
Toutes vos réponses doivent être justifiées. La langue pour vos réponses peut-être le français ou l'anglais, mais pas les deux! Documents (cours et notes personnelles sur papier) autorisés. Les notes de cours officielles seront disponibles pendant l'épreuve.

VERTEX COVER

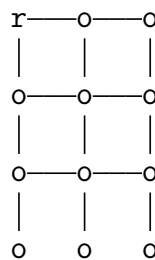
Question 1. Rappelez la définition du problème VERTEX COVER de taille minimum.

On dit qu'un sommet u d'un arbre enraciné T est *interne* si u n'est pas une feuille. On considère l'algorithme suivant, qui suppose que le graphe G est connexe.

Algorithme ApproxVC(G)

1. Calculer pour G un arbre couvrant T en profondeur d'abord.
 2. Renvoyer l'ensemble S des sommets internes de T .
-

Question 2. Appliquez ApproxVC au graphe G_0 ci-dessous de sorte que l'arbre T ait pour racine r . Donnez la taille de l'ensemble S renvoyé. Précisez T et S sur un dessin de G_0 .



Question 3. Trouvez un VERTEX COVER de taille minimum pour le graphe G_0 (un dessin suffit). Justifiez la minimalité.

Question 4. Démontrez que, pour les graphes connexes, l'algorithme ApproxVC est une 2-approximation pour VERTEX COVER de taille minimum. [Aide : Coloriez les sommets de S .]

Question 5. Est-ce que l'algorithme ApproxVC est encore correct si au lieu de renvoyer les sommets internes de T on renvoie tous les sommets de T de degré > 1 ? Justifiez.

Question 6. Donnez une instance critique pour ApproxVC. [Attention! L'instance critique ne doit pas être de taille constante.]

Question 7. Rappelez brièvement le principe de l'algorithme Glouton pour SET COVER mais appliqué à VERTEX COVER.

Question 8. En fonction d'un paramètre pertinent de G_0 , quel facteur d'approximation théorique devrait atteindre l'algorithme Glouton sur G_0 .

Question 9. Appliquez cet algorithme Glouton sur G_0 . Quelle est la taille de la couverture renvoyée? Dessinez cette solution en ordonnant les sommets.

DOMINATING SET

Question 10. *Rappelez la définition du problème DOMINATING SET de taille minimum.*

Question 11. *Donnez le facteur d'approximation théorique de l'algorithme Glouton appliqué à DOMINATING SET pour un arbre binaire à n sommets.*

Question 12. *Donnez un algorithme polynomial résolvant DOMINATING SET de taille minimum pour une forêt exprimé sous la forme de règles de réduction. Justifiez.*