

Calculs approchés d'intégrales

Exercice 1

1. Méthode des rectangles.

Pour calculer une valeur approchée de l'intégrale d'une fonction f sur un segment $[a, b]$, on peut diviser l'intervalle $[a, b]$ en n segments égaux, délimités par les points :

$$x_0 = a, x_1, x_2, \dots, x_n = b$$

et remplacer f , sur chaque segment $[x_i, x_{i+1}]$, par la fonction constante égale à $f(x_i)$; en d'autres termes on approche f par une fonction en escalier.

Écrire une fonction `integrale` qui effectue ce calcul approché et dont le prototype est :

```
double integrale(double f(double), double a, double b, int n)
```

2. Méthode des trapèzes.

Une meilleure approximation est obtenue en remplaçant f , sur $[x_i, x_{i+1}]$, par la fonction constante égale à : $\frac{f(x_i)+f(x_{i+1})}{2}$.

Écrire la version modifiée correspondante `integraleplus`, en veillant à ne pas calculer deux fois la même valeur $f(x)$.

3. Exemples.

Tester ces approximations et comparer la vitesse de convergence sur les exemples suivants :

- $\int_0^1 3x^2 dx$,
- $\int_0^1 \frac{3}{2}\sqrt{x} dx$,
- $\int_1^2 \frac{e^t}{e^2-e} dt$.