

Partie C — thème 2

Traitement de la clarté et du contraste d'une image monochrome

Caractéristiques psychovisuelles d'intensité lumineuse

- pour une image couleur : composante achromatique (Y , L , V , etc)
- critères d'appréciation principalement subjectifs : dépendent de l'objectif recherché



1 Caractéristiques psychovisuelles d'intensité

1.1 Clarté d'une image monochrome

- caractérise une **intensité lumineuse relative** perçue

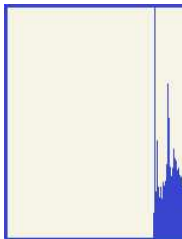
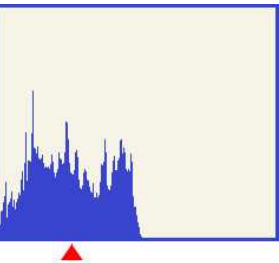


image claire ou sombre ? image claire

- assimilable à la **moyenne** μ_I de l'image I

$$\mu_I = \frac{1}{N} \sum_{p \in D} I(p) = \sum_{i=0}^{I_{max}} h'(i) \times i$$

1.2 Contraste d'une image monochrome

- caractérise la facilité à **distinguer les éléments** d'une image (objets adjacents, fond)

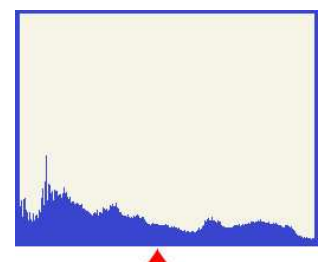
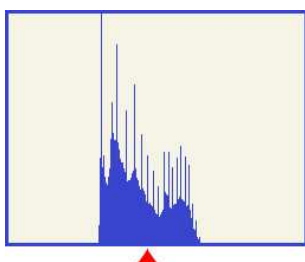


image faiblement contrastée image fortement contrastée

— assimilable à l'écart type σ_I de l'image I

$$\sigma_I = \sqrt{V_I} \quad \text{avec} \quad V_I = \frac{1}{N} \sum_{p \in D} (I(p) - \mu_I)^2 = \sum_{i=0}^{I_{max}} h'(i) \times (i - \mu)^2$$

- prise en compte de la **loi de Weber** : une faible variation de luminosité est
 - significative en faible luminosité
 - négligeable en forte luminosité

— peut se traduire par le ratio :

$$\frac{\text{différence de luminosité}}{\text{luminosité moyenne}}$$

— ratio **amplitude moyenne** (approximé par Michelson en 1927) :

$$\frac{\frac{\max(I) - \min(I)}{2}}{\frac{\max(I) + \min(I)}{2}} = \frac{\max(I) - \min(I)}{\max(I) + \min(I)}$$

Contraste global vs contraste local

— le contraste exprime une variation : on peut le considérer **globalement** ou **localement**



fort contraste global



fort contraste local / faible contraste local

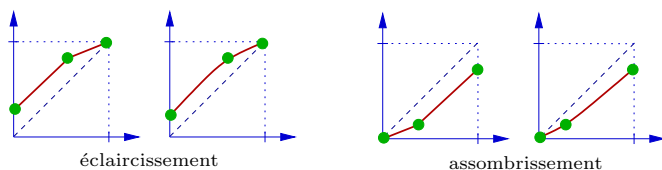
- contraste entre p et $V(p)$: $\frac{|I(p) - m(V(p))|}{m(V(p))}$ ou $m(R)$ est la moyenne sur R
- alternative : privilégier la luminosité des **contours** (notion de *piqué* en photographie)

$$m(R) = \frac{\sum_{p \in R} \|\nabla I(p)\| I(p)}{\sum_{p \in R} \|\nabla I(p)\|}$$

2 Édition des caractéristiques d'intensité

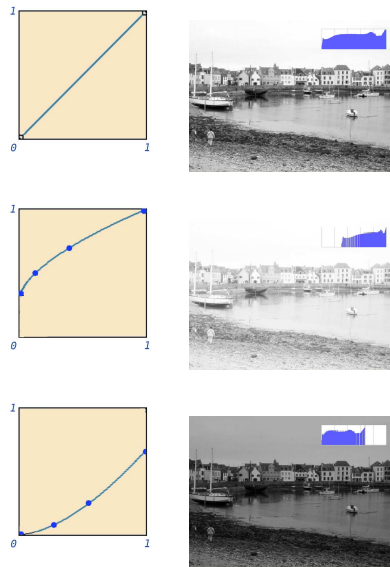
2.1 Transformations ponctuelles définies par leur graphe (curve/courbe)

Graphes des transformations ponctuelles de clarté



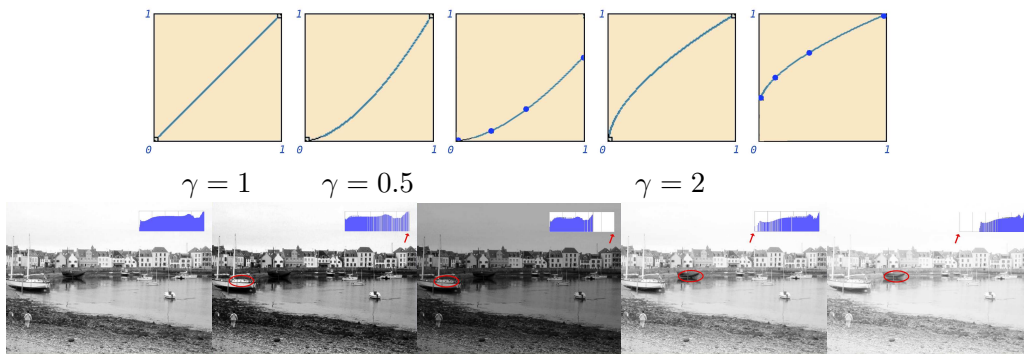
éclaircissement

assombrissement

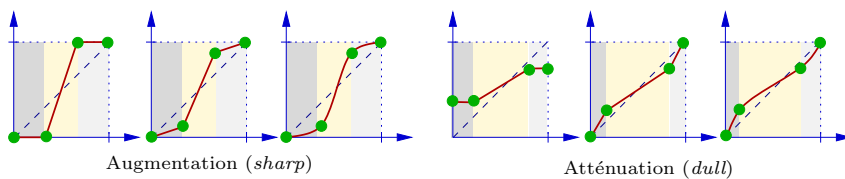


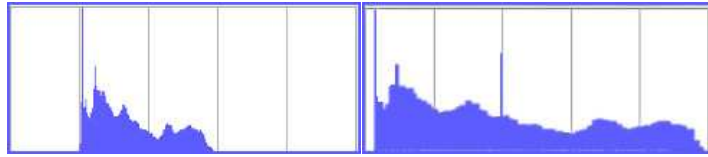
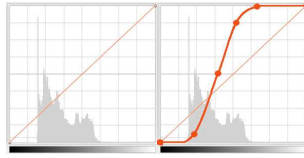
Correction par une fonction en loi de puissance (image normalisée)

- rappel : par convention on choisit $\Psi_\gamma(I) = I^{\frac{1}{\gamma}}$
 - $\gamma < 1$: *assombrissement*
 - $\gamma > 1$: *éclaircissement*
- $\Psi(1) = 1^{\frac{1}{\gamma}} = 1$: conservation des zones très claires
- $\Psi(0) = 0^{\frac{1}{\gamma}} = 0$: conservation des zones très sombres



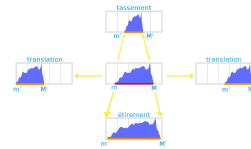
Graphes des transformations globales de contraste





2.2 Transformation linéaire des niveaux de gris (level)

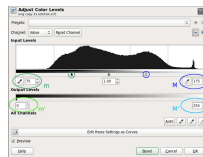
— translation + étirement/tassement d'histogramme



— projection d'un intervalle $[m, M]$ de niveaux d'un canal sur un intervalle $[m', M']$:

$i \in [m, M]$	$i' = \frac{i - m}{M - m} \times (M' - m') + m'$	$i' \in [0, M - m][0, 1][0, M' - m'] [m', M']$
----------------	--	--

— fonction *level* (niveau) de Gimp et Photoshop



— mise en œuvre de la fonction niveau (*level*) : $\Lambda_{m,M,m',M'}$

— troncature entre m et M : $\tau_{m,M}(i) : [0..i_{max}] \rightarrow [m..M]$

$$\tau_{m,M}(i) = \begin{cases} m & \text{si } i < m \\ M & \text{si } i > M \\ i & \text{sinon.} \end{cases}$$

— normalisation de $[m..M]$ sur $[0, 1]$: $f_{m,M} : [0..i_{max}] \rightarrow [0, 1]$

$$f_{m,M}(i) = \frac{\tau_{m,M}(i) - m}{M - m}$$

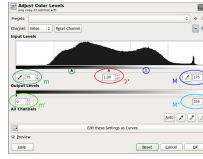
avec $f_{m,m}(i) = 0$ si $i \leq m$ et 1 sinon

— $\Lambda_{m,M,m',M'} : [0..i_{max}] \rightarrow [m'..M']$

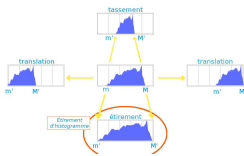
$$\Lambda_{m,M,m',M'}(x) = (M' - m') \times f_{m,M}(x) + m'$$

— combinaison avec une correction par une fonction puissance

$$\Lambda_{m,M,m',M',\gamma}(x) = (M' - m') \times \left(f_{m,M}(x) \right)^{\frac{1}{\gamma}} + m'$$

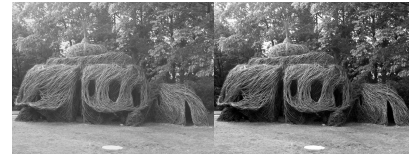
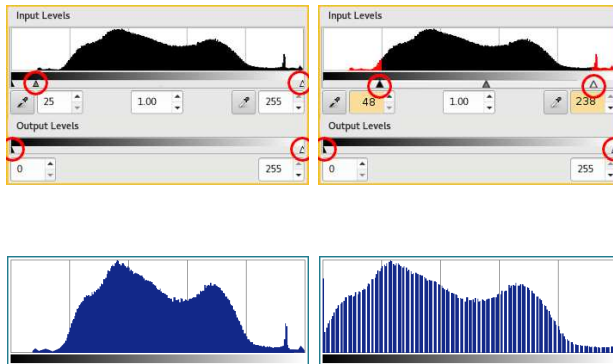


2.3 Normalisation automatique des niveaux de gris



— rehaussement du contraste par automatisation de l'étirement d'histogramme

- $m' = 0$ et $M' = i_{max}$
- détermination des valeurs m et M



— première idée : choisir pour m et M le **minimum** et le **maximum** des niveaux de gris

⇒ **peu efficace** s'il y a quelques pixels très sombres et/ou très clairs ($\frac{M-m}{M'-m'} \sim 1$)

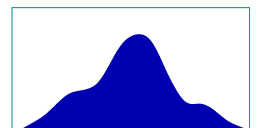
— compromis : réduire l'intervalle $[m, M]$: pertes d'informations extrêmes mais rehaussement plus efficace : sur l'exemple, $m = 48$ et $M = 238$ (voir annexe A)

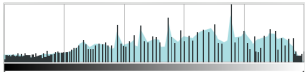
3 Rehaussement de contraste par transformation d'histogramme

3.1 Méthode fondatrice : aplatissement d'histogramme (Rosenfeld 1982)

— normalisation (étirement) peu efficace s'il existe une proportion significative de valeurs très claires et très sombres

— augmentation du contraste \iff **rééquilibrage** de l'histogramme par redistribution des niveaux de gris





— cible idéale : histogramme **plat**

$$\forall i, 0 \leq i \leq i_{max}, h_{I'}(i) = K$$

$$\text{avec } K = \left\lceil \frac{\sum_{k=0}^{i_{max}} h(k)}{i_{max}+1} \right\rceil$$

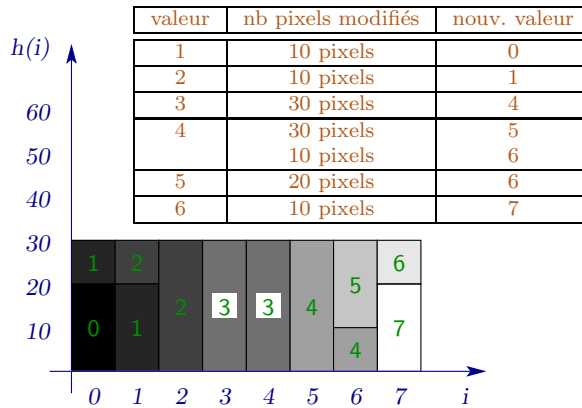
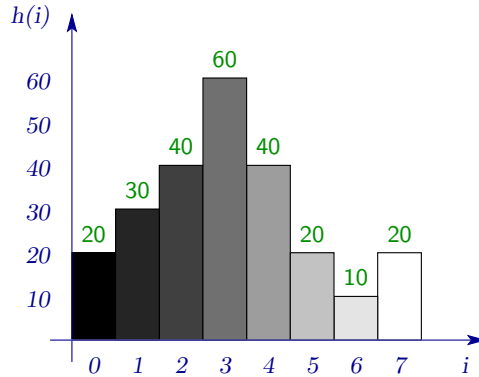


Mise en œuvre

— changer la valeur de certains pixels pour aplatiser l'histogramme

taille des classes :

$$\frac{\sum_{k=0}^{i_{max}} h(k)}{i_{max}+1} = \frac{240}{8} = 30$$



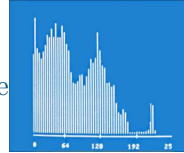
— construire une liste de modifications de la forme :

pour chaque niveau i : n_i pixels reçoivent la valeur i'

— $\forall i$ choisir dans l'image les n_i points à modifier

Analyse de la méthode

- efficace et en théorie idéale, mais
 - dépendante de la stratégie de sélection dans l'image des pixels à modifier
 - *premiers trouvés* : artefacts
 - *aléatoire* : plus coûteux, moins d'artefacts, bruit
 - *points de fort gradient*
 - *ne pas remodifier* des pixels déjà modifiés
- relativement coûteuse et complexe à mettre en œuvre
- *sépare* les classes de pixels de l'image
- difficilement paramétrable
 - *ne permet pas* de régler l'effet de rehaussement
 - *restreinte au traitement global* du contraste
- approximation de l'appâtissement d'histogramme par une *transformation ponctuelle* : égalisation d'histogramme

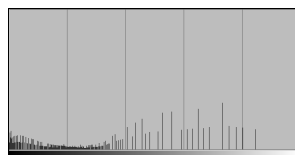
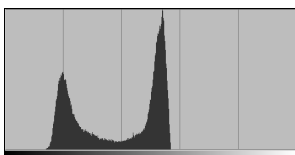


4 Égalisation d'histogramme

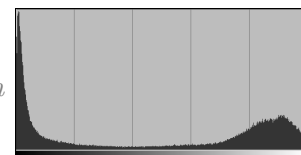
4.1 Méthode générale

- I : image *monochrome*
- N pixels de valeur entre 0 et M
- h_I : histogramme de I
- trouver une transformation *ponctuelle* EH_I tq $h_{EH_I(I)} \simeq$ constante
- solution : *histogramme normalisé cumulé* (noté ici \bar{h}' pour simplifier les notations)

$$EH_I(i) = M \times \bar{h}'_I(i)$$



égalisation



normalisation

Construction de la transformation EH_I

1. histogramme $h(i)$: nombre de points de niveau i

$$h_I(i) = \sum_{\substack{p \in D \\ I(p)=i}} 1$$

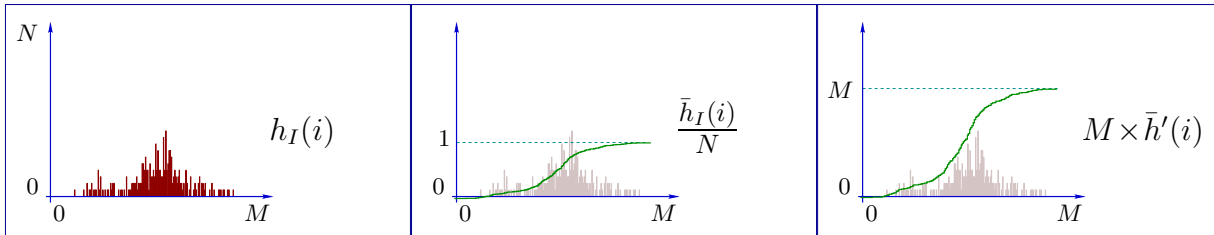
2. histogramme normalisé cumulé $\bar{h}'(i)$: proportion de points de niveau $\leq i$

$$\bar{h}'_I(i) = \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{N}$$

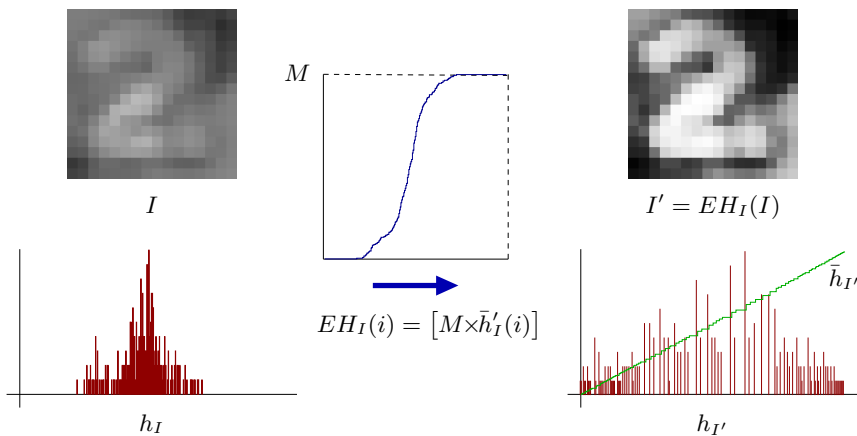
— $\bar{h}'(M) = 1$

3. étirement de $\bar{h}'(i)$ sur $[0..M]$

— $EH_I(i) = \lceil M \times \bar{h}'_I(i) \rceil$



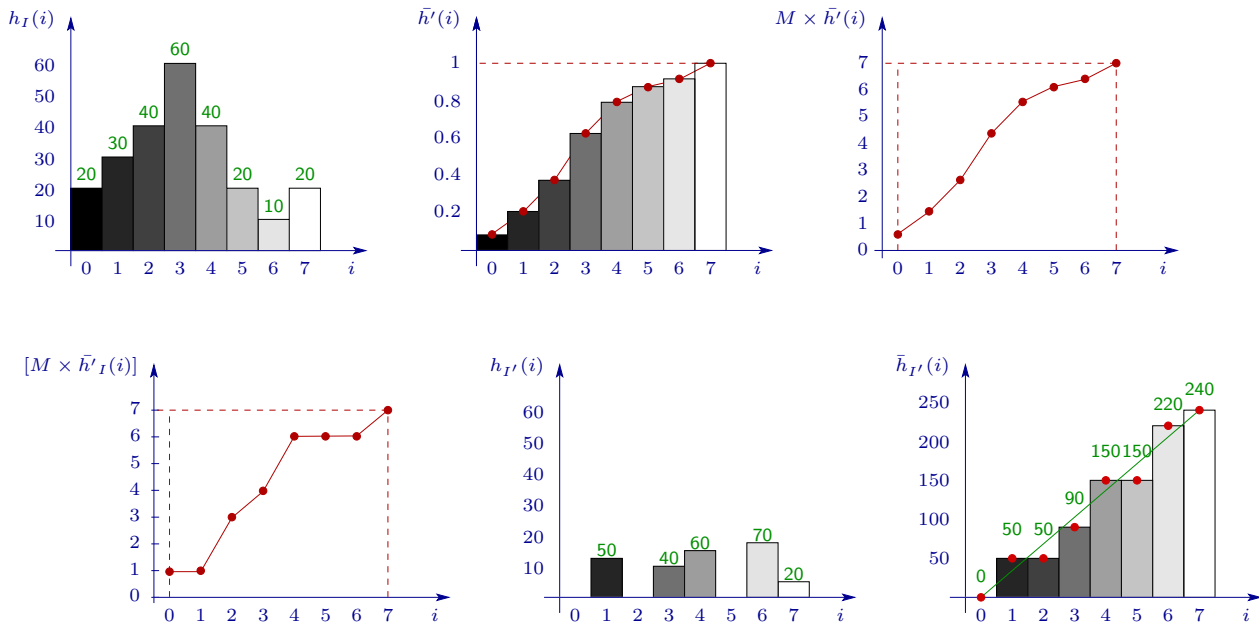
Vérification de l'efficacité de l'algorithme



— si h'_I est proche de l'histogramme plat (fonction constante $f(x) = c$)
 alors $\bar{h}_{I'}$ doit être proche de l'identité (intégrale $\int f(x)dx = \int c dx = x$)

4.2 Exemple

— $M = 7$ et $N = 240$

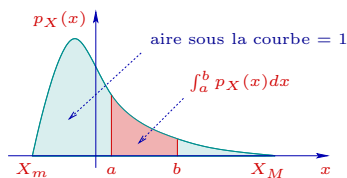


I	h_I	\bar{h}'_I	$\times M$	$I'=EH_I(i)$	$h_{I'}$	$\bar{h}_{I'}$
0	20	0.083	0.581	1	0	0
1	30	0.208	1.456	1	50	50
2	40	0.375	2.628	3	0	50
3	60	0.6828	4.375	4	40	90
4	40	0.792	5.544	6	60	150
5	20	0.875	6.128	6	0	150
6	10	0.917	6.419	6	70	220
7	20	1	7	7	20	240

4.3 Justification

On utilise un résultat de probabilités continues

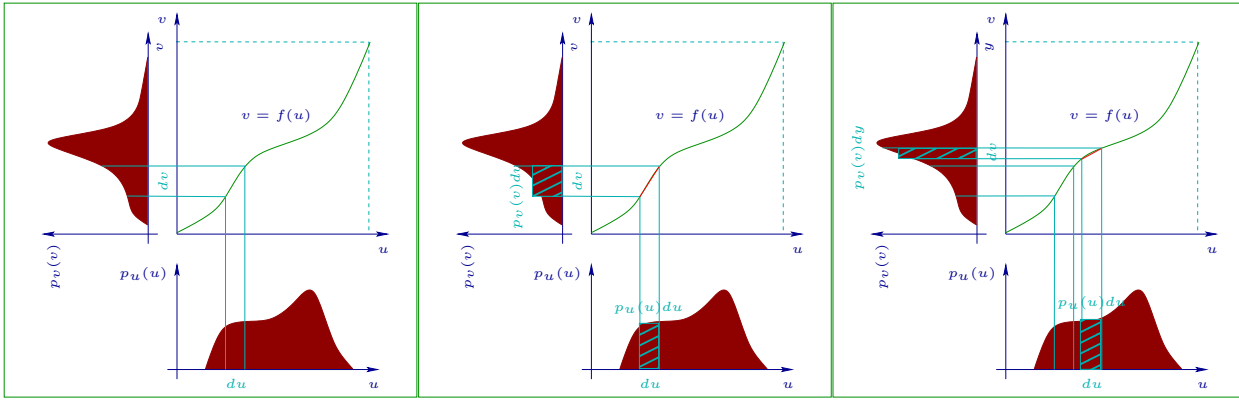
- variable aléatoire continue X sur $[X_m, X_M]$
- caractérisée par sa fonction de densité de probabilité $p_X(x)$



- permet de calculer de la probabilité que X soit dans $[a, b]$

$$p\{X \in [a, b]\} = \int_a^b p_X(x) dx$$

- u : variable aléatoire continue
- $p_u(u)$: la densité de probabilité de u
- $f(x)$: une fonction dérivable
- $v = f(u)$
- $p_v(v)$: la densité de probabilité de v



— comment exprimer $f(x)$ en fonction de p_u et de p_v ?

— $p_v(v)dv = p_u(u)du$

$$p_v(v) = p_u(u) \left| \frac{du}{dv} \right| = p_u(u) \times \left| \frac{du}{df(u)} \right| = p_u(u) \times \frac{1}{|f'(u)|}$$

$$p_v(v) = \frac{p_u(u)}{|f'(u)|}$$

— correspondance entre densités de probabilité et images :

$$\begin{array}{ll} I \leftrightarrow u & EH_I(I) \leftrightarrow f(u) \\ h'_I \leftrightarrow p_u & h'_{I'} \leftrightarrow p_v \end{array}$$

— pour que $h'_{I'}$ soit plat, c.à.d pour que $p_v = \frac{p_u(u)}{|f'(u)|} = cte$, il suffit de poser

$$f'(u) = K \times p_u(u)$$

— les solutions $f(u)$ sont donc de la forme :

$$f(u) = K \int_0^u p_u(x) dx$$

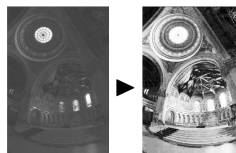
ce qui justifie de prendre :

$$EH_I(i) = \left[M \sum_0^i h'_I(i) \right] = [M \times \bar{h}'_I(i)]$$

4.4 Paramétrage de l'égalisation d'histogramme

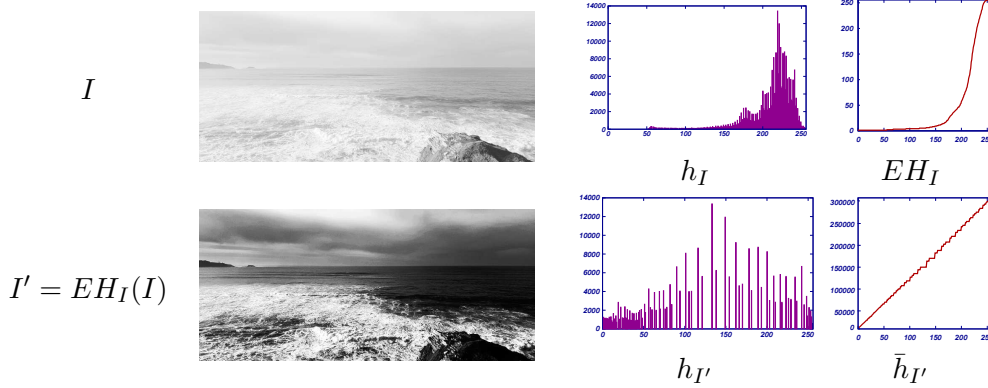
Limites de la méthode générale

- l'égalisation d'histogramme présente plusieurs défauts :
 - modification exagérée du contraste et/ou de la clarté
 - parties sombres « bouchées », parties claires « brûlées »
 - amplification du bruit



- recherche de paramétrages pour atténuer les défauts
 - modification de l'histogramme avant calcul de l'histogramme cumulé
 - restriction du domaine de calcul de l'histogramme,
 - etc.

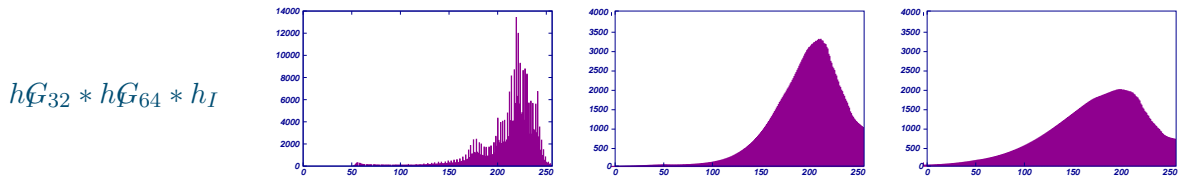
Exemple 1 : atténuation de l'effet de rehaussement



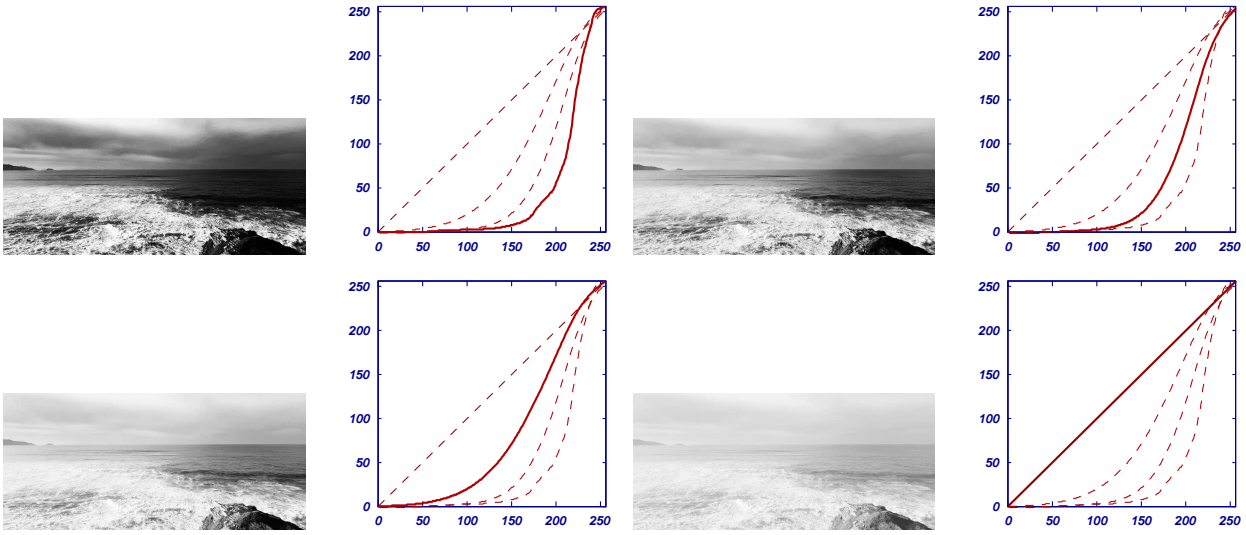
- exemple d'image I pour laquelle l'EH produit des zones trop sombres
- objectif : rechercher un résultat intermédiaire entre I et $EH_I(I)$

- mise en œuvre : lissage gaussien G_σ de h_I avant le calcul de l'histogramme cumulé

$$I \rightarrow h_I \rightarrow h_G = G_\sigma * h_I \rightarrow \bar{h}'_G \rightarrow EH_{h_G}$$



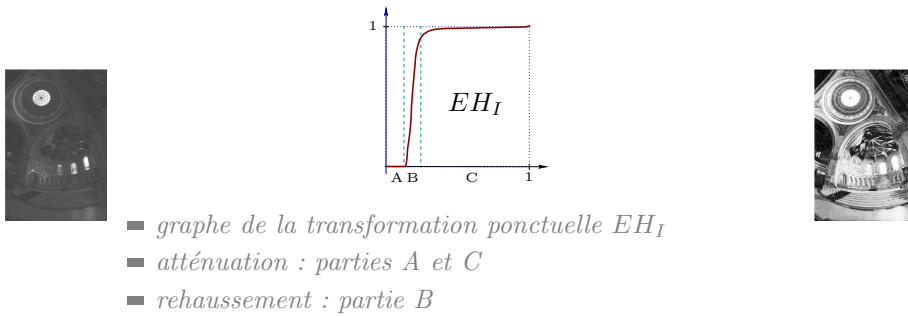
- σ permet de régler le niveau du rehaussement :
 - $\sigma \nearrow : h_G \rightarrow cte$ (moyenne des valeurs)
 - l'histogramme cumulé tend vers la fonction identité (intégrale de la fonction constante)
- l'effet de rehaussement de contraste diminue lorsque σ augmente
- exemples d'égalisations d'histogramme construites avec $G_\sigma * h_I$



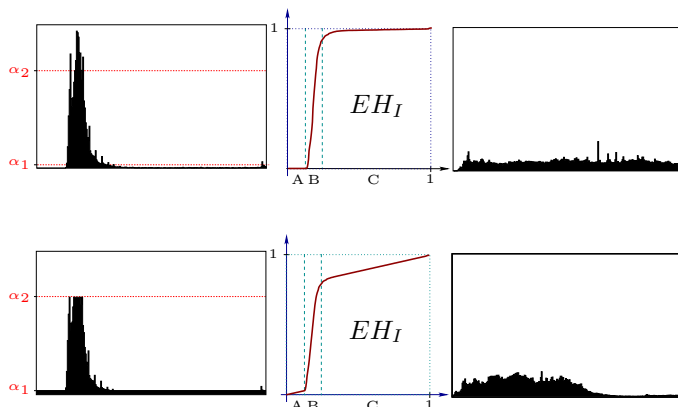
$$\sigma = 0 \sigma = 32 \sigma = 64 \sigma = +\infty$$

Exemple 2 : limitation du rehaussement de contraste

— exemples de zones claires « brûlées » par un rehaussement trop important



— limitation de l'effet par contrôle de la **pen**te de la transformation



$$\alpha_1 < \frac{d(EH_I(i))}{di} < \alpha_2, \quad \forall i \in [0..255]$$

— retour à la formulation continue de l'**histogramme cumulé** :

$$EH_I(i) = k \int_0^i h'(j) dj$$

$$\frac{d(EH_I(i))}{di} = \frac{d(k \int_0^i h'(j) dj)}{di} = kh'(i)$$

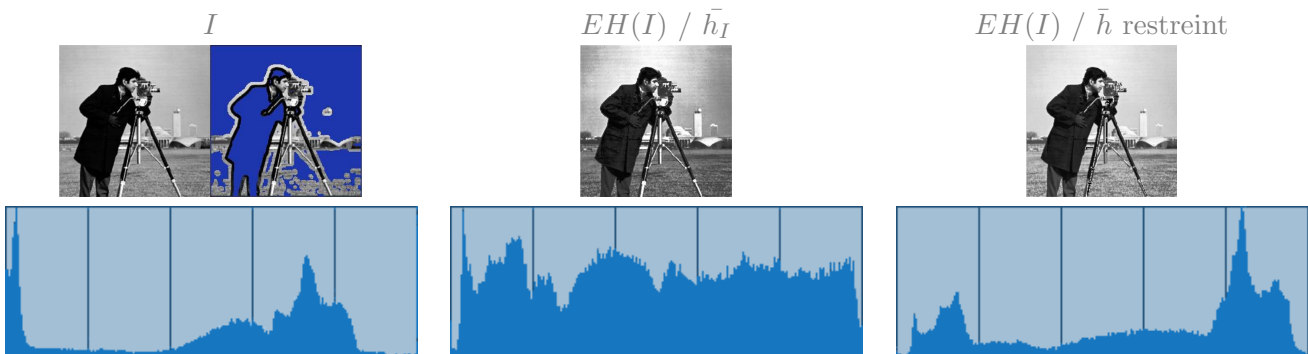
— cela revient simplement à satisfaire la condition :

$$\alpha_1 < h'(i) < \alpha_2, \quad \forall i \in [0..255]$$



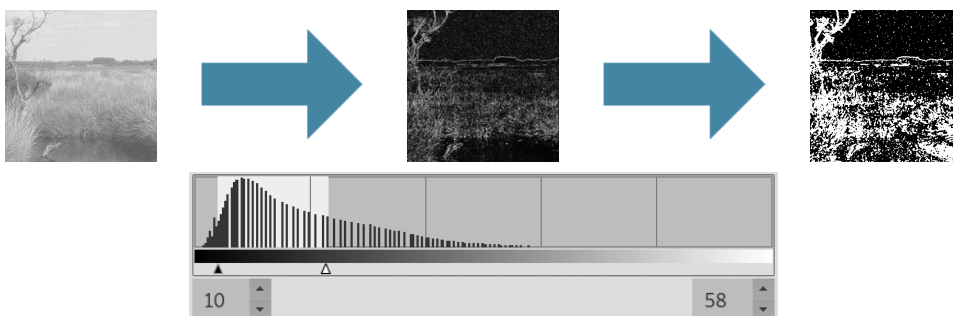
Exemple 3 : compromis contraste / bruit

- l'EH de l'image de gauche accentue le bruit (tramage horizontal) du ciel
- stratégie pour réduire l'amplification du bruit : restriction de l'histogramme cumulé aux **zones de fort gradient**



- écarte les pics de l'histogramme en préservant sa forme
- augmente le contraste **entre les « plages »** de niveaux de gris

- construction d'un masque M avec le gradient de Beucher $\delta(I) - \varepsilon(I)$
- seuillage autour du mode de l'histogramme





bruit faible $EH_I(I)$ standard $EH_{M(I)}(I)$ restreint à M



bruit important $EH_I(I)$ standard $EH_{M(I)}(I)$ restreint à M

5 Amélioration du contraste local

5.1 Égalisation locale de l'histogramme



- amélioration du contraste au voisinage de chaque point
- pour chaque pixel p
 - calcul de l'histogramme h_p sur un *voisinage* de p
 - calcul de EH_p à partir de \bar{h}'_p l'*histogramme normalisé cumulé local* à p

$$I'(p) = EH_p(I(P))$$

- plus *coûteux* : transformation est recalculée pour chaque pixel

- exemple :



EH globale



EH locale

- altération importante de l'image
- mais accroissement de la lisibilité

Possibilité de paramétrer la méthode par la taille du voisinage

- diminution de l'« effet local » en augmentant la taille

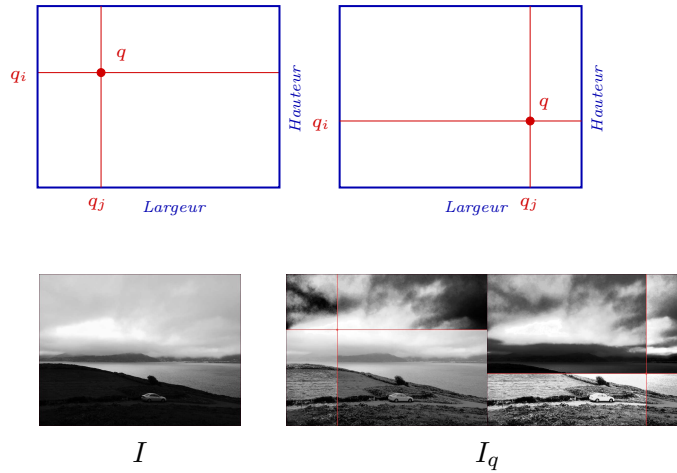


global 64 pixels 32 pixels 16 pixels 8 pixels

5.2 Combinaison d'égalisations par secteurs

Principe de l'égalisation par secteurs

- choix d'un point $q = (q_i, q_j)$
- décomposition de l'image en 4 secteurs relativement à q
- égalisation d'histogramme effectuée indépendamment sur chaque secteur



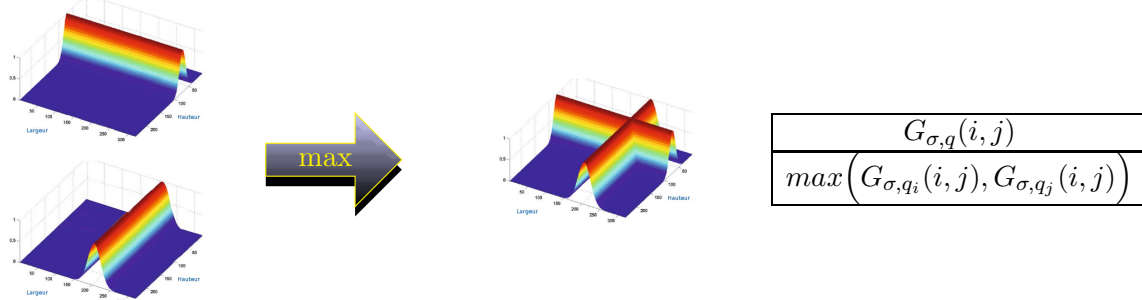
Atténuation des discontinuités de I_q

- combinaison des images I (autour de la frontière) et I_q (ailleurs)
- transition pondérée par des fonctions gaussiennes d'amplitude $[0, 1]$
- autour de la frontière horizontale :

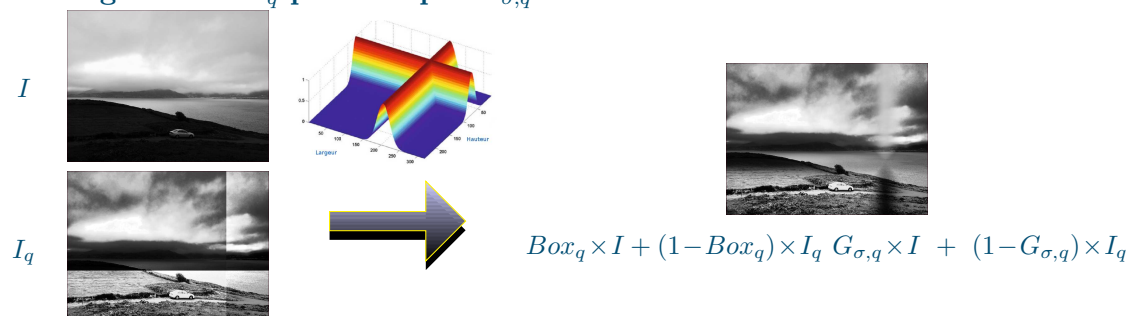
$$G_{\sigma, q_i}(i, j) = \exp\left(-\frac{(i - q_i)^2}{2\sigma^2}\right)$$



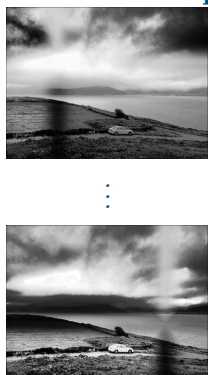
- idem verticalement



Mélange de I et I_q pondéré par $G_{\sigma, q}$

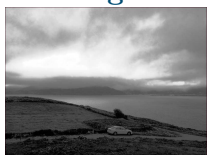
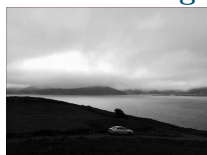


Combinaison de plusieurs égalisations par secteur



moyenne de 50 images sectorisées aléatoirement et égalisées par secteur

Comparaison avec les égalisations globales et locales



égalité globale

égalité locale

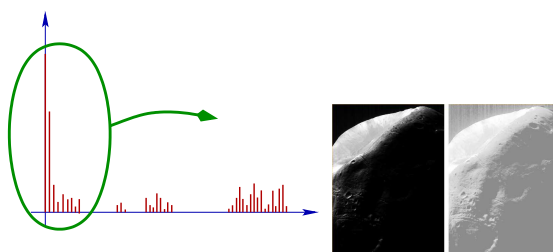


combinaison d'égalisations par secteur

6 Spécification d'histogramme

Alternative à l'égalisation d'histogramme

- dans des cas extrêmes l'EH peut diminuer le contraste
- exemple : plage très sombre de grande taille → un décalage excessif



- objectif : trouver un compromis entre
 - *aplatir l'histogramme pour augmenter le contraste*
 - *préserver la forme générale de l'histogramme*
- méthode : spécification d'un histogramme cible à partir de h_I

Formulation du problème

- étant donné :
 - *une image I et h_I son histogramme*
 - *h_s un histogramme spécifié (à partir de h_i)*
- trouver une transformation Ψ telle que $h_{I'}$, l'histogramme de $I' = \Psi(I)$, soit aussi proche que possible de h_s

— solution : en principe on a

$$EH_{I'}(I') \simeq EH_I(I)$$

$$I' \simeq EH_I^{-1}(EH_I(I))$$

$$\Psi = EH_I^{-1} \circ EH_I$$

— algorithme :

- calculer EH_I et $EH_{I'}$ avec respectivement h_I et h_s
- *inverser* $EH_{I'}$

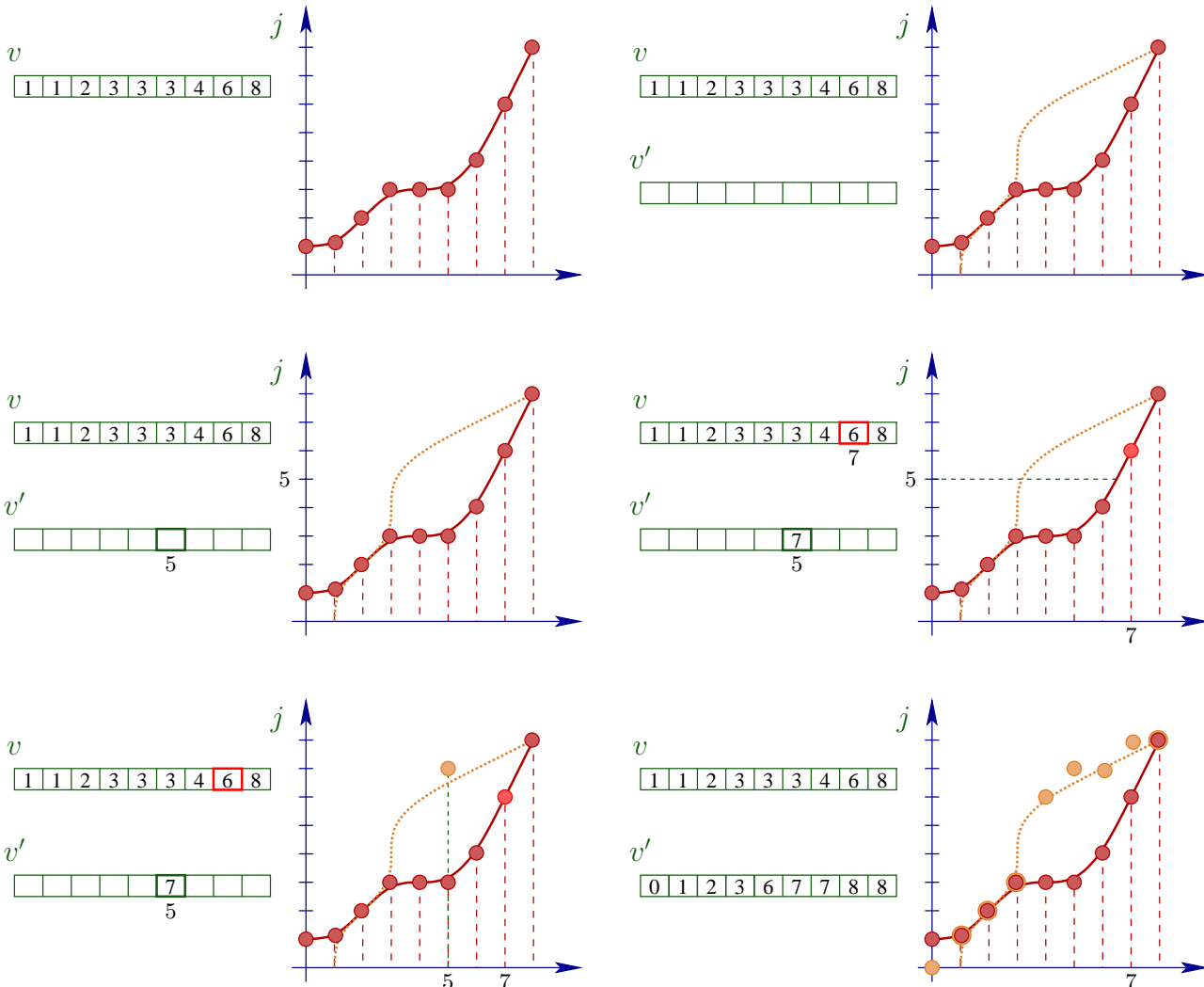
Inversion d'un histogramme cumulé

— inversion d'une fonction croissante entière,

$$f : [0..N - 1] \rightarrow [0..N - 1]$$

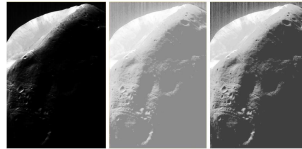
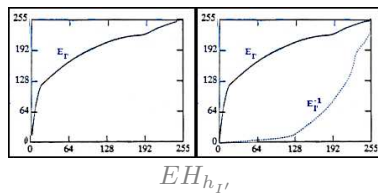
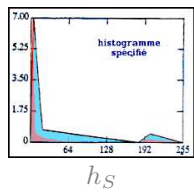
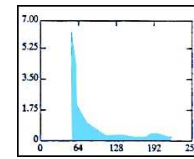
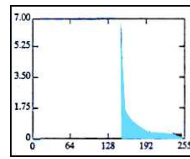
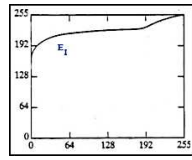
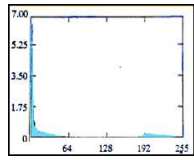
- f codée par un vecteur $v[i] : (v[0], v[1], \dots, v[N - 1])$
- construction du vecteur v' codant f^{-1}

$\forall j, v'[j] \leftarrow$ le plus petit entier $i \in [0..N - 1]$ tel que $v[i] \geq j$



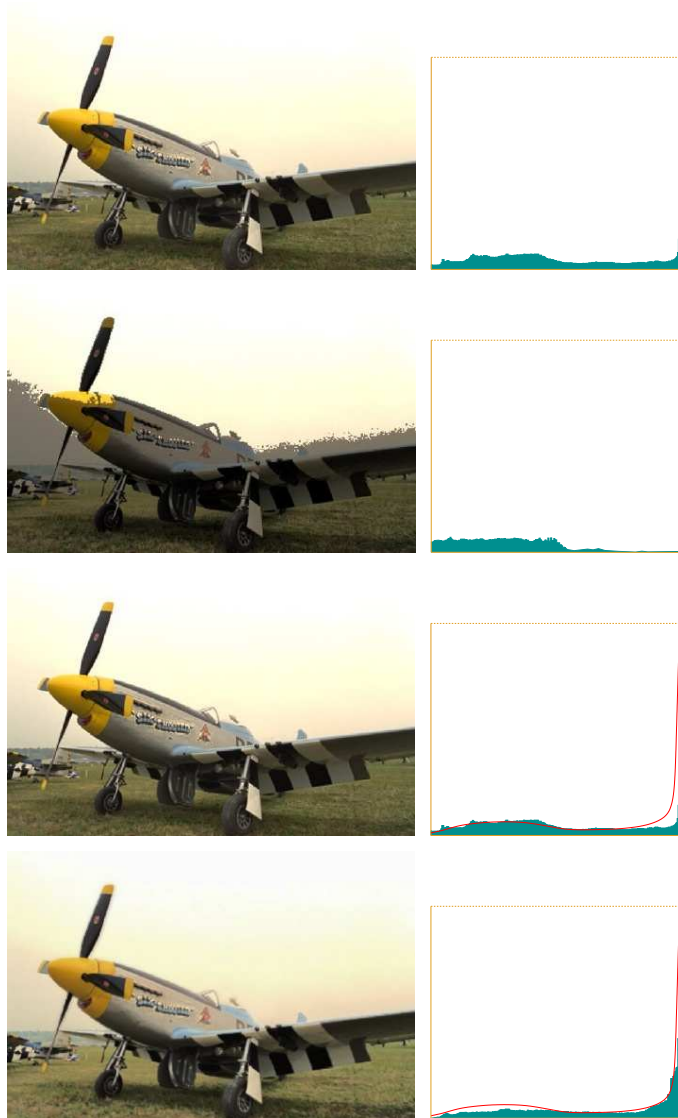
Algorithme de calcul de Ψ

1. construction du vecteur v codant EH_I (à partir de h_I)
2. construction du vecteur v' codant $EH_{I'}$ (à partir de h_S)
3. construction du vecteur v'' inverse de v'
4. la transformation $\Psi(i)$ est codée par $v''[v[i]]$



— de gauche à droite : I , $EH_I(I)$, $EH_{I'}(I)$ —

Exemple de construction automatique de l'histogramme cible



Transformation appliquée à la composante V (HSV)

- histogramme cible : lissage de l'histogramme original
- « compromis » entre l'histogramme original et un histogramme équilibré

ANNEXE A

Détermination des minimum et maximum pour auto-level (GIMP)

Détermination automatique de m et M

- heuristique utilisée pour l'exemple précédent (GIMP)
 - *plus petit (resp. plus grand) niveau de gris qui produise une variation significative par rapport à son prédécesseur (resp. successeur)*
 - *cumul des premières (resp. dernières) valeurs de l'histogramme normalisé (pourcentage de la présence de chaque niveau de gris dans l'image)*

$$m = \min \left\{ k, \left| \sum_{i=0}^k h'(i) - \varepsilon \right| < \left| \sum_{i=0}^{k+1} h'(i) - \varepsilon \right| \right\} + 1$$

$$M = \max \left\{ k, \left| \sum_k^{i_{max}} h'(i) - \varepsilon \right| < \left| \sum_{i=k-1}^{i_{max}} h'(i) - \varepsilon \right| \right\} - 1$$

- implémentée pour $\varepsilon = 0.006$
- nous verrons plus loin que cette méthode peut être appliquée aux canaux d'une image RGB pour rééquilibrer les couleurs.

ANNEXE B

Rehaussement de contraste sélectif au moyen des caractéristiques statistiques

Rehaussement de contraste sélectif

- traitement paramétré par la **luminosité** et le **contraste**
- **moyenne** $\mu(I)$ pour estimer la luminosité

$$\mu_I = \sum_i i \times h'(i)$$

- **écart type** $\sigma(I)$ pour estimer le contraste

$$\sigma_I^2 = \sum_i (i - \mu_I)^2 \times h'(i)$$

- utilisation de caractéristiques globales et locales :
 - $V(p)$: *voisinage du point p*
 - $\mu_{V(p)}$: *moyenne calculée sur V(p)*
 - $\sigma_{V(p)}$: *écart type calculé sur V(p)*

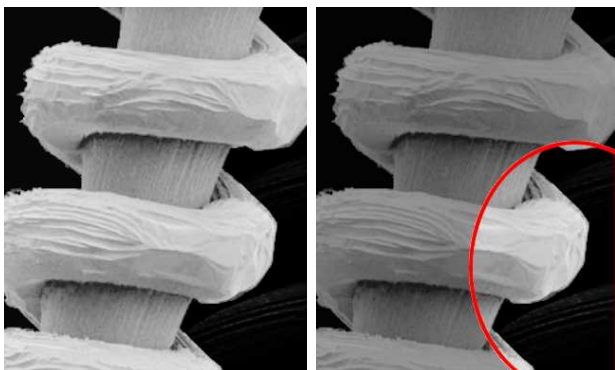
Exemple : éclaircissement des zones sombres et peu contrastées

- sélection des points
 - des parties **sombres** :

$$\mu_{V(p)} \leq k_0 \mu_I$$

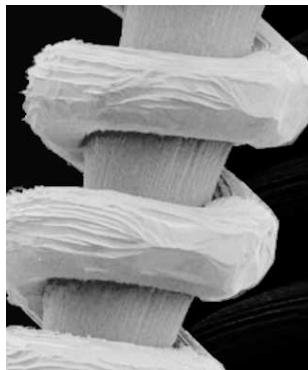
- et **peu contrastées** :

$$k_1 \sigma_I \leq \sigma_{V(p)} \leq k_2 \sigma_I$$



— éclaircissement des zones sélectionnées : l'intensité des points retenus est multipliée par un facteur E

$$I'(p) = \begin{cases} E \times I(p) & \text{si } \begin{cases} \mu_{V(p)} \leq k_0 \mu_I \\ k_1 \sigma_I \leq \sigma_{V(p)} \leq k_2 \sigma_I \end{cases} \\ I(p) & \text{sinon} \end{cases}$$



I

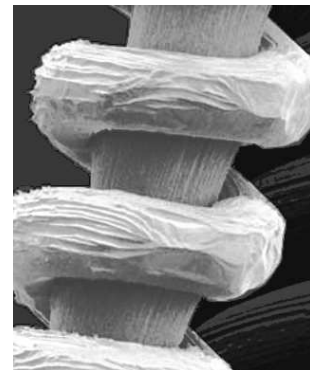


pixels retenus pour :

- $k_0 = 0.4$
- $k_1 = 0.02$
- $k_2 = 0.4$



résultat pour $E = 4$



$EH(I)$