

CES PAGES SONT DESTINÉES À FACILITER LA PRISE DE NOTES. ELLES SONT PRODUITES AUTOMATIQUEMENT À PARTIR DU SOURCE L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X/BEAMER DU DIAPORAMA SERVANT DE SUPPORT DE COURS. LA PRÉSENTATION ET LA MISE EN PAGE SONT PAR CONSÉQUENT APPROXIMATIVES.

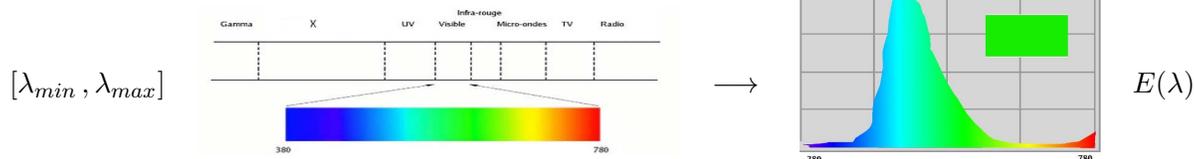
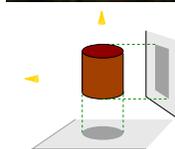
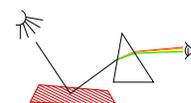
## Partie A — thème 1

### Formation et représentation spatiale des images 2D

#### 1 De la lumière aux images

##### 1.1 Interaction lumière / matière

- nature **corpusculaire** de la lumière : **rayons** lumineux
  - *optique géométrique*
  - *perception des formes*
- nature **ondulatoire** de la lumière : **ondes** lumineuses
  - *phénomène vibratoire* : *longueur d'onde* / *fréquence*
  - *perception des couleurs*
  - *spectre visible* : *intervalle des longueurs d'onde perçues par l'œil humain*
  - *distribution spectrale d'énergie (DSE)*



- **dualité onde-particule** : manifestation à notre échelle d'un phénomène quantique



## L'antiquité grecque

- rayon de l'œil vers l'objet (pythagoriciens vers -550) *vs* rayon de l'objet vers l'œil (atomistes, Epicure vers -300)
- Socrate vers -450 puis Platon (vers -400) : interactions entre des émissions de l'objet et de l'œil
- Aristote (vers -360) : le jaune résulte d'un rapprochement entre le rouge et le vert
- Euclide (vers -300) : optique géométrique (rayons lumineux)
- Ptolémée (entre 100 et 150) : principes de réflexion/réfraction entre l'air et l'eau

## L'âge d'or arabe

- Al-Khwarizmi (780 -850) : *Algoritmi*, « père de l'algèbre »
- Al-Kindi (vers 801-873) : toute chose dans le monde émet des rayons dans toutes les directions
- Ibn Sahl (vers 940-1000) : loi de la réfraction
- Alhazen, Ibn Al-Haytham (traité d'optique 1015 - 1021) : « père de l'optique » , première argumentation fondée en faveur de l'œil récepteur et non émetteur

## La Renaissance

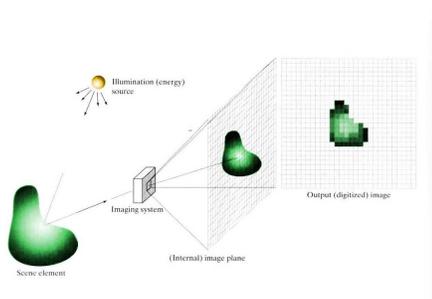
- Alberti, Piero della Francesca (à partir de 1430) : perspective

## L'époque moderne

- Newton (1642-1725) : théorie corpusculaire, cercle chromatique
- Huygens (1690) : modèle ondulatoire (Fresnel – 1815)
- Helmholtz (1821-1894) : trois types de récepteurs dans l'œil (théorie des trois couleurs de Young-Helmholtz)
- Chevreul (1786-1889) : loi du contraste simultané (1839)
- Maxwell (1831-1879) : théorie électromagnétique
- Planck (1858-1947) : l'énergie est quantique
- CIE, 1931 : courbes colorimétriques normalisées
- Land, 1964..1987 : retinex, constance des couleurs

## 1.5 Acquisition des images numériques

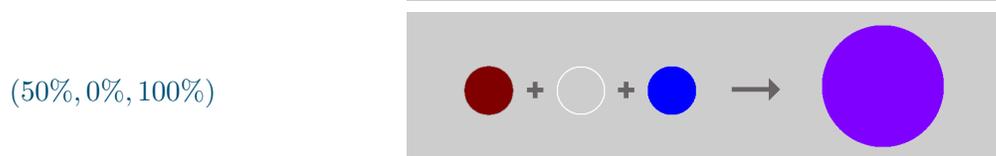
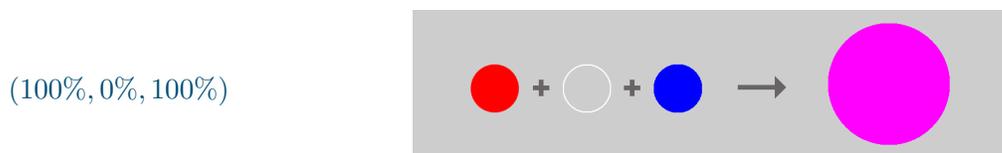
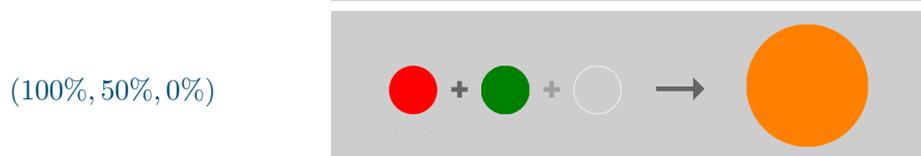
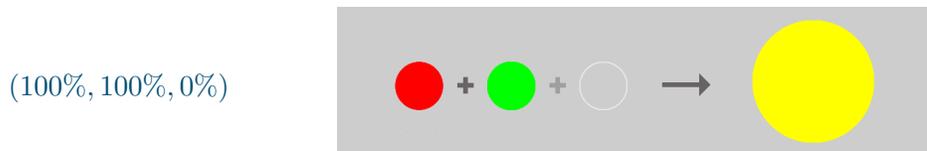
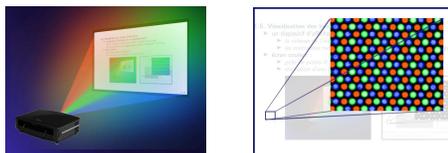
- reproduction des propriétés du système de vision humain (SVH) : système optique analogue à l'œil humain
- projection 2D + acquisition dans le spectre visible
  - lentille / rétine
  - trois types de cônes  $\rightarrow$  trois types capteurs  $R, G, B$



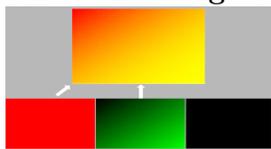
## 1.6 Visualisation des images numériques

- un dispositif d'affichage est un compromis entre

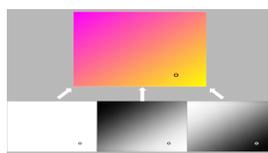
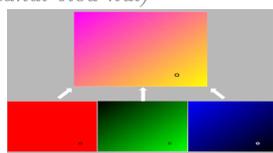
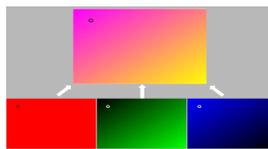
- la richesse de l'information visuelle à l'origine d'une image
- les contraintes technologiques pour réaliser le dispositif d'affichage
- simulation des DSE par des triplets de sources lumineuses  $(r, g, b)$
- vidéoprojecteur : LCD, micromiroirs, etc.
- écran : LCD, LED, technologie plasma, etc.



### Canaux R, G et B d'une image couleur

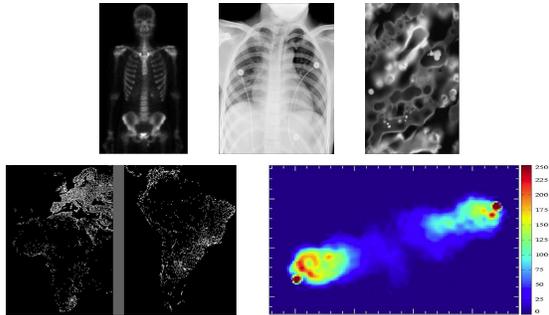
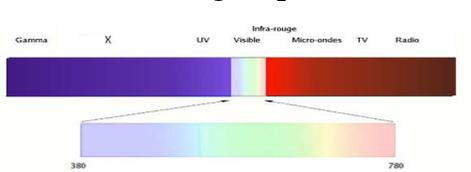


Ex.1 : dégradé du rouge au jaune (canal bleu nul)



## 1.7 Acquisition d'images à l'extérieur du spectre visibles

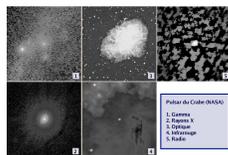
- sélection d'une bande  $[\lambda_1, \lambda_2]$  du spectre électromagnétique
- $DSE$  de  $\lambda_1$  à  $\lambda_2 \rightarrow I$



1. rayonnements gamma
2. rayonnements X
3. rayonnements UV (maïs)
4. rayonnements infrarouge
5. ondes radio (constellation du cygne)

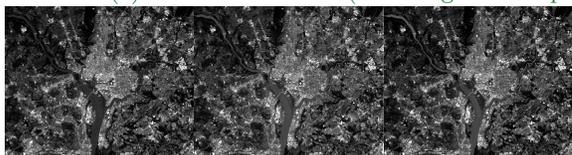
### Acquisition multibandes

- combinaisons d'acquisitions utilisant différentes bandes du spectre électromagnétique
- permet de capturer des phénomènes distincts
- exemple en imagerie spatiale

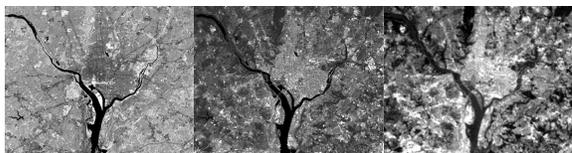


- imagerie satellitaire – ex : images satellites de la région de Washington, D.C. (NASA)

- (1) : 450–520nm (bleu)
- (2) : 520–600nm (vert)
- (3) : 630–690nm (rouge)
- (4) : 780–900nm (proche infrarouge)
- (6) : 2080–2350nm (infrarouge moyen)
- (7) : 10400–12500nm (infrarouge thermique)



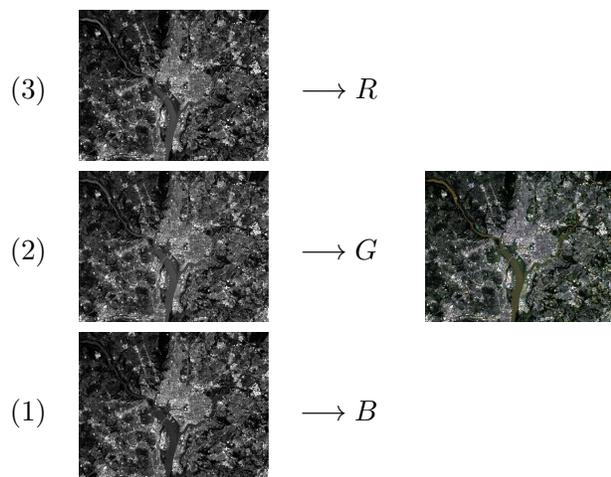
(1)                      (2)                      (3)



(4)                      (5)                      (6)

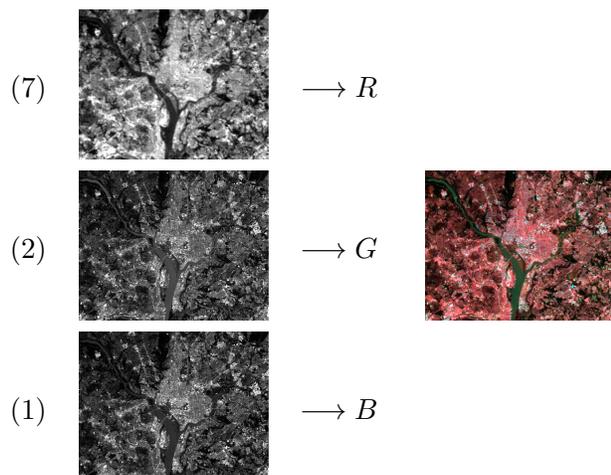
## Recomposition en fausses couleurs

— ex. : utilisation des acquisitions (1), (2) et (3) pour former une image couleur



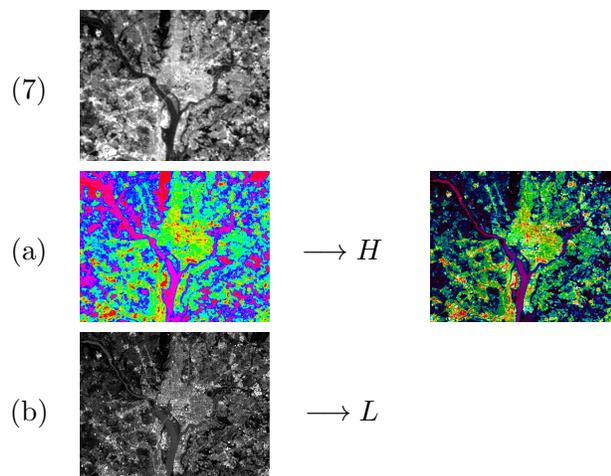
— alternative : utilisation de la bande infrarouge thermique (7) comme canal rouge

— recombinaison avec les bandes (2) et (1)



— utilisation d'autres espaces de représentation des couleurs que RGB

— infrarouge thermique (7)  $\rightarrow$  teinte (a), moyenne{(1), (2), (3)}  $\rightarrow$  luminosité (b)



## Autre exemple : visualisation fausses couleurs en imagerie spatiale

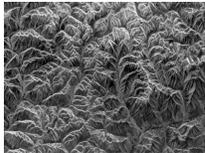
— supernova SN 1006

- longueurs d'onde radio : rouge
- bande visible : jaune
- rayonnements X : bleu



## 1.8 Autres dispositifs d'acquisition d'images

Mesure de distance



radar (ondes radio)

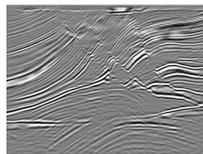


lidar (laser UV, visible et IR)

Ondes sonores

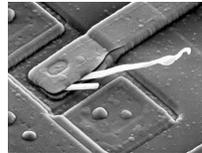


échographie



imagerie sismique

Microscopie électronique à balayage



faisceau d'électrons + capteur

Permet d'acquérir des images d'objets de taille inférieure aux longueurs d'ondes visibles.

## 2 Représentation spatiale des images

### 2.1 Représentation continue

- une image 2D continue  $I$  est un ensemble de points de  $\mathbb{R}^2$  colorés
- l'ensemble des points est le **domaine**  $\mathcal{D}$  de l'image (généralement un rectangle)
- une image continue  $I$  est représentée par une fonction définie sur un domaine  $\mathcal{D}$  et à valeurs dans un **espace de couleurs**  $\mathcal{C}$  (voir thème A-3)

$$I : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{C}$$

- la représentation continue des images est utile pour **définir mathématiquement** certaines transformations (monde des modèles)

### 2.2 Représentation discrète (images numériques)

#### Représentation standard

- image discrète : représentation concrète utilisée la mise en œuvre de traitements
  - *domaine discret*  $D$  : en général rectangle de  $\mathbb{Z}^2$
  - *espace de couleur discret* :  $K$  **canaux** avec pour chacun  $M$  **niveaux** (valeurs possibles)

$$I : D \rightarrow [0..M - 1]^K$$

- nombre de **canaux**, usuellement 1 à 4 :
  - $K = 1$  : image **monochrome**
  - $K = 3$  : image **couleur** (par exemple, canaux  $R$ ,  $G$  et  $B$ )
  - on rajoute parfois une information de **transparence** (canal  $\alpha$ ) aux images monochrome ( $K = 2$ ) ou couleurs ( $K = 4$ ,  $RGBA$ )

- $K > 3$  (+1) pour des acquisitions multibandes
- nombre de **niveaux** par canal, (usuellement puissance de 2) :
  - en acquisition :  $M = 2^8, 2^{12}$  ou  $2^{16}$  (8 à 16 bits par canal, soit resp. 256, 4096 et 65536 niveaux par canal)
  - en traitement : jusqu'à 32 bits par canal (Gimp 2.10, Photoshop, GEGL)

### Représentation normalisée

- valeurs des canaux codées par des réels sur l'intervalle  $[0, 1]$

$$I' : D \rightarrow [0, 1]^K$$

- on **normalise** en divisant chaque valeur par la valeur maximale du canal

— en monochrome :  $I'(p) = \frac{I(p)}{M-1}$

ex. pour  $M = 256$  : gris moyen   $127 \rightarrow \frac{127}{255} \rightarrow 0.5$

— en RGB : si  $I(p) = (r, g, b)$ ,  $I'(p) = (\frac{r}{M-1}, \frac{g}{M-1}, \frac{b}{M-1})$

ex. pour  $M = 256$  : orange  :  $(255, 127, 0) \rightarrow (1.0, 0.5, 0.0)$

- on **dénormalise** en multipliant par  $M - 1$

### Taille et taille mémoire

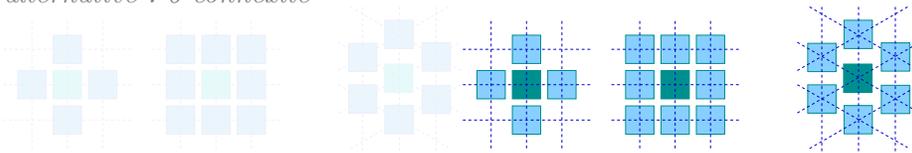
- **pixel** : point (élément du domaine  $D$ ) valué (couleur, niveau de gris, etc.) —

$$\{p, I(p)\}, (p_i, p_j, p_c), \dots$$

- **taille** de l'image : nombre de points ( $\neq$  dimension) — en 2D : largeur  $\times$  hauteur
- **taille mémoire** d'une image : taille  $\times$  nombre d'octets par pixel (codage de la couleur)

### Voisinages et connexité

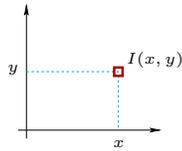
- **voisinage** d'un point  $p$  :  $V(p)$ 
  - en 2D : 4-connexité et 8-connexité
  - alternative : 6-connexité



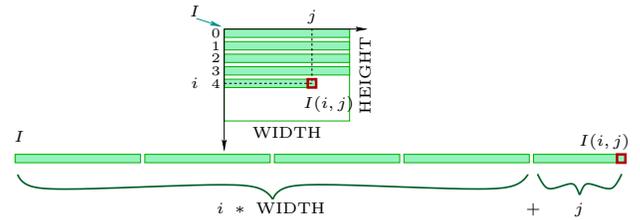
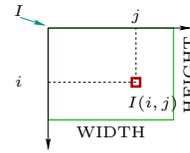
- en 3D : 6, 18 et 26-connexité

### Accès à un point d'une image 2D

repère carthésien usuel



repère orienté vers le bas



$I(x, y)$  : notation mathématique usuelle

$I(i, j)$  : plus adaptée aux structures de données

— allocation mémoire du buffer d'une image

```
I = malloc(WIDTH*HEIGHT*sizeof(pixel))
```

— rangement ligne par ligne : accès au pixel  $(i, j)$

$\left. \begin{array}{l} i : \text{ligne} \\ j : \text{colonne} \end{array} \right\}$  le pixel  $I[i][j]$  est à partir de l'adresse  $I + i * \text{WIDTH} + j$

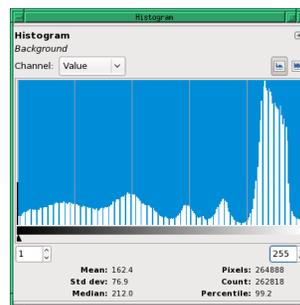
### 3 Calcul de paramètres statistiques

#### 3.1 Histogramme (d'un canal)

- modélisation de structures géométriques (bruit, texture)
  - modélisation de caractéristiques visuelles (clarté, contraste)
- ⇒ paramétrage d'algorithmes

$$h : [0 .. M-1] \rightarrow \mathbb{N}$$

$h(i)$  est le nombre de pixels de valeur  $i$



#### 3.2 Histogramme normalisé et histogramme cumulé

- l'histogramme d'un canal  $h(i)$  indique le nombre de pixels de niveau  $i$
- la somme des valeurs de  $h(i)$  donne le nombre  $N$  de pixels (la taille) de l'image :

$$N = \sum_{i=0}^{M-1} h(i)$$

— l'**histogramme normalisé**  $h'(i)$  exprime le **pourcentage** de pixels de chaque niveau (à un facteur 100)

$$h'(i) = \frac{h(i)}{\sum_{i=0}^{M-1} h(i)}$$

— l'**histogramme cumulé**  $H(i)$  indique le nombre de pixels de niveau  $\leq i$

$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j)$$

— on utilise parfois aussi l'**histogramme normalisé cumulé**  $H'(i)$

### 3.3 Interprétation probabiliste de l'histogramme normalisé

— la somme des valeurs de  $h'(i)$  vaut toujours 1

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{M-1} h'(i) &= \sum_{i=0}^{M-1} \frac{h(i)}{\sum_{i=0}^{M-1} h(i)} \\ &= \frac{\sum_{i=0}^{M-1} h(i)}{\sum_{i=0}^{M-1} h(i)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

—  $h'(i)$  peut être vue comme une **loi de probabilité** : c'est la probabilité de choisir au hasard un pixel de niveau  $i$  dans l'image

— permet d'associer des **paramètres statistiques** à une image : moyenne, variance, etc.

### 3.4 Paramètres statistiques d'une image

— **moyenne** (ou espérance) : assimilable à la **luminosité moyenne** (image monochrome ou canal de luminosité)

$$\mu = \sum_{i=0}^{M-1} h'(i) \times i \quad \left( = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} h(i) * i}{N} \right)$$

— **variance** et **écart type** : assimilable au **contraste**

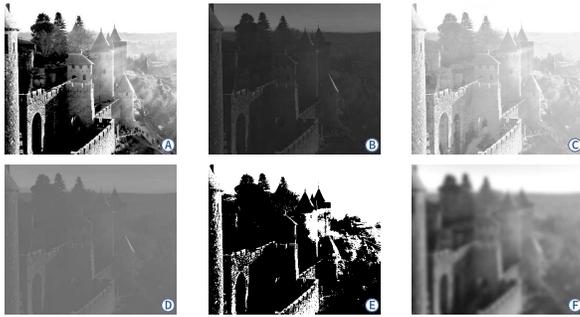
$$V = \sum_{i=0}^{M-1} h'(i) \times (i - \mu)^2 \quad \text{et} \quad \sigma = \sqrt{V}$$

— **entropie** : quantité d'information

$$- \sum_{i=0}^{M-1} h'(i) \times \log_2(h'(i)) \quad (\text{convention : } 0 \log_2(0) = 0)$$

— quantités calculables **localement** autour de chaque pixel de l'image : on calcule l'histogramme  $h_p(i)$  sur un voisinage de chaque pixel  $p$

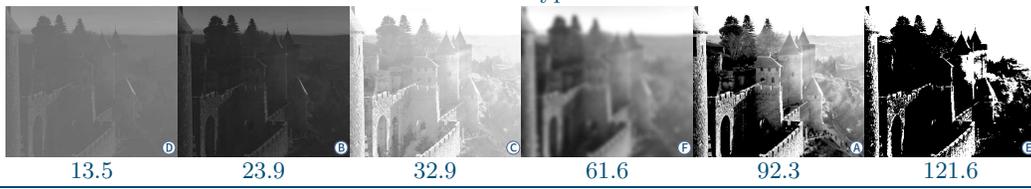
Exemple



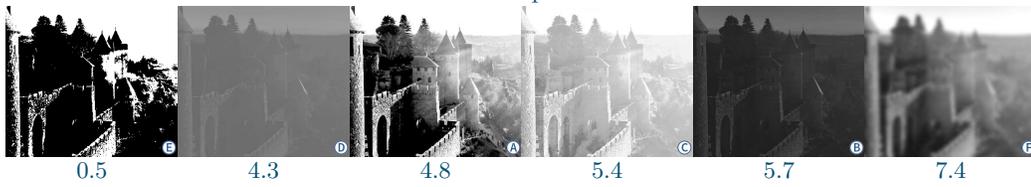
Moyennes



Écart types



Entropies



# ANNEXE A

## Imagerie volumique

### Tomographie rayon X



- acquisitions par **coupes** 2D parallèles
- le détecteur mesure la **somme des rayonnements absorbée** depuis la source
- exemple sur un « fantôme » avec trois niveaux d'absorption (faible, moyen, élevé)
- chaque nouvelle mesure précise la connaissance des densités sur un pla

### Imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM)

- acquisition par coupes
- **technique non invasive**
- forte résolution en contraste (différenciation des tissus)
- **champ magnétique modifiant les propriétés quantiques des noyaux atomiques : alignement des moments magnétiques (spin)**
- superposition d'un second champ oscillant : émission d'un signal électromagnétique
- **localisation précise de chaque source d'émission**

