

CES PAGES SONT DESTINÉES À FACILITER LA PRISE DE NOTES. ELLES SONT PRODUITES AUTOMATIQUEMENT À PARTIR DU SOURCE L^AT_EX/BEAMER DU DIAPORAMA SERVANT DE SUPPORT DE COURS. LA PRÉSENTATION ET LA MISE EN PAGE SONT PAR CONSÉQUENT APPROXIMATIVES.

Partie B — thème 5

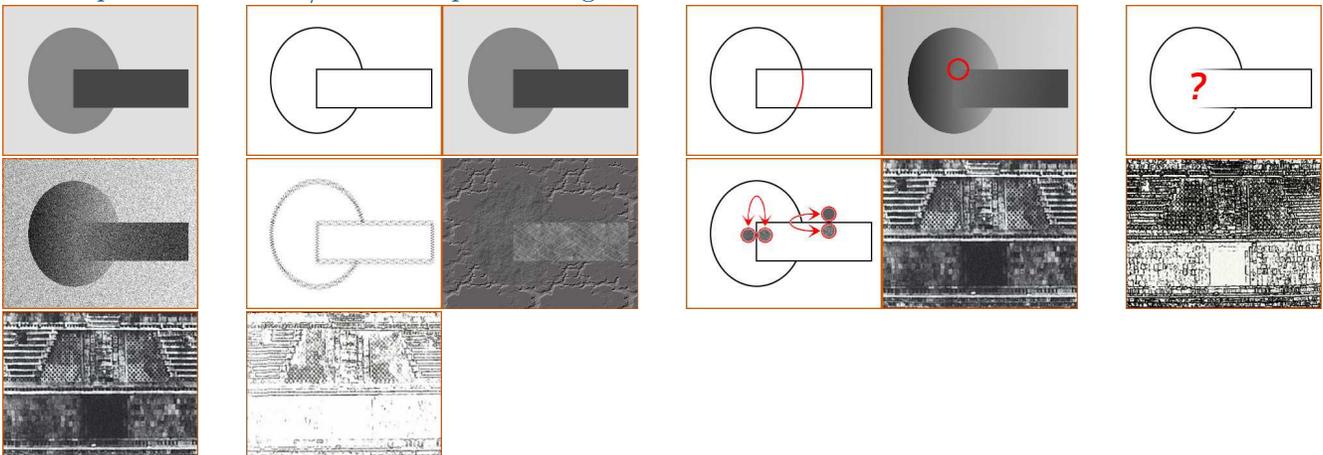
Détection de contours



- variations « significatives » donnant des indications sur les objets ou structures de l'image
- définition intuitive : discontinuité de luminance ou de couleur
- comment caractériser un contour, sur quels critères ?
- comment passer d'une image à une image de contours ?

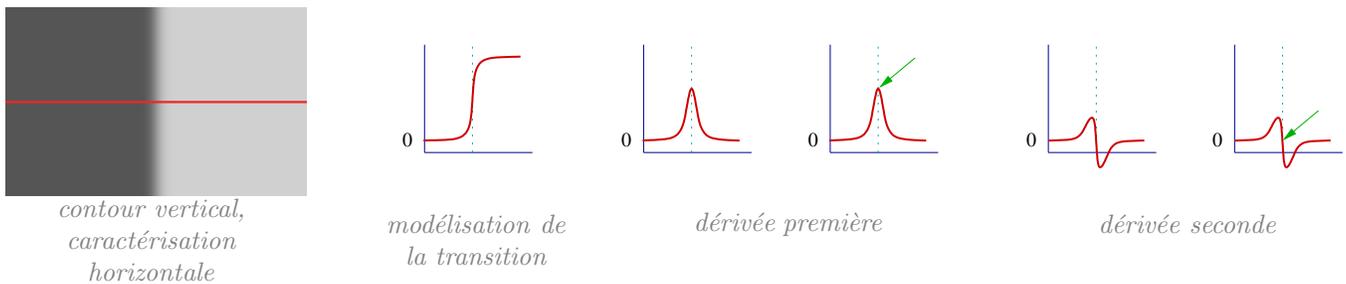
1 Caractérisation globale ou locale des contours

- discontinuités **globales** : frontières de régions
 - segmentation : cohérence, contours fermés
 - possibilité d'ajustement à un modèle cible
- discontinuités **locales** : contours de luminance
 - plus simple mais ne préserve pas la cohérence globale : dégradées, bruit
 - possibilité de prise en compte des textures
- détection de contours : méthodes **locales**
- compromis contours / texture : paramétrage de la **sensibilité** de la détection



2 Détection locale des contours : méthodes dérivatives

2.1 Caractérisation des contours selon une direction



- domaine continu : modélisation par une augmentation ou diminution d'amplitude
- caractéristiques du contour : importance de la variation (pente), coordonnée du point médian
- localisation dérivative du contour
 - ordre 1 : extrêmes de la dérivée première
 - ordre 2 : passage par zéro de la dérivée seconde

2.2 Caractérisation des contours en dimension 2

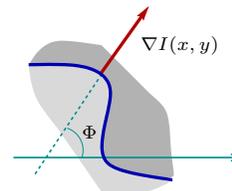
Principe

- déterminer l'emplacement des transitions significatives dans toutes les directions
- produire une image différentielle représentative des transitions spatiale

Ordre 1 : caractérisation par le vecteur gradient de la fonction image

$$I(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \end{pmatrix}$$

analogie avec les images topographiques
 niveaux de gris ↔ altitudes
 transitions ↔ dénivelés
 contours ↔ courbes de niveau



direction du gradient	norme du gradient
normale au contour (pente)	importance du contour (dénivelé)
$\Phi = \arctan \left(\frac{\partial I}{\partial y} / \frac{\partial I}{\partial x} \right)$	$ \nabla I(i, j) = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial i}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial j}\right)^2}$

Ordre 2 : utilisation du Laplacien (approximation de la dérivée seconde)

- expression de la dérivée seconde de la fonction image $I(x, y)$:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial N^2} = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \cos^2 \Phi + 2 \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} \cos \Phi \sin \Phi + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \sin^2 \Phi$$

- approximation par l'opérateur laplacien

$$\Delta I(x, y) = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

- mêmes passages par zéro que la dérivée seconde
- simple à mettre en œuvre
- isotrope (invariant par rotation)

2.3 Principe des méthodes dérivatives d'ordre 1 ou 2

- différenciation spatiale du premier ordre
 - calcul du **gradient**
 - recherche des maximums de la norme du gradient
- différenciation spatiale du second ordre
 - calcul du **laplacien**
 - recherche des passages par zéro



- construction de l'image des contours d'une image monochrome 2D
 - images différentielles : calcul des **dérivées partielles discrètes**
 - localisation précise des contours : **seuillage**

3 Calcul des dérivées partielles d'une image discrètes

3.1 Formulation de la dérivation partielle discrète

- définition **continue** :

$$I : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, 1] \quad (\text{fonction image})$$

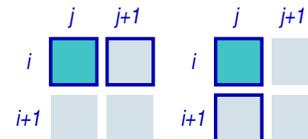
$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{I(x + h, y) - I(x, y)}{h}$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{I(x, y + h) - I(x, y)}{h}$$

- en discret : $h \geq 1 \Rightarrow$ approximation par **différence finie** ($h = 1$)

$$\frac{\partial I(i, j)}{\partial j} = I(i, j + 1) - I(i, j)$$

$$\frac{\partial I(i, j)}{\partial i} = I(i + 1, j) - I(i, j)$$



- le calcul des DP discrètes se traduit par un produit de convolution :

$$\frac{\partial I}{\partial i} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} * I$$

$$\frac{\partial I}{\partial j} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} * I$$

- on peut également utiliser les noyaux : $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$

- la dérivée partielle d'une image possède des valeurs positives **et négatives** :

$$\frac{\partial I}{\partial i}, \frac{\partial I}{\partial j} : [0..255] \longrightarrow [-255..255]$$

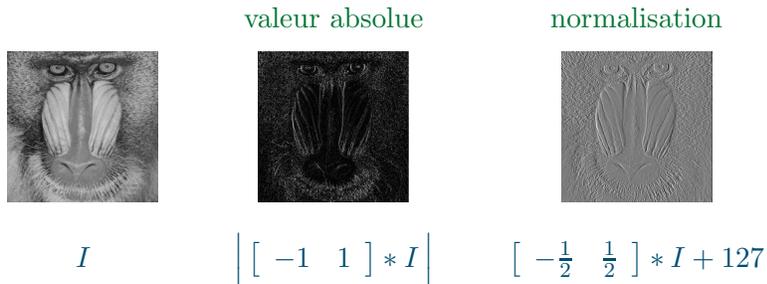
ce n'est donc **pas une image directement affichable**

— deux stratégies pour ramener les valeurs de la DP dans la dynamique de l'image

$$[-255..255] \longrightarrow [0..255]$$

— $\left| \frac{\partial I(i,j)}{\partial \cdot} \right|$ (valeur absolue) : perte de l'orientation de la dérivée

— $\frac{1}{2} \frac{\partial I(i,j)}{\partial \cdot} + 127$ (normalisation par rapport à un gris moyen) : réduction de la dynamique mais conservation de l'orientation



3.2 Opérateurs dérivatifs dédiés à la détection de contours

Amélioration de la localisation du contour

— calcul de la différence autour du point à dériver

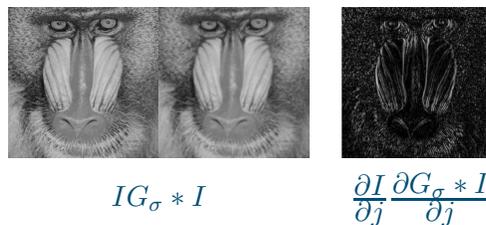
$$\frac{\partial}{\partial i} : \begin{pmatrix} \boxed{-1} \\ 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ \boxed{0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial j} : \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -1 & \boxed{0} & 1 \end{pmatrix}$$



Réduction de la sensibilité à la texture et au bruit

— filtrage passe-bas avant dérivation



— réduction des détails et épaissement des contours

— construction de **dérivateurs contenant le filtrage passe-bas** : convolution d'une dérivation dans une direction avec un lissage dans la direction orthogonale

Opérateurs de Prewitt et de Sobel

— composition entre une **dérivation** et un **lissage** dans la direction orthogonale

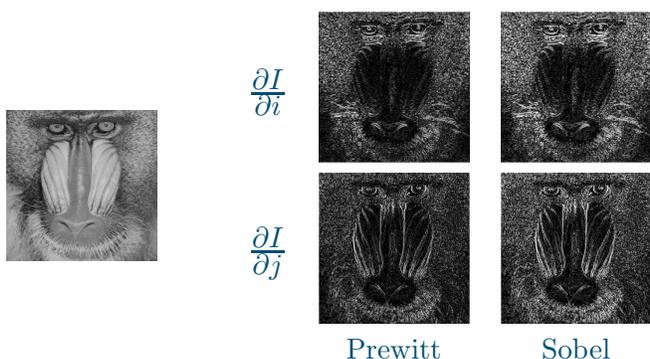
— dérivateurs : $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

— lissage avec $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$: opérateur de **Prewitt**

$$\frac{\partial}{\partial i} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial}{\partial j} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— lissage avec $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$: opérateur de **Sobel**

$$\frac{\partial}{\partial i} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial}{\partial j} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



3.3 Filtrage optimal de Canny / Deriche

Critères de Canny [1983]

— contour 1D modélisé par une fonction de **Heaviside** $H(t)$ noyée dans un **bruit gaussien**

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

$$I(t) = A \times H(t) + \nu(t)$$



— trois critères pour évaluer la performance d'un détecteur

1. **détection** : manquer le moins possible de contours
2. **localisation** : aussi proche que possible du contour véritable
3. **unicité** : fournir une seule localisation par contour

— recherche d'un filtre Φ t.q. le contour corresponde à $\max(\Phi * I)$

- solution approximable par la dérivée d'une gaussienne : $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} * G_\sigma$
- justification formelle des opérateurs de Prewitt et Sobel
- algorithme de détection de contours de Canny (§5.5)

Filtre de Deriche [1987]

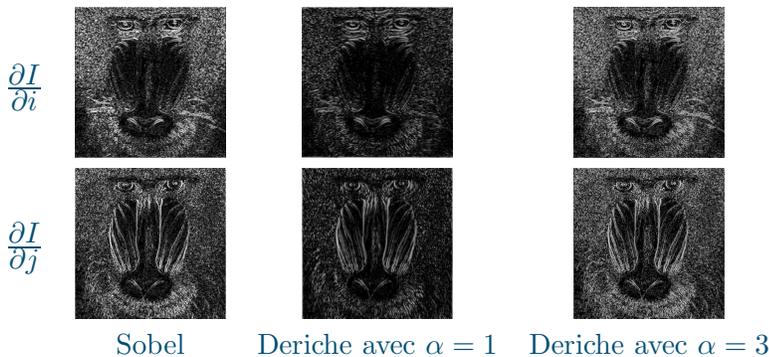
- solution exacte à l'équation de Canny
- opérateurs de dérivation D et de lissage L (intégration de D)

$$D(t) = -ct e^{-\alpha|t|}$$
$$L(t) = k(\alpha|t| + 1)e^{-\alpha|t|}$$

- opérateurs séparables
- convolution de la dérivation et du lissage dans des directions orthogonales :

$$\frac{\partial I}{\partial i} = D_i * (L_j * I)$$
$$\frac{\partial I}{\partial j} = D_j * (L_i * I)$$

- contrôle du lissage au moyen du paramètre α
- support infini mais implémentation récursive (voir mise en œuvre annexe A)



4 Calcul du laplacien discret

4.1 Calcul des dérivées seconde discrètes

- le laplacien est la somme des dérivées secondes

$$\Delta I = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

- calcul des dérivées secondes discrètes

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{\partial}{\partial j} I \right) &= (-1 \ 1) *_j \left((-1 \ 1) *_j I \right) \\ &= \left((-1 \ 1) *_j (-1 \ 1) \right) *_j I \\ &= (1 \ -2 \ 1) *_j I \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial i} \left(\frac{\partial}{\partial i} I \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} *_i I$$

4.2 Opérateur laplacien discret

— formulation discrète de l'opérateur laplacien :

$$\begin{aligned} \Delta I(i, j) &= (1 \ -2 \ 1) *_j I + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} *_i I \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} * I \\ &= I(j-1, j) + I(j+1, j) + I(i, i-1) + I(i, i+1) - 4I(i, j) \end{aligned}$$

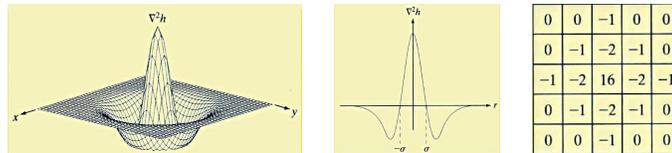
— alternatives

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

4.3 Combinaison avec un filtrage passe-bas

- l'opérateur laplacien est très sensible au bruit
- pour la détection de contours : combinaison avec un filtrage gaussien
- ΔG_σ : *laplacian of gaussian* (filtre LOG ou chapeau mexicain [Marr et Hildreth, 1980])

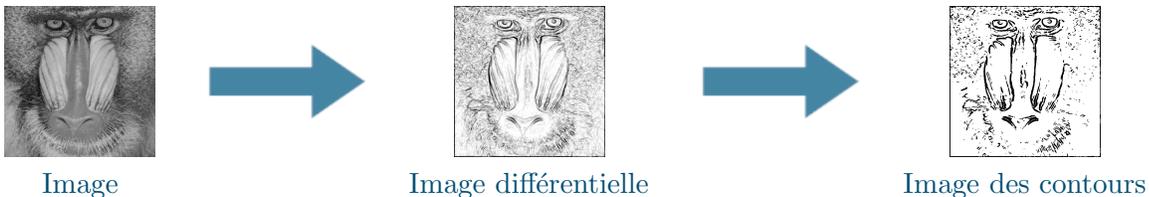
$$\Delta G_\sigma = \frac{\partial^2 G_\sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_\sigma}{\partial y^2} = 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \exp^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$



- approximable par une différence $G_{\sigma_1} - G_{\sigma_2}$ de deux gaussiennes (DOG), avec $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \simeq 1.6$ (voir annexe B)

5 De l'image différentielle à l'image de contours

5.1 Localisation des contours



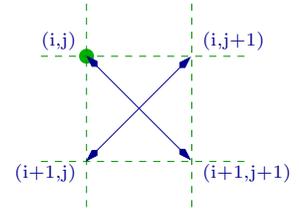
- image différentielle : maximums de la norme gradient, zéros du laplacien / LOG
- image des contours : seuillage

5.2 Méthode historique : croix de Roberts

- premier opérateur différentiel [1965]
- calcul d'un gradient à partir de différences finies diagonales :

$$D_1 = I(i, j + 1) - I(i + 1, j)$$

$$D_2 = I(i, j) - I(i + 1, j + 1)$$



- norme euclidienne ($D = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$)
- seuillage global



D



$Th_1(D)$



$TH_2(D)$

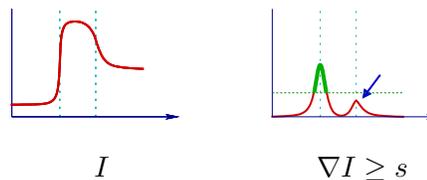
5.3 Maximums de la norme du gradient

Calcul de norme du gradient

- trois possibilités — définition générale de la norme dans \mathbb{R}^2 : $(|x|^p + |y|^p)^{\frac{1}{p}}$

valeur absolue (<i>norme-1</i>)	euclidienne (<i>norme-2</i>)	maximum (<i>norme-∞</i>)
$ \frac{\partial I}{\partial i} + \frac{\partial I}{\partial j} $	$\sqrt{\frac{\partial I^2}{\partial i^2} + \frac{\partial I^2}{\partial j^2}}$	$\max(\frac{\partial I}{\partial i} , \frac{\partial I}{\partial j})$
exemple (avec inversion)		
		

Recherche des maximums par seuillage global



- très simple à mettre en œuvre, mais compromis entre
 - le critère de **détection** du maximum possible de contours
 - le critère d'**unicité** de la localisation par contour
- seuil élevés : contours plus fins mais contours manquants (perte de maximums locaux)
- seuil bas : contours épais (+ bruit / texture)

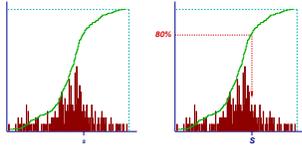
Plusieurs possibilités pour guider le choix du seuil

— seuillage relativement à la **moyenne** ou à la **médiane**

$$TH_I(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i < \mu(I) \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

— relativement à un **pourcentage** de valeurs à éliminer : histogramme cumulé

$$\bar{h}(i) = \sum_{j=0}^i h(j)$$



le plus petit s t.q. $\bar{h}(s) > 0.8$

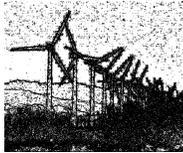
Exemple avec le dérivateur de Sobel



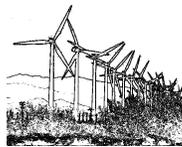
I



Image (inversée) de $\|\nabla I\|$



Seuillage à la médiane (50%)



Seuillage à la moyenne



Seuillage à 90%

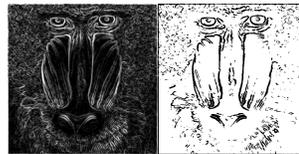
— exemple avec les dérivateurs de Sobel et de Deriche

Sobel

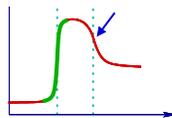
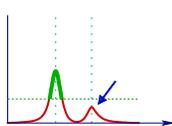
Deriche



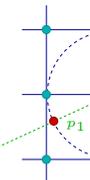
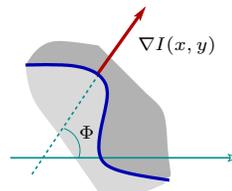
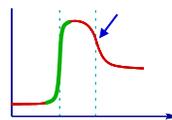
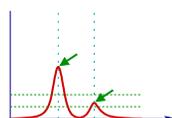
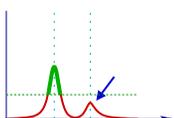
norme du gradient seuillage à la moyenne



Recherche des maximums locaux



Recherche des maximums locaux dans la direction du vecteur gradient (Canny)



Étapes de l'algorithme

- solution à l'optimisation des trois critères : détection, localisation et unicité
- approximation de l'opérateur optimal par une dérivée de gaussienne (localisation)

1. lissage de l'image avec un filtre gaussien
2. calcul des dérivées partielles de l'image avec

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- amélioration : utilisation de l'opérateur optimal de Deriche
- localisation des points de contours

3. sélection des maximums locaux (unicité)
4. seuillage par hystérésis (détection)

Seuillage par hystérésis

- compromis entre
 - conservation des contours (seuil bas)
 - suppression du bruit (seuil haut)
- utilisation conjointe de deux niveaux de seuil

S_H : seuil haut

S_B : seuil bas

un pixel P est retenu si

$$i_P \geq S_H$$

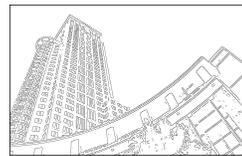
ou $S_H \geq i_P \geq S_B$, et P est connexe à un pixel retenu

- mise en œuvre

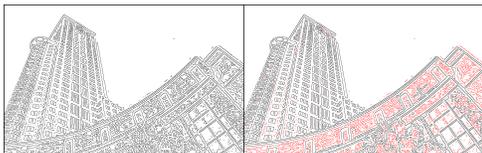
1. sélection des points $\geq S_H$
2. répéter jusqu'à convergence (éventuellement. un nombre max de fois) :
rajout des points $\geq S_B$ adjacents à un point retenu

- utilisable pour n'importe quel seuillage

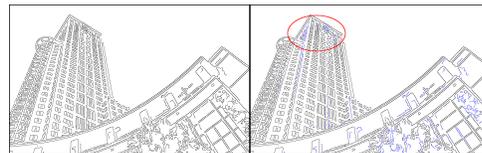
- seuillage par hystérésis des maximums locaux d'un gradient de Deriche ($\alpha = 0.9$)



seuil haut



seuil bas



hystérésis

Exemple de résultats de l'algorithme de Canny

— avec l'opérateur optimal de Deriche

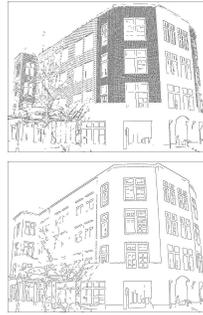


$$\begin{array}{cccc}
 \alpha = 3.0 & \alpha = 1.4 & \alpha = 1.0 & \alpha = 0.5 \\
 T_h = 90 & T_h = 60 & T_h = 60 & T_h = 20 \\
 T_l = 40 & T_l = 30 & T_l = 8 & T_l = 4
 \end{array}$$

— méthode de Canny standard



Image convertie en monochrome et normalisée entre 0 et 1



$$\begin{array}{l}
 \sigma = 0.5 \\
 T_h = 0.17 \\
 T_l = 0.002
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \sigma = 2.5 \\
 T_h = 0.0214 \\
 T_l = 10^{-5}
 \end{array}$$

©Chris Tralie (<http://www.ctralie.com/Teaching/EdgeCornerBlob/>)

ANNEXE A

Implémentation récursive du filtre de Deriche

— filtre de Deriche :

$$\begin{aligned}
 D(t) &= -cte^{-\alpha|t|} \\
 L(t) &= k(\alpha|t| + 1)e^{-\alpha|t|}
 \end{aligned}$$

— implémentation récursive du filtre de dérivation D

$$\begin{aligned}
 I^+(t) &= I(t-1) + 2e^{-\alpha}I^+(t-1) - e^{-2\alpha}I^+(t-2) \\
 I^-(t) &= I(t+1) + 2e^{-\alpha}I^-(t+1) - e^{-2\alpha}I^-(t+2) \\
 I^D(t) &= (1 - e^{-\alpha})^2 (I^+(t) - I^-(t))
 \end{aligned}$$

— implémentation récursive filtre de lissage L

$$\begin{aligned}
 I^+(t) &= a_0I(t) + a_1I(t-1) + b_1I^+(t-1) + b_2I^+(t-2) \\
 I^-(t) &= a_2I(t+1) + a_3I(t+2) + b_1I^-(t+1) + b_2I^-(t+2) \\
 I^L(t) &= I^-(t) + I^+(t)
 \end{aligned}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} k = \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{1+2\alpha e^{-\alpha}-e^{-2\alpha}} \\ b_1 = 2e^{-\alpha} \\ b_2 = -e^{-2\alpha} \end{cases} \begin{cases} a_0 = k \\ a_1 = k(\alpha-1)e^{-\alpha} \\ a_2 = k(\alpha+1)e^{-\alpha} \\ a_3 = -ke^{-2\alpha} \end{cases}$$

— application de ces filtres dans les deux directions de l'image

— par exemple, lissage en ligne :

$$I^+(i, j) = a_0 I(i, j) + a_1 I(i, j - 1) + b_1 I^+(i, j - 1) + b_2 I^+(i, j - 2)$$

$$I^-(i, j) = a_2 I(i, j + 1) + a_3 I(i, j + 2) + b_1 I^-(i, j + 1) + b_2 I^-(i, j + 2)$$

$$L_i(i, j) = I^-(i, j) + I^+(i, j)$$

ANNEXE B

Approximation du Laplacien de gaussienne (LOG)

Approximation du LOG par différence de gaussiennes (DOG)

— utilisation de deux gaussiennes de variance proche :

$$\frac{\sigma}{\sigma}$$
 de l'ordre de 1.6

— exemple avec

— $\sigma = 1$

$$g_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

— $\sigma = 0.6$:

$$g_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi \times 0.6^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \times 0.6^2}\right)$$

— $g = g_2 - g_1$

— bénéficie de l'impémentation **réursive** du filtre gaussien

