de  $gt_n$ .*

**FIN.**