Exercice 5

Les arcs du graphe orienté G_1 représenté en FIG. 1 sont valués par des nombres entre crochets (représentant leur capacité), et des nombres représentant un flot compatible avec les capacités.

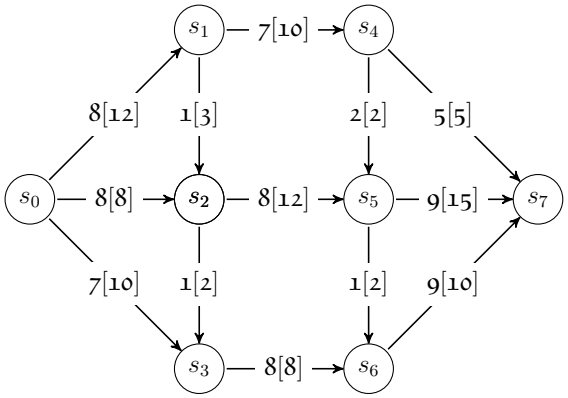

FIGURE 1 – G_1

1. Utiliser l'algorithme de *Ford-Fulkerson* pour augmenter le flot indiqué de façon à obtenir un flot maximal allant du sommet s_0 au sommet s_7 (vous montrerez que le flot obtenu est maximal).

Les chaînes augmentantes obtenues sont les suivantes :

1. s_0, s_1, s_2, s_5, s_7 avec $\delta = +2$
2. s_0, s_3, s_2, s_5, s_7 avec $\delta = +1$

ce qui donne un flot de valeur 26, décrit dans le graphe de la Figure 2.
Les sommets marqués lors du dernier appel de la procédure de marquage sont $Y = \{s_0, s_1, s_3, s_4\}$.
La valeur de cette coupe est $val(Y) = c(s_1, s_2) + c(s_0, s_2) + c(s_3, s_6) + c(s_4, s_5) + c(s_4, s_7) = 3 + 8 + 8 + 2 + 5 = 26$.
On a donc bien obtenu un flot et une coupe de mêmes valeurs, donc le flot est bien maximum et la coupe minimum.

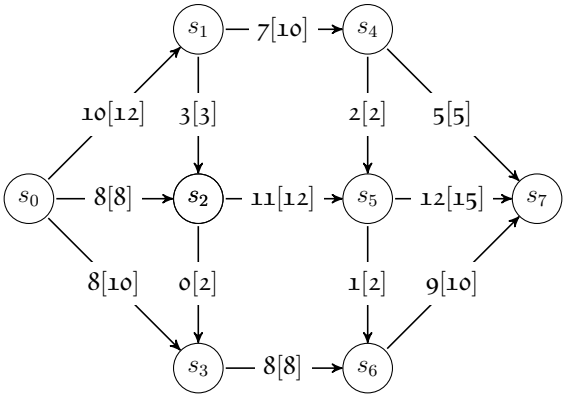

FIGURE 2 – Flot maximum du réseau de la Figure 1