

Devoir Surveillé du 27 novembre 2013,
durée 1h**Exercice 1**

On considère le programme Python suivant :

```
0  a = int(input("Entrer a: "))
1  b = int(input("Entrer b: "))
2  if a == 0 or b == 0:
3      x = 0
4  else:
5      x = 1
6  ra = a
7  rb = b
8  i = 2
9  while ra >= i and rb >= i:
10     if ra % i == 0 and rb % i == 0:
11         x = x * i
12         ra = ra // i
13         rb = rb // i
14     else:
15         i = i + 1
16  x = x * ra * rb
17  print(x)
```

Qu'affiche ce programme Python quand on entre comme valeurs :

1. a = 6 et b = 6?
2. a = 3 et b = 6?
3. a = 4 et b = 6?

Expliquer en quelques mots ce que fait ce programme.

Exercice 2

Traduisez en Python l'algorithme NombrePremier ci-dessous. On supposera que l'on dispose pour cela d'une fonction $\text{sqrt}(n)$ qui renvoie la racine carrée de l'entier n .

```

0  Algorithme nombrePremier
1  # cet algorithme permet de determiner si un entier naturel entre au clavier est premier
2  variables n, diviseur : entiers naturels
3      rac : reel
4  debut
5      # lecture des donnees
6      Entrer(n)
7      # initialisations
8      rac <- RacineCarree(n)    # fonction racine carree
9      diviseur <- 2
10     # boucle de recherche d'un diviseur
11     tant que n mod diviseur != 0 et diviseur <= rac faire
12         diviseur <- diviseur + 1
13     fin_tant_que
14     # affichage resultat
15     si (diviseur > rac) alors
16         Afficher("Le nombre est premier")
17     sinon
18         Afficher("Le nombre n'est pas premier")
19     fin_si
20 fin

```

Exercice 3

On considère le graphe G de la figure 1.

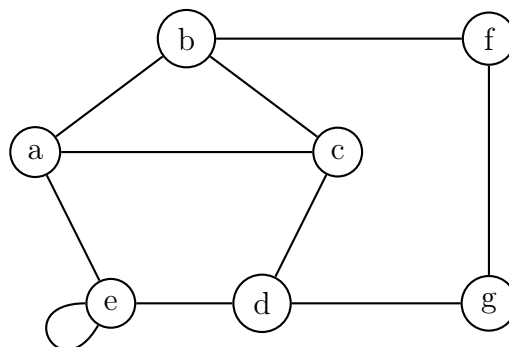


FIGURE 1 – Graphe G

1. Quel sont les degrés des sommets a et e ?
2. Quelle est la longueur d'un plus court chemin reliant a à g ?
3. Quels sont les plus courts chemins reliant a à g ?
4. Quelle est la taille maximum d'une clique de G ? d'un stable de G ?
5. Combien de couleurs faut-il au minimum pour colorier le graphe obtenu en supprimant la boucle sur le sommet e ? Justifier votre réponse. Que se passe-t-il si on laisse la boucle ?
6. Donner A , la matrice d'adjacence du graphe G , puis la représentation de G par liste d'adjacence.
7. Que représente la matrice A^2 ? Quelle sera la valeur de $A_{e,e}^2$?

Exercice 4

On rappelle que l'algorithme First-Fit consiste à colorier un par un chaque sommet d'un graphe en utilisant à chaque fois la plus petite couleur disponible (couleur non encore utilisée par un de ses voisins). Proposer deux ordres sur les sommets du graphe C_6 ci-dessous de façon à ce que :

1. la coloration obtenue par First-Fit soit optimale (utilise un nombre minimum de couleurs) ;
2. la coloration obtenue par First-Fit ne soit pas optimale.

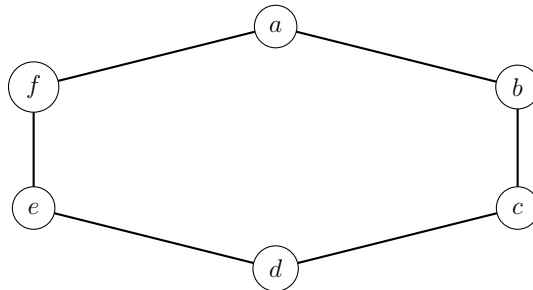


FIGURE 2 – Cycle à 6 sommets C_6

3. Pour tout graphe G , quelle relation peut-on établir entre $\chi(G)$ son nombre chromatique et $\Delta(G)$, son degré maximum, grâce à l'algorithme First-Fit ?

Exercice 5

Montrer que dans tout graphe simple ayant au moins deux sommets, il existe toujours deux sommets de même degrés.

Exercice 6

Les suites suivantes sont-elles graphiques (suites correspondant à la liste des degrés des sommets d'un graphe) ? Justifier vos réponses.

1. 4, 4, 3, 3, 2
2. 4, 4, 3, 2, 2, 1, 1

Exercice 7

Qu'est-ce qu'un cycle eulérien ? Un chemin eulérien ? Donnez une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe admette un cycle eulérien. Donnez une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe admette un chemin eulérien.

FIN.