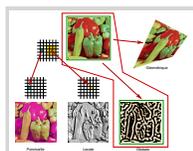


CES PAGES SONT DESTINÉES À FACILITER LA PRISE DE NOTES. ELLES SONT PRODUITES AUTOMATIQUEMENT À PARTIR DU SOURCE L^AT_EX/BEAMER DU DIAPORAMA SERVANT DE SUPPORT DE COURS. LA PRÉSENTATION ET LA MISE EN PAGE SONT PAR CONSÉQUENT APPROXIMATIVES.



transformation globale

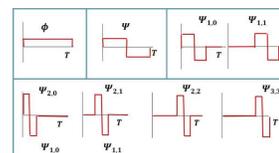
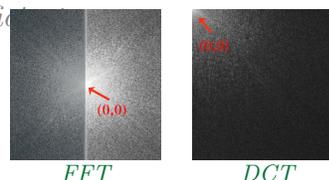
Partie B — thème 2

Filtrage fréquentiel

- changement de représentation (espace de fréquences)
- projection sur une base de fonction (Fourier, DCT, ondelettes, etc)
- filtrage fréquentiel dans le spectre d'amplitude de Fourier

1 Principales représentations fréquentielles utilisées en TI

- transformée de **Fourier** discrète : projection sur des exponentielles complexes
 - spectre d'amplitude adapté au filtrage
- transformée en **cosinus** discrète (DCT)
 - projection sur des cosinus : résultat à coefficients réels, pas de redondance
 - propriété de regroupement de l'énergie
 - compression (JPEG/MPEG) : on conserve les coefficients de plus basses fréquences
- transformée en **ondelettes**
 - projection sur une base de fonctions obtenue par translation et dilatation d'une fonction de base (ondelette mère)
 - permet une représentation multirésolution
 - nombreuses applications : compression (JPEG/MPEG 2000), débruitage, flou/détail, analyse fractale...



applications : compression, débruitage, flou/détail, analyse fractale...
base de Haar

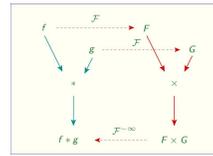
2 Principe du filtrage fréquentiel

2.1 Correspondance filtrage spatial et fréquentiel

- (rappel) théorème de convolution

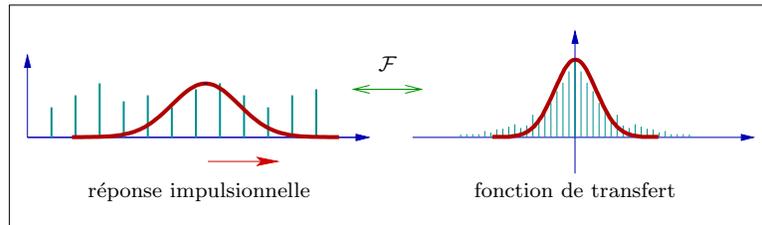
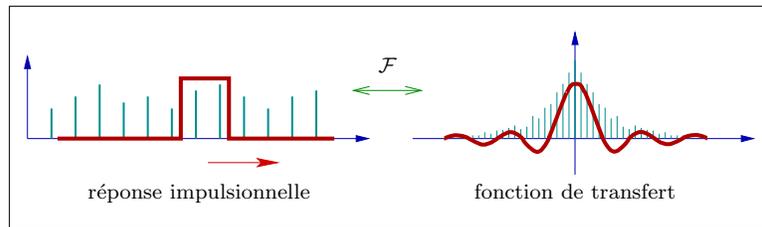
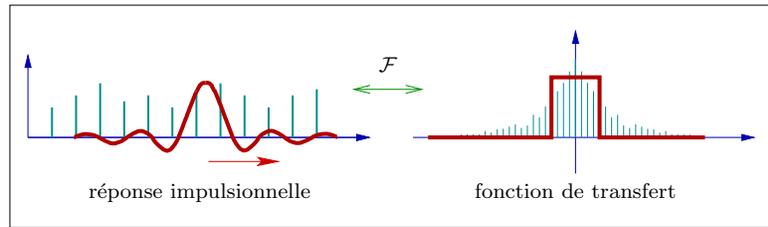
$$\mathcal{F}(f * g) = \mathcal{F}(f) \times \mathcal{F}(g)$$

$$f * g = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f) \times \mathcal{F}(g))$$



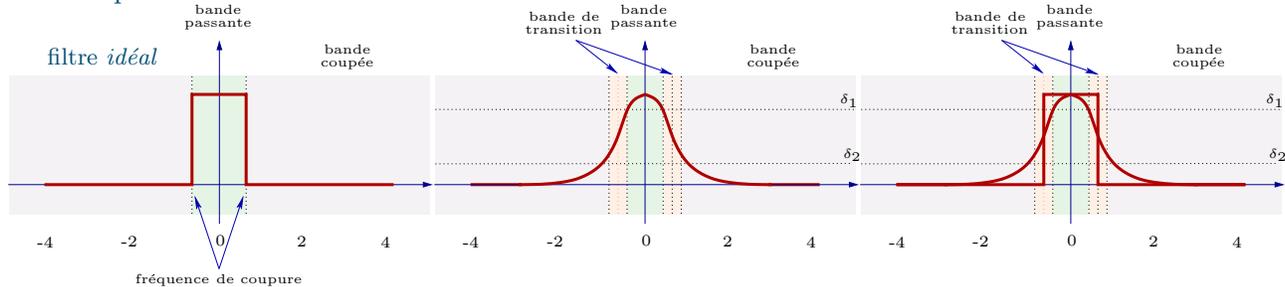
— convolution \longleftrightarrow produit : dualité réponse impulsionnelle / fonction de transfert

sinc / box gaussienne



2.2 Caractéristiques d'un filtre fréquentiel

— bande passante



— filtre théorique idéal

— filtres boîte (définis sur $\{0, 1\}$)

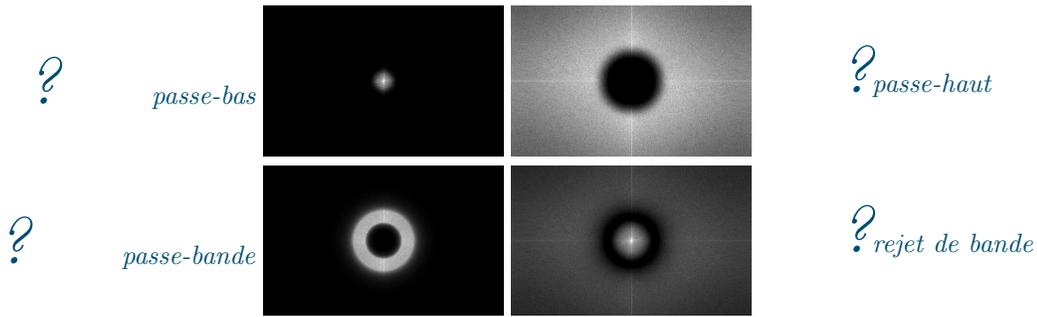
— contrôle précis de la **fréquence de coupure** vs échos (accentuation des contours) (coefficients négatifs du filtre sinc non compensés sur une fenêtre de taille finie)

— filtre gaussien : suppression de l'écho mais moins précis

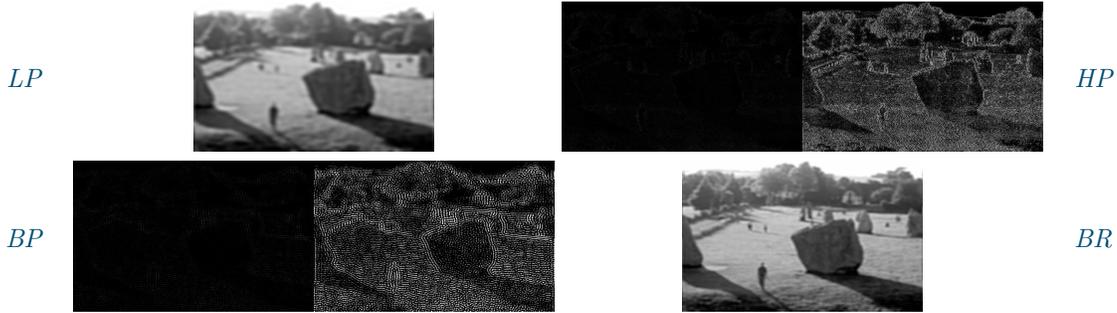
—> objectif : trouver un **compromis** idéal / gaussien (transition progressive)

2.3 Analogie des filtres bandes en dimension deux

Filtres isotropes par rapport à la fréquence nulle



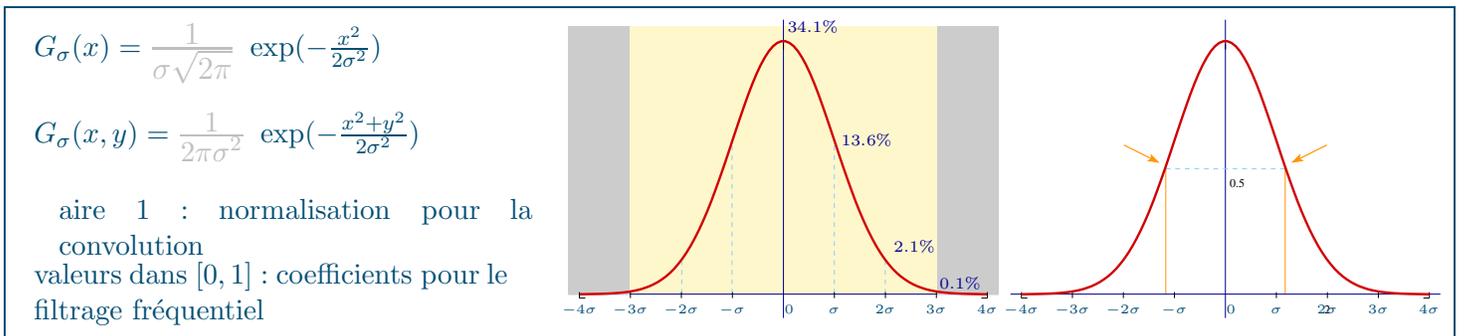
Exemples de filtrage



correction de contraste HP/BP (rôle de la fréquence nulle)

3 Filtres isotropes usuels – alternatives au filtre idéal

3.1 Filtre gaussien



- largeur utile : $3 \times \sigma$
- fréquence de coupure : 1.178σ (largeur à mi-hauteur)
- la transformée de Fourier est également une gaussienne

$$\mathcal{F}(G_{\sigma})(x, y) = \exp\left(-2\pi^2\sigma^2(x^2 + y^2)\right)$$

- passe bas

$$\text{GLPF}(u, v) = \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma^2}\right)$$

— passe haut

$$GHPF(u, v) = 1 - GLPF(u, v)$$

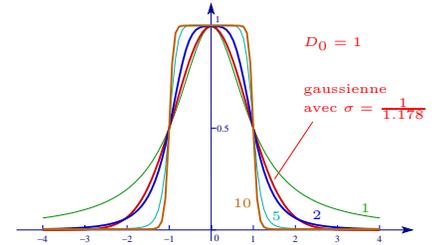
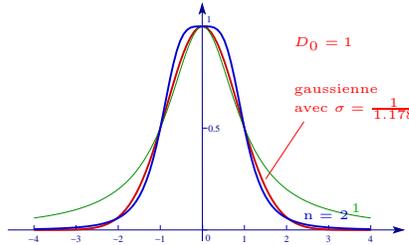
— avantage : pas d'écho car pas de coefficients négatifs

— inconvénient : coupure imprécise

3.2 Filtre de Butterworth

$$H_n(u, v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{D(u, v)}{D_0}\right)^{2n}}$$

avec $D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2}$



— D_0 : fréquence de coupure

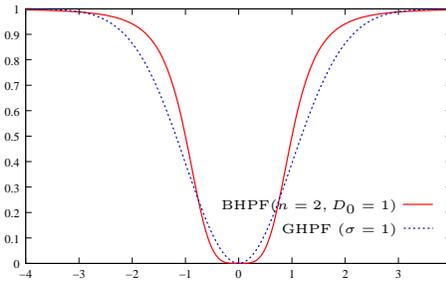
$$D(u, v) = D_0 \Rightarrow H(u, v) = \frac{1}{2}$$

— famille de filtres offrant un compromis entre le filtre idéal et la gaussienne

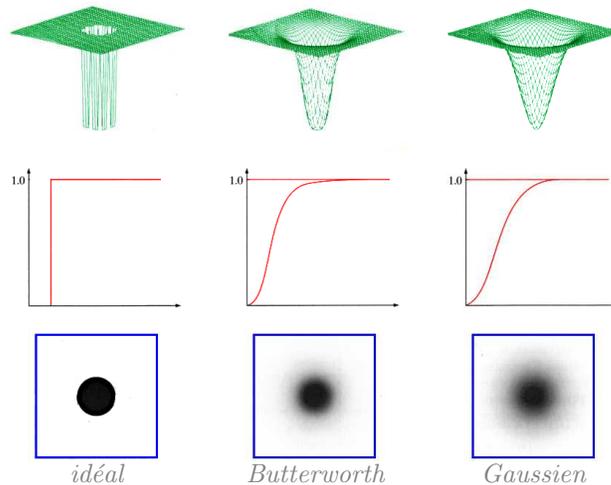
— ordre n : permet de contrôler la largeur de la bande de transition

— butterworth passe-haut (BHPF) :

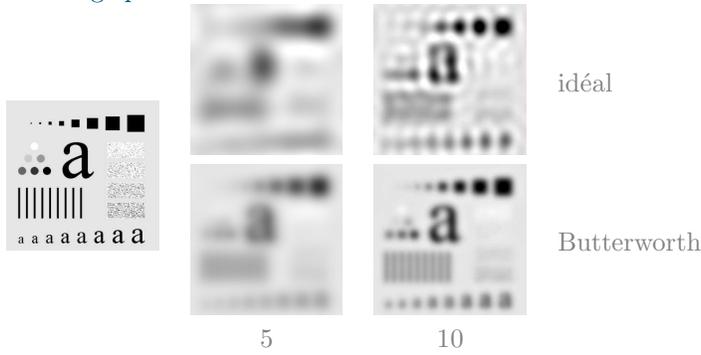
$$\frac{1}{1 + \left(\frac{D_0}{D(u, v)}\right)^{2n}}$$



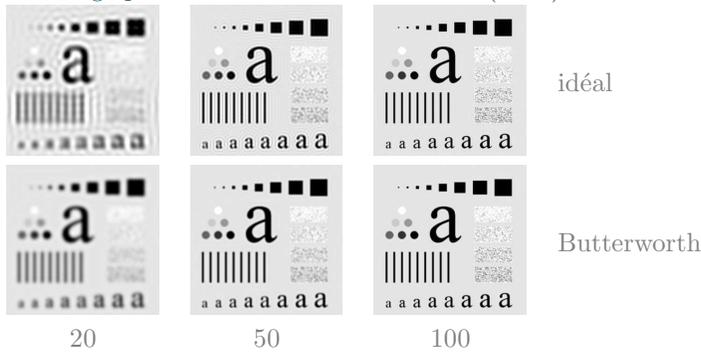
3.3 Comparaison des trois filtres : idéal, gaussian et de Butterworth



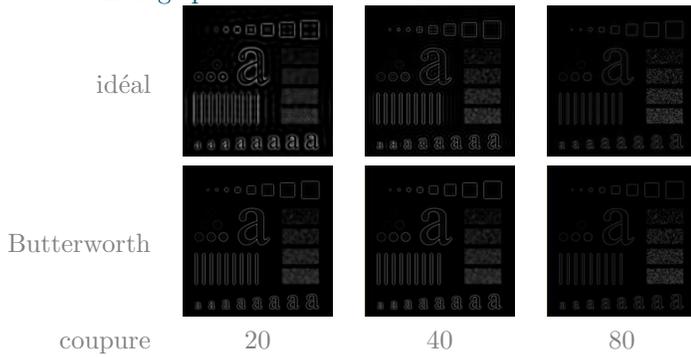
— filtrage passe-bas idéal et Butterworth



— filtrage passe-bas idéal et Butterworth (suite)



— filtrage passe-haut idéal et Butterworth

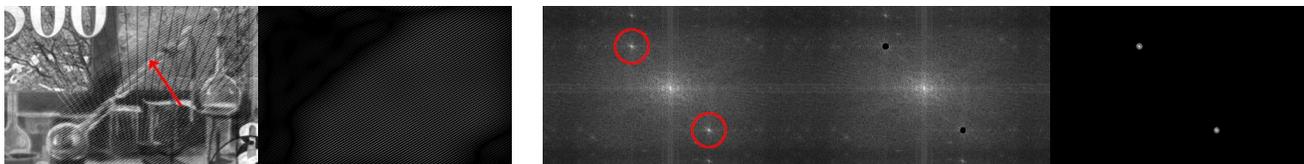


4 Filtres anisotropes

4.1 Filtres à encoches

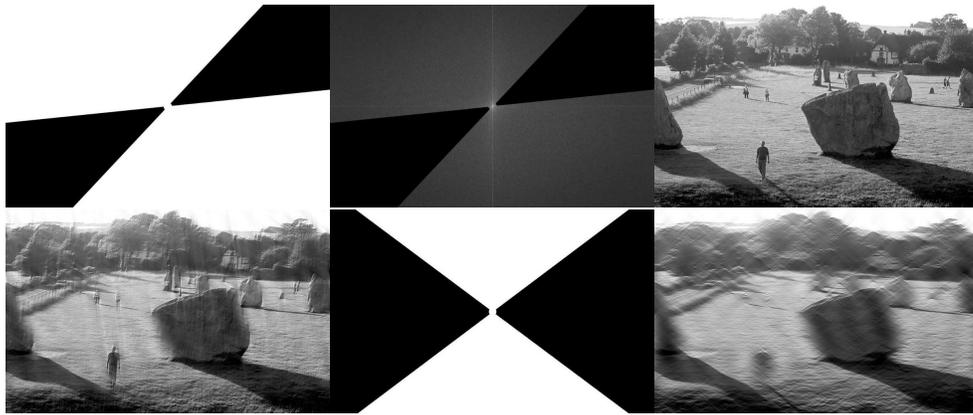
— *notch filter / notch fourier transform – NFT*

- *rejet d'encoche : suppression localisée sur une fréquence directionnelle*
- *ex. : traitement de trames périodiques directionnelles*
- *filtrage symétrique : on ne conserve que l'encoche (on isole une fréquence directionnelle)*
- *filtres facilement exprimables par translation à partir des formulation des filtres passe haut (voir partie C, thème 7)*



4.2 Filtrages directionnels

- *modification de fréquences autour d'une direction dans le spectre*
- *traitement de contours, détails... relativement à une direction*



5 Filtrage d'images couleur

- *images RGB : traitement marginal*

