

## Boucles. Analyse

Le but de ce travail est la résolution approchée d'équations du type  $f(x)=0$ .

### Exercice 1 Méthode dichotomique

*Cette méthode est implémentée par la fonction :*

```
double dichotomie (double f (double), double a, double b, double
epsilon) {
    double c;
    while(b-a > epsilon) {
        c = (a+b)/2;
        if (f(c) < 0)
            a=c;
        else
            b=c;
    }
    return b;
}
```

*sous les conditions  $f$  est continue sur  $[a, b]$  et  $f(a) < 0$  et  $f(b) > 0$ .*

- 1. Modifier aussi simplement que possible cette fonction pour qu'elle soit correcte dès que  $f(a)$  et  $f(b)$  sont de signes contraires.*
- 2. Vérifier expérimentalement que le nombre d'itérations nécessaires pour calculer une valeur approchée à  $10^{-n}$  près, par la méthode de dichotomie, est proportionnel à  $n$ . Afficher les résultats obtenus (nombres d'itérations) pour  $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$  et les équations suivantes :*

- $\sin(x) = \frac{1}{2}$ ,  $x \in [0, 1.5]$  ;
- $x^2 = 2$ ,  $x \in [-2, -1]$  ;
- $\exp(x) = 2$ ,  $x \in [0, 1]$ .

**Exercice 2 Méthode de Lagrange**

Cette méthode calcule la suite récurrente suivante :  $x_0 = a$ ,  $x_1 = b$  et

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1}f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

Vérifier expérimentalement l'efficacité de cette méthode sur les exemples de l'exercice précédent. Examiner l'évolution du nombre de décimales exactes en fonction du nombre d'itérations.

**Exercice 3 Méthode de Newton** Cette méthode est fondée sur le calcul de la suite récurrente suivante :  $x_0 = a$  et

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Vérifier expérimentalement l'efficacité de cette méthode sur les exemples de l'exercice précédent. Examiner l'évolution du nombre de décimales exactes en fonction du nombre d'itérations.