

Exercice 1

On considère le graphe non orienté valué G_1 suivant :

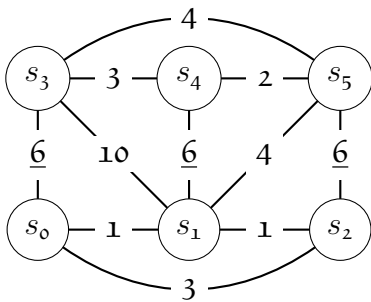


FIGURE 1 – Le graphe G_1

Déterminer un arbre recouvrant de G_1 de poids minimum depuis le sommet s_0 en utilisant l'algorithme de PRIM.

Exercice 2

On considère le graphe non orienté valué G_1 de l'Exercice 1 :

Déterminer la distance (longueur du plus court chemin) du sommet s_0 à chacun des sommets de G_1 .

Appliquer l'algorithme de KRUSKAL à G_1 afin de déterminer un arbre couvrant T_1 de poids minimal ; indiquer la distance du sommet s_0 à chacun des sommets de T_1 .

Peut-on trouver un arbre couvrant minimal T_2 de G_1 tel que la distance de s_0 à chacun des autres sommets soit la même dans G_1 et dans T_2 ?

Exercice 3

On considère le graphe non orienté valué G_2 suivant :

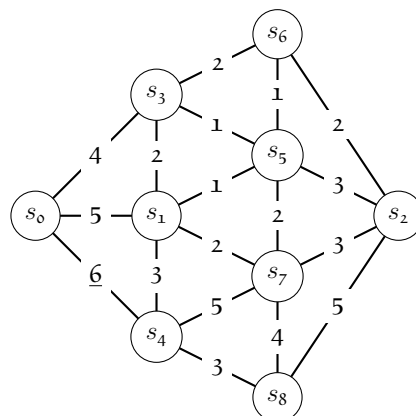


FIGURE 2 – Le graphe G_2

1. Déterminer le poids minimal d'un arbre recouvrant le graphe G_2 et combien y a-t-il d'arbres recouvrants de poids minimal ?

2. Appliquer l'algorithme de PRIM à G_2 afin de déterminer un arbre couvrant T de poids minimal.

Exercice 4

Expliquer pourquoi, si tous les poids d'arêtes d'un graphe sont strictement positifs, tout sous-ensemble d'arêtes de poids total minimal, reliant entre eux tous les sommets, est nécessairement un arbre. Donner un exemple montrant que cette conclusion n'est plus valable si l'on autorise des poids négatifs.

Exercice 5

(*) Soit T un arbre couvrant minimal d'un graphe $G = (S, A)$, et soit S' un sous-ensemble de S . Soit T' le sous-graphe de T induit par S' , et soit G' le sous-graphe de G induit par S' . Montrer que si T' est connexe, alors T' est un arbre couvrant minimal de G' .