
Deux pages A4 de notes personnelles autorisées.

Questions de cours

Question 1. *Donnez les principales caractéristiques du modèle LOCAL.*

Question 2. *Même question pour le modèle CONGEST et b-CONGEST.*

Complexité de communication

Question 3. *Dans le modèle b-CONGEST, expliquez ce qu'est, pour un graphe H fixé, le problème de la « détection d'un sous-graphe H » ? [NB : On ne demande pas sa solution, mais une explication de quelques lignes sur la définition du problème.]*

Question 4. *Expliquez ce qu'est un protocole de communication qui calcule une fonction booléenne f ? Quelles en sont les principales règles ? Quel est l'objectif recherché ?*

Question 5. *À quel problème d'algorithmique distribué vu en cours la complexité de communication nous a-t-elle servi ? Citez le résultat.*

On considère la fonction booléenne $gt_n(x, y) \in \{0, 1\}$ qui étant donné deux mots binaires x, y , chacun de n bits, renvoie 1 si et seulement si « $x > y$ » (*greater-than*), c'est-à-dire si l'entier codé en binaire par x est strictement supérieur à l'entier codé par y . Par exemple, $gt_2(11, 01) = 1$ car « $11 > 01$ ». En effet, $11_{\text{deux}} = 3_{\text{dix}} > 1_{\text{dix}} = 01_{\text{deux}}$.

Question 6. *Donnez la matrice de la fonction gt_n , pour $n = 2$.*

On rappelle qu'un ensemble discriminant pour une fonction booléenne f et une valeur $v \in \{0, 1\}$ est un ensemble F_v d'entrées (x, y) pour f tel que, pour tout $(x, y) \neq (x', y') \in F_v$, $f(x, y) = f(x', y') = v$ et $\bar{v} \in \{f(x, y'), f(x', y)\}$, où $\bar{v} = 1 - v$ est la valeur complémentaire de v . Cela revient donc à dire qu'on ne peut pas avoir $f(x, y') = f(x', y) = v$.

Question 7. *Donnez un ensemble discriminant F_0 pour la fonction gt_2 qui soit le plus grand possible. Même question pour un ensemble discriminant F_1 .*

Question 8. *Démontrez que tout ensemble discriminant F_v , pour une fonction booléenne f et valeur v données, ne peut avoir deux entrées qui sont situées sur une même ligne ou même colonne de la matrice de f .*

Question 9. *Généralisez la question 7 à tout entier n , c'est-à-dire construisez des ensembles discriminants F_0 et F_1 les plus grands possibles pour gt_n . Vous devez justifier les constructions ainsi que leur optimalité.*

Question 10. *Expliquez ce qu'est un "script" pour un protocole de communication Π pour f et pour une entrée (x, y) donnée. Donnez l'énoncé de la propriété dite "des rectangles" que doit vérifier chaque script.*

Question 11. *Donnez un minorant, fonction de n , sur le nombre de scripts minimum de tout protocole de communication calculant gt_n . Justifiez. En déduire la complexité de communication de gt_n .*

FIN.