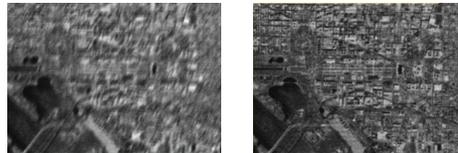


CES PAGES SONT DESTINÉES À FACILITER LA PRISE DE NOTES. ELLES SONT PRODUITES AUTOMATIQUEMENT À PARTIR DU SOURCE L^AT_EX/BEAMER DU DIAPORAMA SERVANT DE SUPPORT DE COURS. LA PRÉSENTATION ET LA MISE EN PAGE SONT PAR CONSÉQUENT APPROXIMATIVES.

Partie C — thème 9

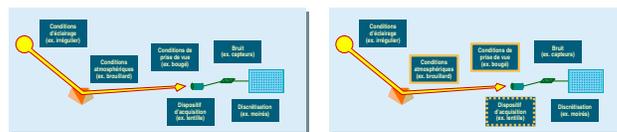
Filtrage inverse (déconvolution)



- *traitement de dégradations : flou, atténuations, distorsions, etc.*
- *modélisation de la dégradation* par une transformation h et application de la transformation inverse h^{-1}
- *traitements effectués l'espace des fréquences*

1 Principe

Principales causes de dégradation d'une image



On s'intéresse ici aux dégradations modélisables par une convolution h

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

- flou : bougé, mise au point, brouillard, etc.
- distorsions dues à l'instrumentation : défaut de lentille, technologies spécifiques (terahertz, interférométrie...), etc.

Principe de la restauration par déconvolution

- application de la transformation inverse
- inverser une convolution est très simple dans le domaine des fréquences : application du **théorème de convolution** (voir partie A, thème 3, §3.2)

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) \quad (1)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) \quad (2)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (3)$$

- problématique : déterminer H la transformée de Fourier de la dégradation
 - reconstruction de la dégradation à partir d'acquisition(s)
 - modélisation mathématique de la fonction de dégradation

2 Reconstruction de la dégradation

2.1 Fonction d'étalement du point

- principe : caractérisation de la déformation à partir de la dégradation d'un point (image réduite à une impulsion)
- repose sur une propriété de la transformation de Fourier :

si $f(x, y)$ est réduite à une impulsion, alors $F(u, v)$ est une constante A

- sous cette hypothèse, on a :

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

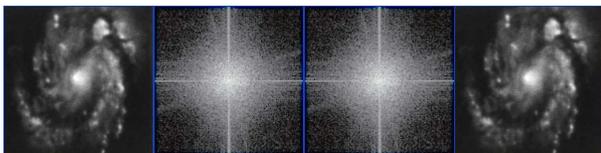
$$= H(u, v) \times A$$

$$H(u, v) = \frac{F'(u, v)}{A}$$

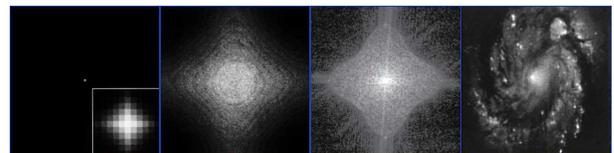
- transformée de Fourier de la dégradation = $k \times \mathcal{F}(f')$
 f' : fonction d'étalement du point / PSF (point spread function)

2.2 Acquisition de la PSF

- acquérir une image assimilable à un point
- exemple : acquisition d'une étoile isolée par un télescope



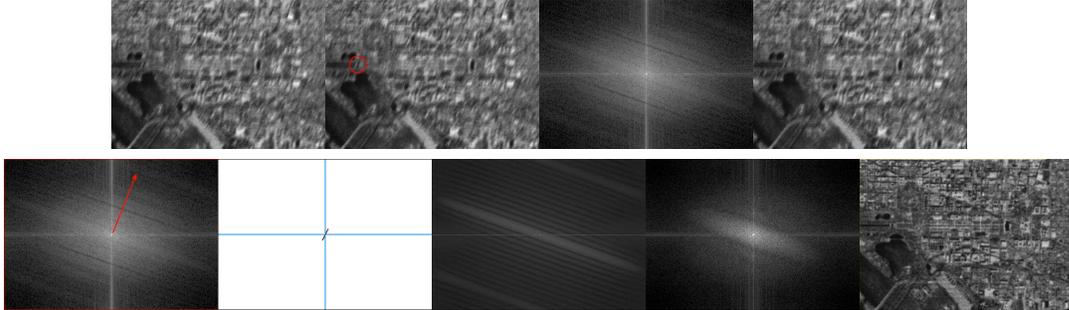
$$IAS(\mathcal{F}(I))AS(\mathcal{F}(I))I$$



$$PSF \text{ (acquisition)} AS(\mathcal{F}(PSF)) AS(\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(PSF)) \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(PSF))$$

2.3 Estimation de la PSF

- cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)
 - recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point



$$I \mathcal{F}(I) \mathcal{F}(H) \mathcal{F}(I) \mathcal{F}(H)^{-1}$$

$\mathcal{F}(I)$ Estimation de H (PSF du flou) $\mathcal{F}(H) \mathcal{F}(I) / \mathcal{F}(H) \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(I) / \mathcal{F}(H))$

Suppression de flou de bougé - National Mall Tidal Basin, Washington D.C. - J.C.Russ, Img. Process. Handbook 4^{ed}

3 Modélisation de la dégradation

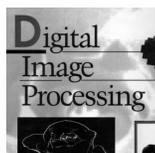
- exemple 1 : **mouvement** du système d'acquisition (flou de bougé)
 - temps d'acquisition de l'image : T
 - déplacement du système de prise de vue : $\begin{cases} x_0(t) = \frac{at}{T} \\ y_0(t) = \frac{bt}{T} \end{cases}$
 - dégradation :

$$f'(x, y) = \int_0^T f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt \quad (4)$$

- transformée de Fourier de la dégradation :

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin(\pi(ua + vb)) e^{-i\pi(ua + vb)} \quad (5)$$

- exemple 1 : simulation d'un flou de bougé par application de la transformation $H(u, v)$ de l'équation (2) précédente



$$I \quad \mathcal{F}(H(u, v) \times \mathcal{F}(I))^{-1}$$

- exemple 2 : simulation de flou causé par des turbulences atmosphériques
 - transformée de Fourier de la dégradation :

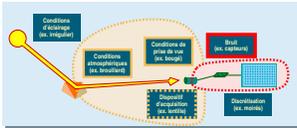
$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (6)$$



$$k = 0.00025k = 0.0010k = 0.0025$$

Modélisation de turbulences – Gonzalez & Wood, DIP 4^{ed} © Image originale NASA

4 Mise en œuvre concrète



- les dégradations prises en compte par le filtrage inverse se situent **en amont** de la numérisation
- le bruit (capteurs, électronique) vient s'ajouter **en aval** dans le processus d'acquisition dégradations
- nécessaire d'**intégrer le bruit** au modèle de dégradation

4.1 Influence du bruit sur le résultat de la déconvolution

Problématique :

- généralement l'image acquise est bruitée

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \nu(x, y) \quad (7)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (8)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (9)$$

$$= \frac{H(u, v)F(u, v) + N(u, v)}{H(u, v)} \quad (10)$$

$$= F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (11)$$

- la déconvolution rehausse également le bruit
- le terme $\frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ exprime le **rehaussement du bruit**

- exemple de déconvolution d'une image floue bruitée :



$I + \nu$ (bruit additif gaussien) Déconvolution de I Déconvolution de $I + \nu$

– J.C.Russ, *Img. Process. Handbook 4^{ed}*

4.2 Filtre de Wiener

— filtre minimisant de l'erreur quadratique moyenne $E((f - \hat{f})^2)$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}} \times F'(u, v)$$

— $F'(u, v)$: image dégradée

— $H(u, v)$: dégradation

— $N(u, v)$: bruit

— $F(u, v)$: image initiale

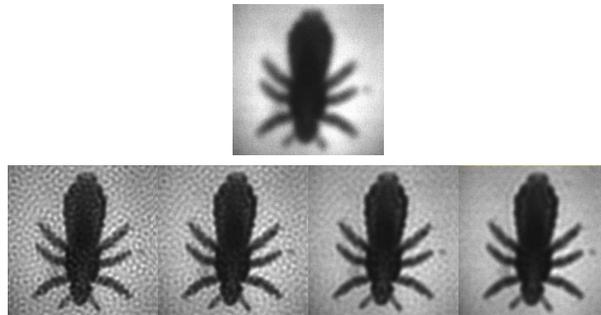
en général $|F(u, v)|$ et $|N(u, v)|$ sont inconnues

— en pratique, on approxime $\frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}$ par une constante K

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \times F'(u, v)$$

— paramètre de réglage du filtre : en augmentant la valeur de K , on diminue le bruit, mais aussi la correction de distorsion

— exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (1) : influence de K



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)

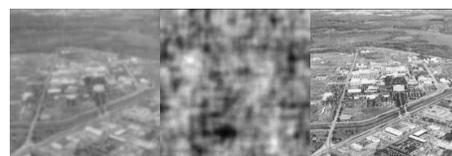
filtrage de Wiener pour des valeurs croissantes de K

– J.C.Russ, *Img. Process. Handbook 4^{ed}*

— exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (2) : optimisation de K



Vue aérienne



simulation de
turbulence
($k = 0.0025$)

déconvolution sans
prise en compte du
bruit

filtrage de Wiener
avec optimisation
interactive de K

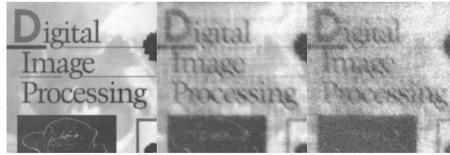
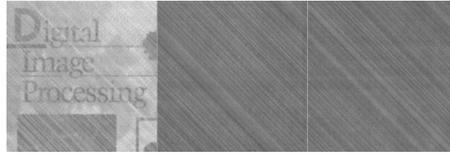
- exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (3) : flou de bougé + bruit gaussien optimisation de K



– Gonzalez & Wood, DIP 4^{ed} ©



flou + bruit  flou + bruit  flou + bruit 



déconvolution
filtrage de Wiener