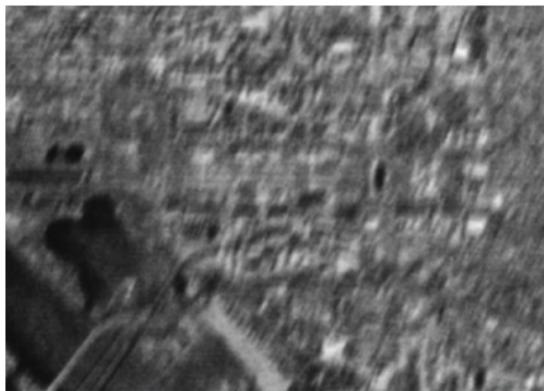


Partie C — thème 9

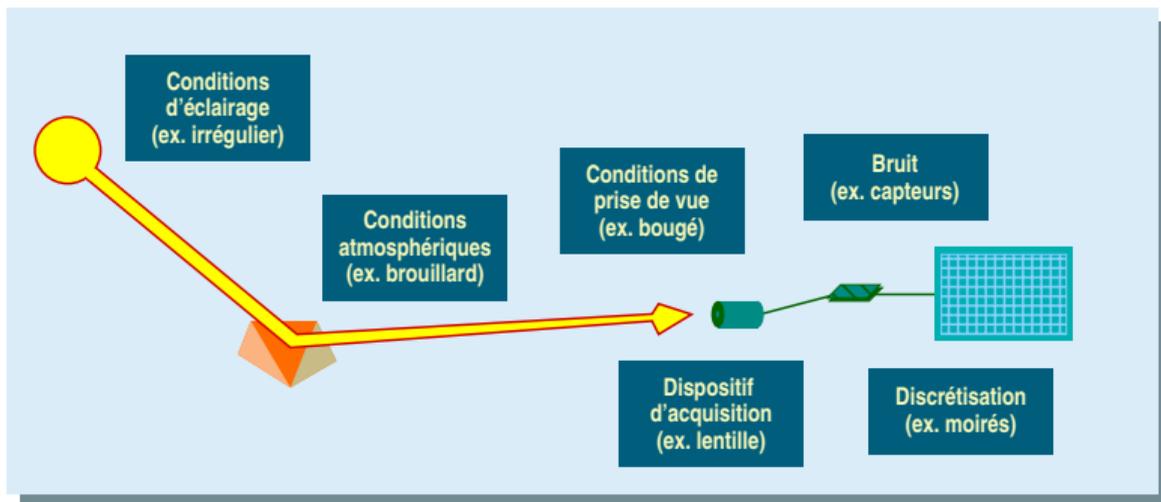
Filtrage inverse (déconvolution)



- ▶ traitement de dégradations : flou, atténuations, distorsions, etc.
- ▶ *modélisation de la dégradation* par une transformation h et application de la transformation inverse h^{-1}
- ▶ traitements effectués l'espace des fréquences

1. Principe

○ Principales causes de dégradation d'une image



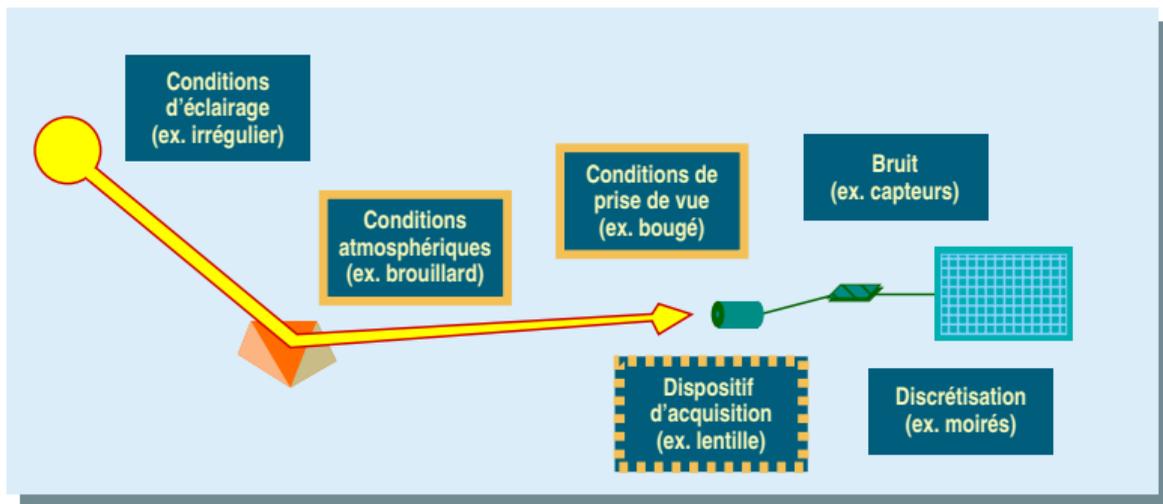
○ On s'intéresse ici aux dégradations modélisables par une convolution h

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

- ▶ flou : bougé, mise au point, brouillard, etc.
- ▶ distorsions dues à l'instrumentation : défaut de lentille, technologies spécifiques (terahertz, interférométrie...), etc.

1. Principe

○ Principales causes de dégradation d'une image



○ On s'intéresse ici aux dégradations modélisables par une convolution h

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

- ▶ flou : bougé, mise au point, brouillard, etc.
- ▶ distorsions dues à l'instrumentation : défaut de lentille, technologies spécifiques (terahertz, interférométrie...), etc.

○ Principe de la restauration par déconvolution

- ▶ application de la transformation inverse
- ▶ inverser une convolution est très simple dans le domaine des fréquences : application du **théorème de convolution** (voir partie A, thème 3, §3.2)

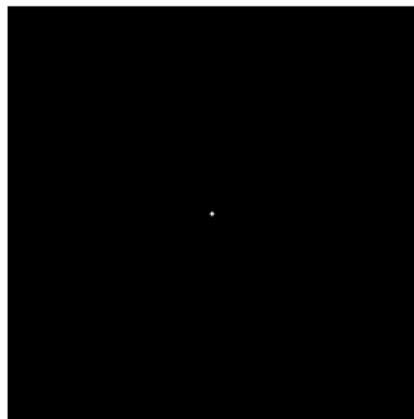
$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) \quad (1)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) \quad (2)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (3)$$

- ▶ problématique : déterminer **H** la **transformée de Fourier de la dégradation**
 - ▶ *reconstruction de la dégradation à partir d'acquisition(s)*
 - ▶ *modélisation mathématique de la fonction de dégradation*

★ Fonction d'étalement du point



I



I_1

I_2

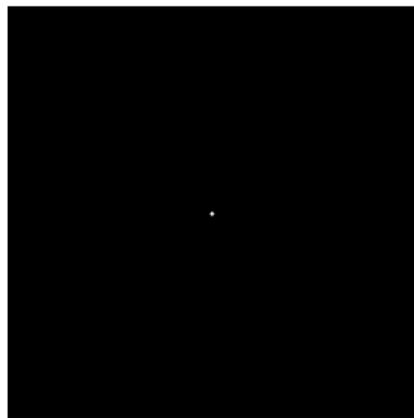
I_3

Les images ci-dessus résultent de prises de vues différentes d'un point blanc sur un fond noir, la première (I) effectuée dans des conditions parfaites et les trois autres avec un défaut d'acquisition :

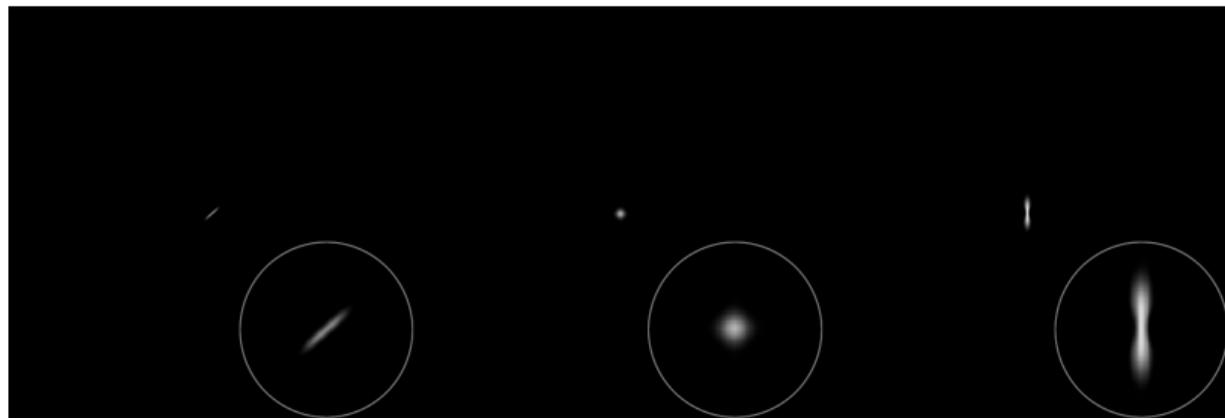
- ▶ déformation de lentille (LENT)
- ▶ mise au point incorrecte (MAP)
- ▶ bougé (BOUG)

	I_1	I_2	I_3
A	MAP	LENT	BOUG
B	LENT	MAP	BOUG
C	BOUG	MAP	LENT
D	BOUG	LENT	MAP

★ Fonction d'étalement du point



I



l_1

l_2

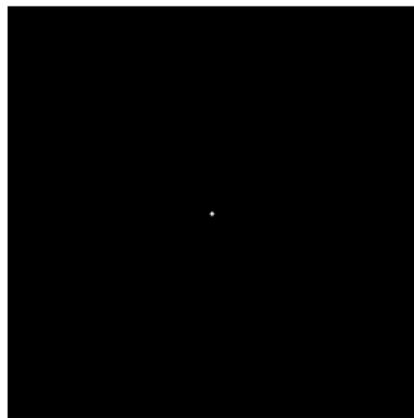
l_3

Les images ci-dessus résultent de prises de vues différentes d'un point blanc sur un fond noir, la première (I) effectuée dans des conditions parfaites et les trois autres avec un défaut d'acquisition :

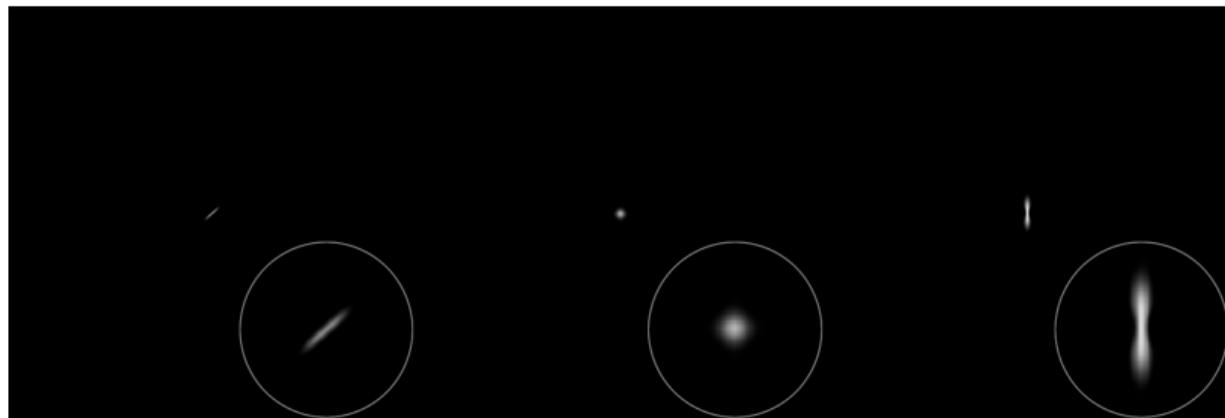
- ▶ déformation de lentille (LENT)
- ▶ mise au point incorrecte (MAP)
- ▶ bougé (BOUG)

	l_1	l_2	l_3
A	MAP	LENT	BOUG
B	LENT	MAP	BOUG
C	BOUG	MAP	LENT
D	BOUG	LENT	MAP

★ Fonction d'étalement du point



I



l_1

l_2

l_3

Les images ci-dessus résultent de prises de vues différentes d'un point blanc sur un fond noir, la première (I) effectuée dans des conditions parfaites et les trois autres avec un défaut d'acquisition :

- ▶ déformation de lentille (LENT)
- ▶ mise au point incorrecte (MAP)
- ▶ bougé (BOUG)

	l_1	l_2	l_3
A	MAP	LENT	BOUG
B	LENT	MAP	BOUG
C	BOUG	MAP	LENT
D	BOUG	LENT	MAP

2. Reconstruction de la dégradation

2.1. Fonction d'étalement du point

- ▶ principe : caractérisation de la déformation à partir de la dégradation d'un point (image réduite à une impulsion)
- ▶ repose sur une propriété de la transformation de Fourier :

si $f(x, y)$ est réduite une impulsion, alors $F(u, v)$ est une constante A

- ▶ sous cette hypothèse, on a :

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

$$= H(u, v) \times A$$

$$H(u, v) = \frac{F'(u, v)}{A}$$

- ▶ transformée de Fourier de la dégradation = $k \times \mathcal{F}(f')$

f' : fonction d'étalement du point / PSF (*point spread function*)

2. Reconstruction de la dégradation

2.1. Fonction d'étalement du point

- ▶ principe : caractérisation de la déformation à partir de la dégradation d'un point (image réduite à une impulsion)
- ▶ repose sur une propriété de la transformation de Fourier :

si $f(x, y)$ est réduite une impulsion, alors $F(u, v)$ est une constante A

- ▶ sous cette hypothèse, on a :

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

$$= H(u, v) \times A$$

$$H(u, v) = \frac{F'(u, v)}{A}$$

- ▶ transformée de Fourier de la dégradation = $k \times \mathcal{F}(f')$

f' : fonction d'étalement du point / PSF (*point spread function*)

2. Reconstruction de la dégradation

2.1. Fonction d'étalement du point

- ▶ principe : caractérisation de la déformation à partir de la dégradation d'un point (image réduite à une impulsion)
- ▶ repose sur une propriété de la transformation de Fourier :

si $f(x, y)$ est réduite une impulsion, alors $F(u, v)$ est une constante A

- ▶ sous cette hypothèse, on a :

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

$$= H(u, v) \times A$$

$$H(u, v) = \frac{F'(u, v)}{A}$$

- ▶ transformée de Fourier de la dégradation = $k \times \mathcal{F}(f')$

f' : fonction d'étalement du point / PSF (*point spread function*)

2. Reconstruction de la dégradation

2.1. Fonction d'étalement du point

- ▶ principe : caractérisation de la déformation à partir de la dégradation d'un point (image réduite à une impulsion)
- ▶ repose sur une propriété de la transformation de Fourier :

si $f(x, y)$ est réduite une impulsion, alors $F(u, v)$ est une constante A

- ▶ sous cette hypothèse, on a :

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

$$= H(u, v) \times A$$

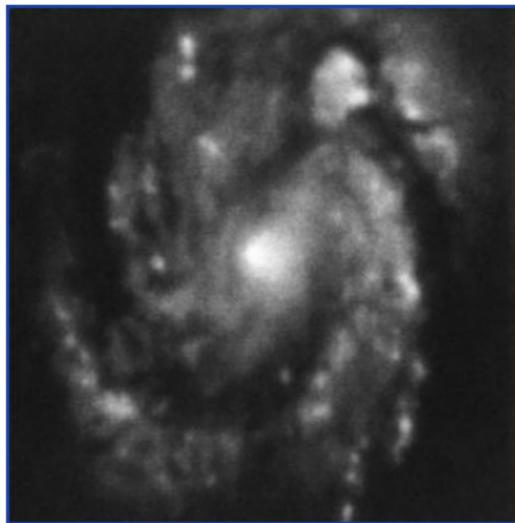
$$H(u, v) = \frac{F'(u, v)}{A}$$

- ▶ transformée de Fourier de la dégradation = $k \times \mathcal{F}(f')$

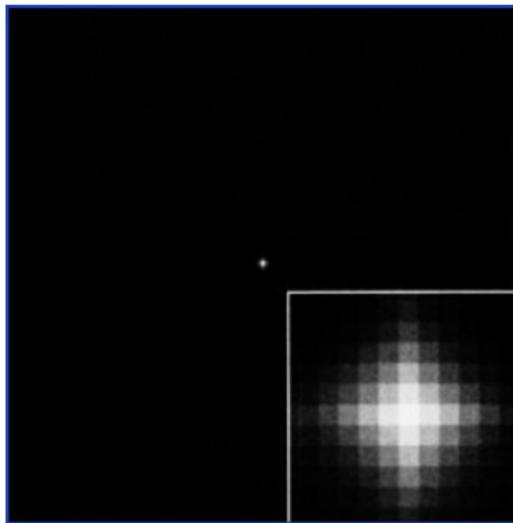
f' : fonction d'étalement du point / PSF (*point spread function*)

2.2. Acquisition de la PSF

- ▶ acquérir une image assimilable à un point
- ▶ exemple : acquisition d'une étoile isolé par un télescope



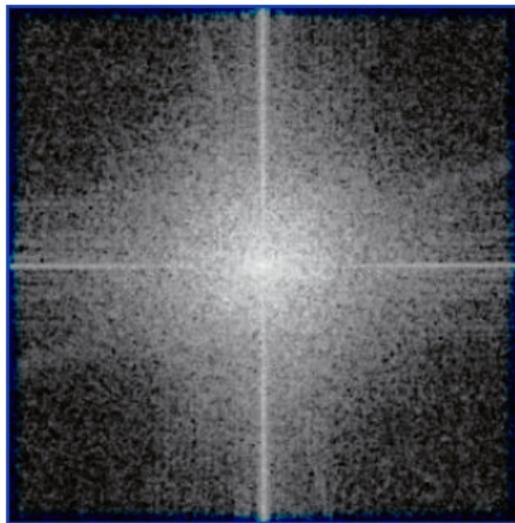
I



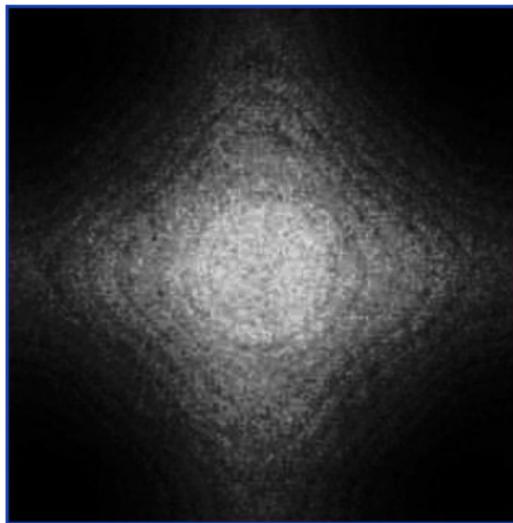
PSF (acquisition)

2.2. Acquisition de la PSF

- ▶ acquérir une image assimilable à un point
- ▶ exemple : acquisition d'une étoile isolé par un télescope



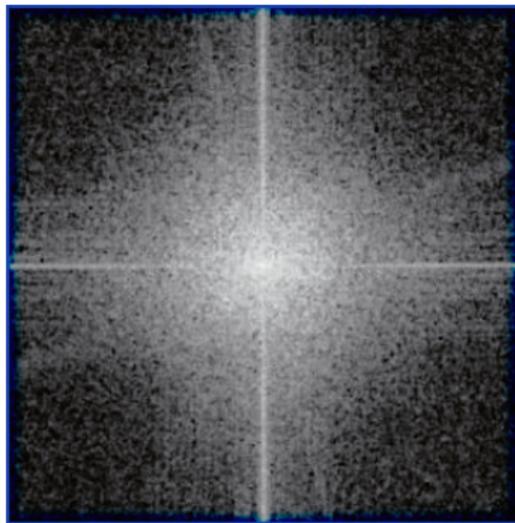
$AS(\mathcal{F}(I))$



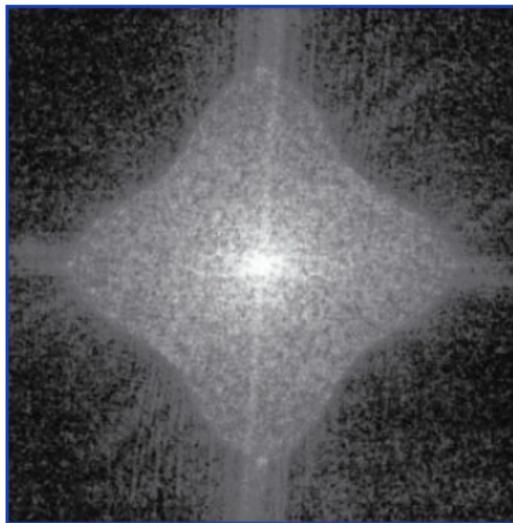
$AS(\mathcal{F}(PSF))$

2.2. Acquisition de la PSF

- ▶ acquérir une image assimilable à un point
- ▶ exemple : acquisition d'une étoile isolé par un télescope



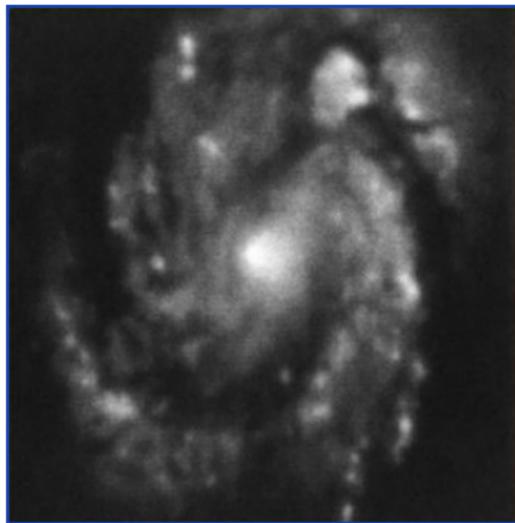
$AS(\mathcal{F}(I))$



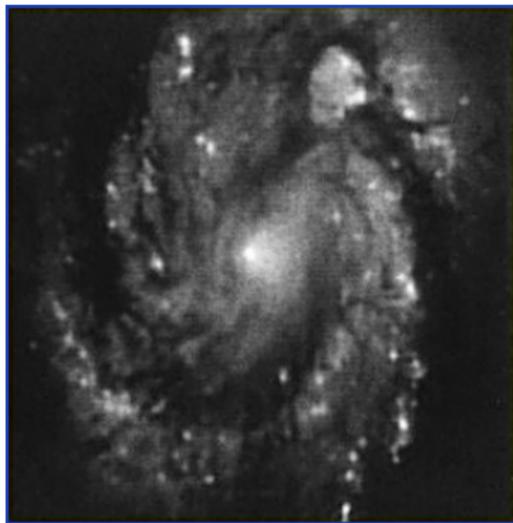
$AS(\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(PSF))$

2.2. Acquisition de la PSF

- ▶ acquérir une image assimilable à un point
- ▶ exemple : acquisition d'une étoile isolé par un télescope



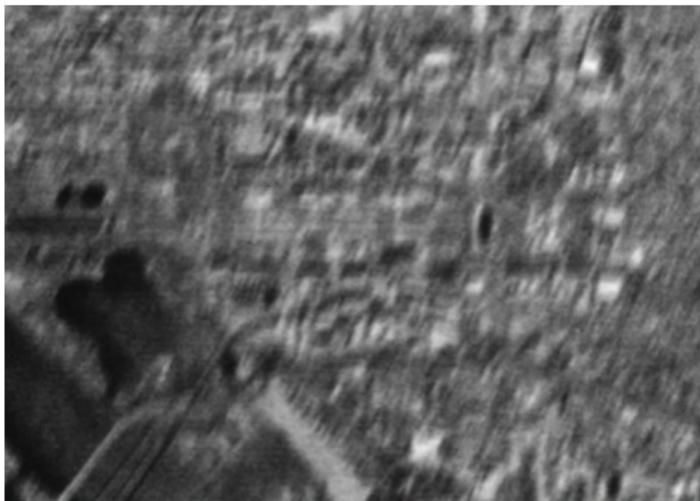
I



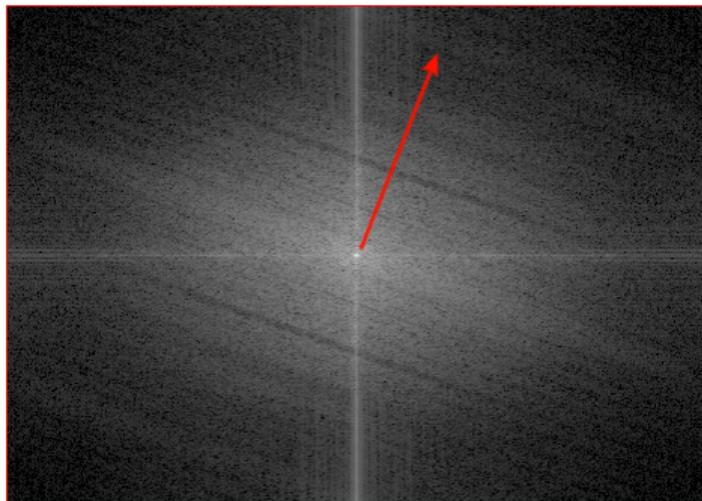
$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(PSF))$

2.3. Estimation de la PSF

- ▶ cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - ▶ *estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)*
 - ▶ *recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point*



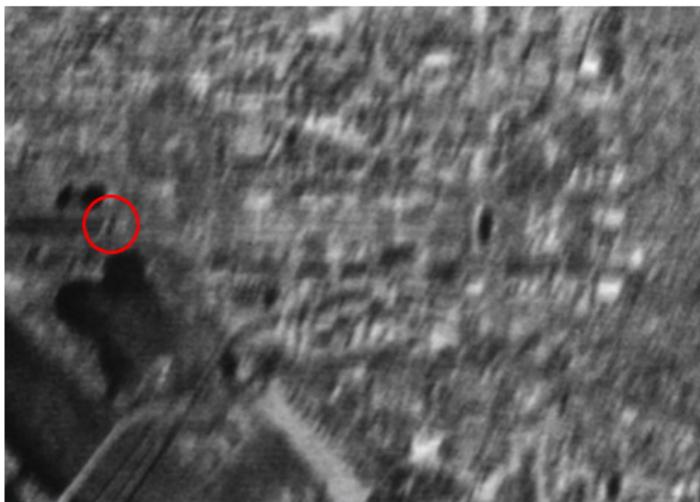
I



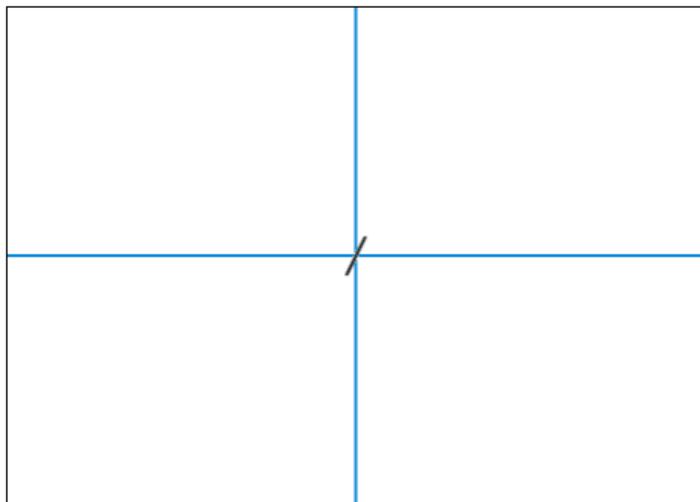
$\mathcal{F}(I)$

2.3. Estimation de la PSF

- ▶ cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - ▶ *estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)*
 - ▶ *recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point*



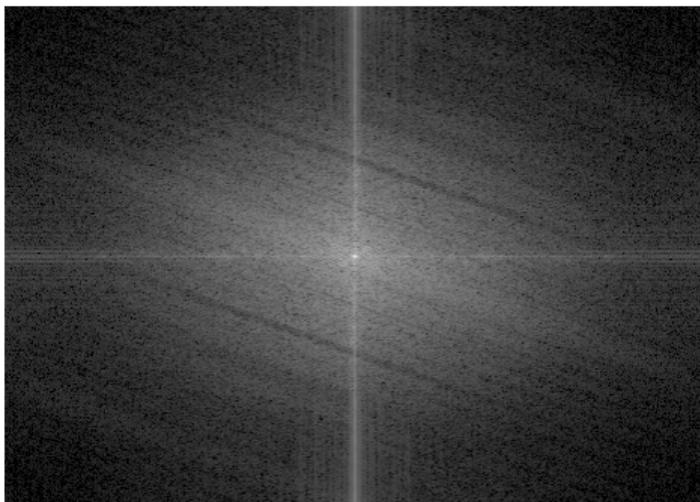
I



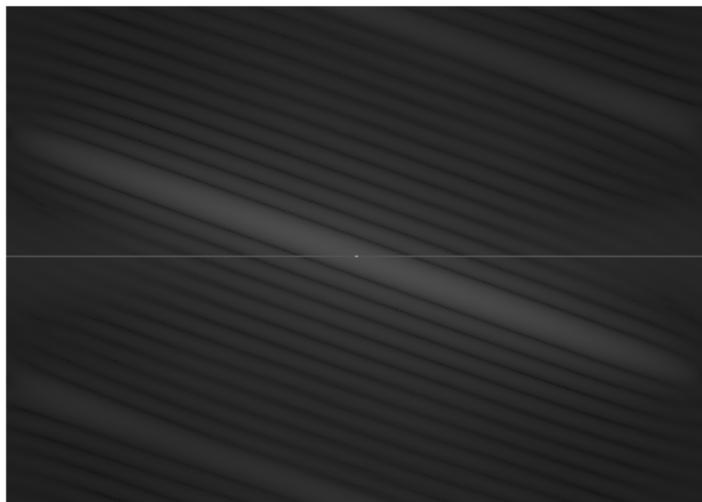
Estimation de H (PSF du flou)

2.3. Estimation de la PSF

- ▶ cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - ▶ *estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)*
 - ▶ *recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point*



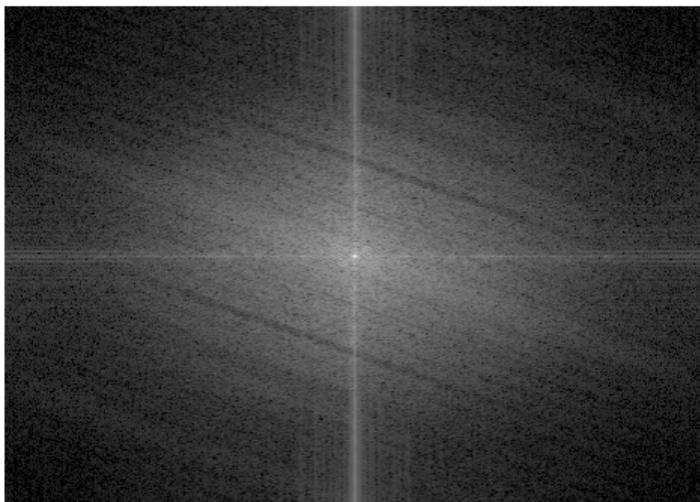
$\mathcal{F}(I)$



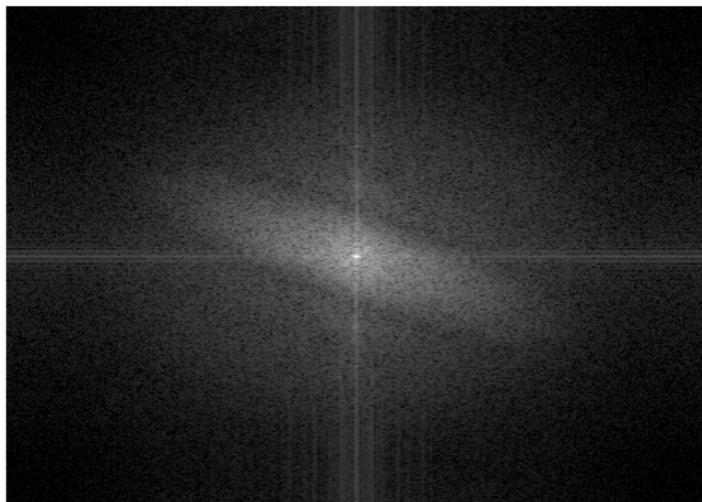
$\mathcal{F}(H)$

2.3. Estimation de la PSF

- ▶ cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - ▶ *estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)*
 - ▶ *recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point*



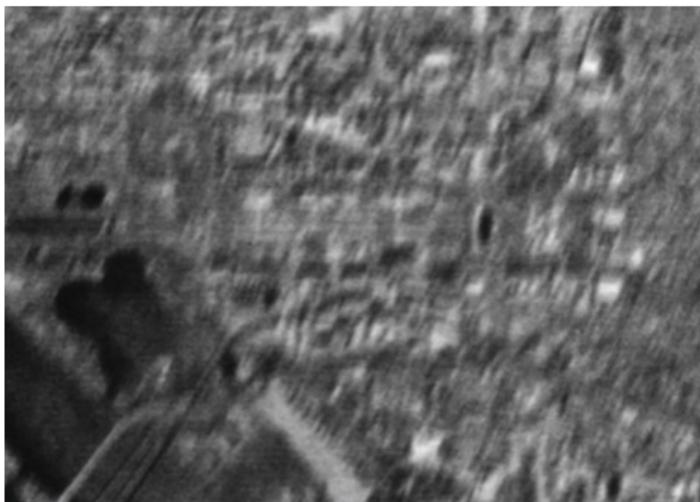
$\mathcal{F}(I)$



$\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(H)$

2.3. Estimation de la PSF

- ▶ cas simple : **translation** durant la prise de vue
 - ▶ *estimation du vecteur mouvement (dépend la direction et vitesse du déplacement, et du temps d'exposition)*
 - ▶ *recherche d'une zone assimilable à la déformation d'un point*



I



$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(I)/\mathcal{F}(H))$

3. Modélisation mathématique de la dégradation

- ▶ exemple 1 : **mouvement** du système d'acquisition (flou de bougé)

- ▶ *temps d'acquisition de l'image : T*

- ▶ *déplacement du système de prise de vue : $\begin{cases} x_0(t) = \frac{at}{T} \\ y_0(t) = \frac{bt}{T} \end{cases}$*

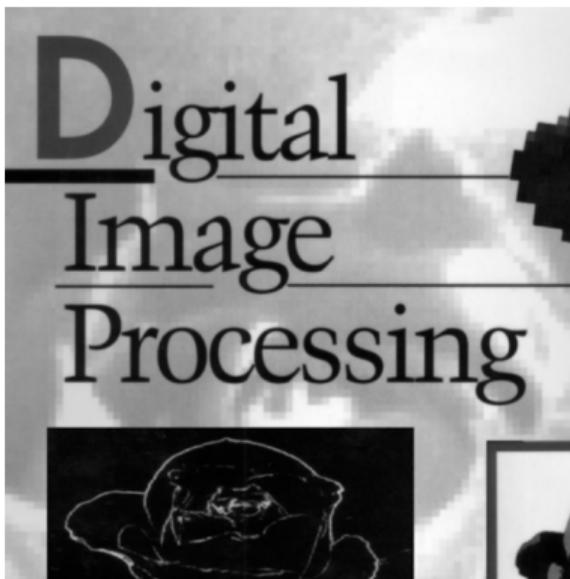
- ▶ *dégradation :*

$$f'(x, y) = \int_0^T f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt \quad (4)$$

- ▶ *transformée de Fourier de la dégradation :*

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin(\pi(ua + vb)) e^{-i\pi(ua + vb)} \quad (5)$$

- ▶ exemple 1 : simulation d'un flou de bougé par application de la transformation $H(u, v)$ de l'équation (2) précédente



I



$$\mathcal{F}\left(H(u, v) \times \mathcal{F}(I)\right)^{-1}$$

▶ exemple 2 : simulation de flou causé par des turbulences atmosphériques

▶ transformée de Fourier de la dégradation :

$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (6)$$



$$k = 0.00025$$

▶ exemple 2 : simulation de flou causé par des turbulences atmosphériques

▶ transformée de Fourier de la dégradation :

$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (6)$$



$$k = 0.0010$$

▶ exemple 2 : simulation de flou causé par des turbulences atmosphériques

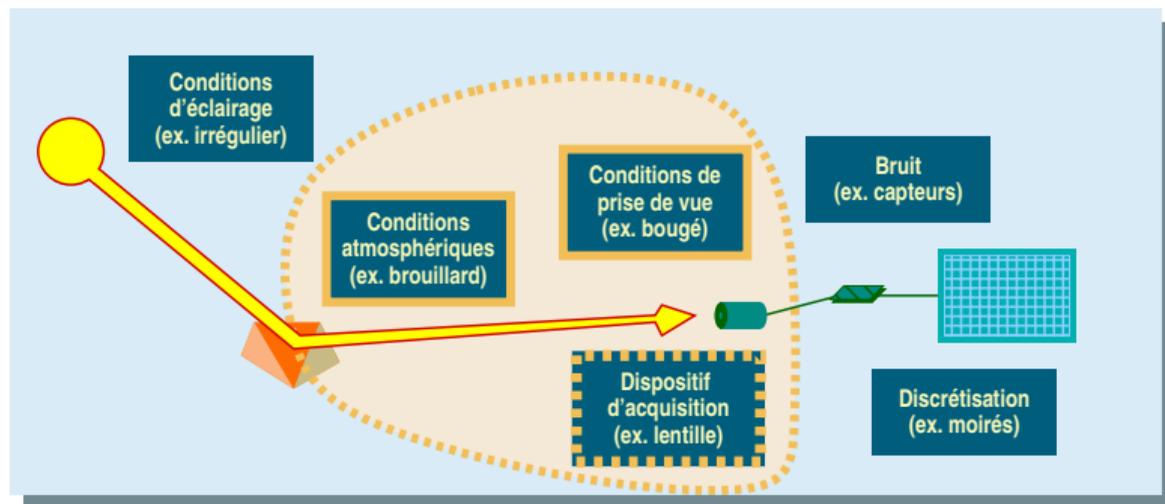
▶ transformée de Fourier de la dégradation :

$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (6)$$



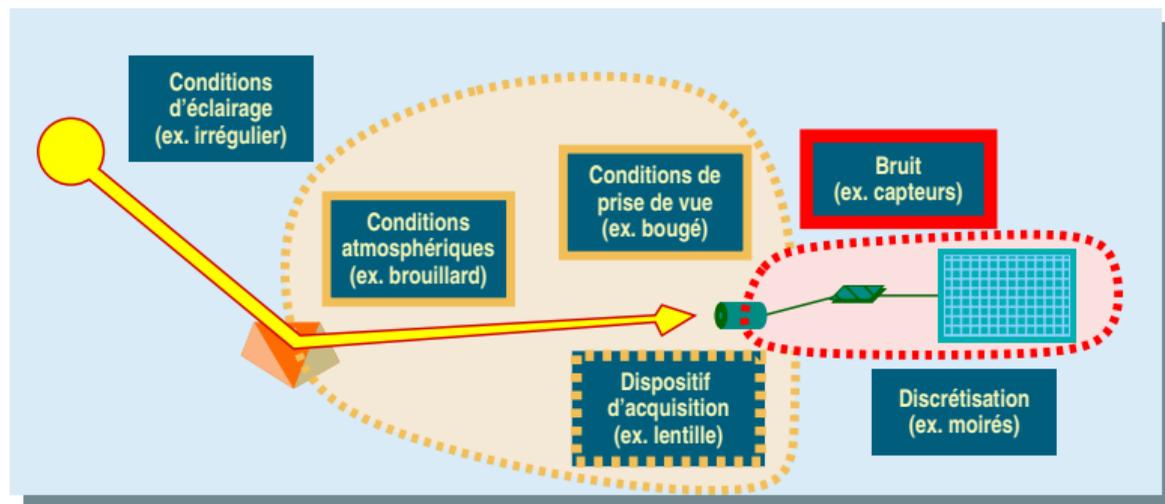
$$k = 0.0025$$

4. Mise en œuvre concrète



- ▶ les dégradations prises en compte par le filtrage inverse se situent **en amont** de la numérisation
- ▶ le bruit (capteurs, électronique) vient s'ajouter **en aval** dans le processus d'acquisition dégradations
- ▶ nécessaire d'intégrer le **bruit** au modèle de dégradation

4. Mise en œuvre concrète



- ▶ les dégradations prises en compte par le filtrage inverse se situent **en amont** de la numérisation
- ▶ le bruit (capteurs, électronique) vient s'ajouter **en aval** dans le processus d'acquisition dégradations
- ▶ nécessaire d'**intégrer le bruit** au modèle de dégradation

4.1. Influence du bruit sur le résultat de la déconvolution

o Problématique :

- ▶ généralement l'image acquise est bruitée

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \nu(x, y) \quad (7)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (8)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (9)$$

$$= \frac{H(u, v)F(u, v) + N(u, v)}{H(u, v)} \quad (10)$$

$$= F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (11)$$

- ▶ la déconvolution rehausse également le bruit
- ▶ le terme $\frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ exprime le rehaussement du bruit

4.1. Influence du bruit sur le résultat de la déconvolution

o Problématique :

- ▶ généralement l'image acquise est bruitée

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \nu(x, y) \quad (7)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (8)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (9)$$

$$= \frac{H(u, v)F(u, v) + N(u, v)}{H(u, v)} \quad (10)$$

$$= F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (11)$$

- ▶ la déconvolution rehausse également le bruit
- ▶ le terme $\frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ exprime le rehaussement du bruit

4.1. Influence du bruit sur le résultat de la déconvolution

○ Problématique :

- ▶ généralement l'image acquise est bruitée

$$f'(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \nu(x, y) \quad (7)$$

$$F'(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (8)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{F'(u, v)}{H(u, v)} \quad (9)$$

$$= \frac{H(u, v)F(u, v) + N(u, v)}{H(u, v)} \quad (10)$$

$$= F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (11)$$

- ▶ la déconvolution rehausse également le bruit
- ▶ le terme $\frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ exprime le **rehaussement du bruit**

- ▶ exemple de déconvolution d'une image floue bruitée :



f

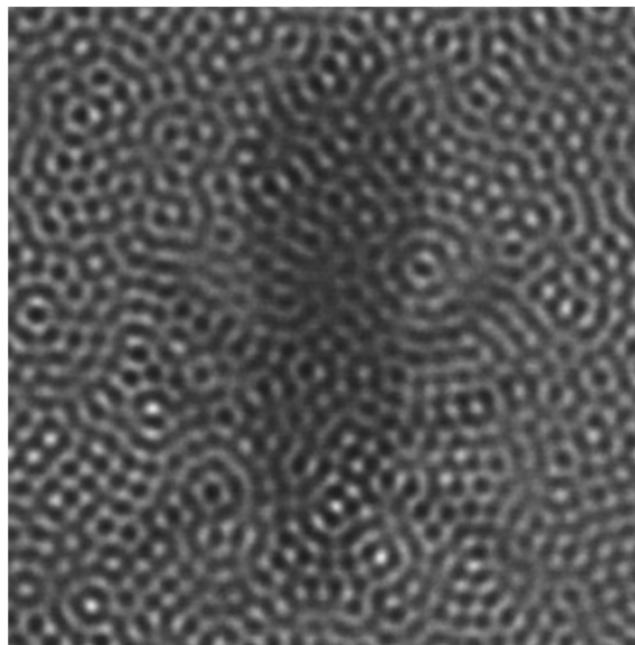


Déconvolution de *f*

- ▶ exemple de déconvolution d'une image floue bruitée :



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)



Déconvolution de $I + \nu$

4.2. Filtre de Wiener (1942)

- ▶ filtre minimisant de l'erreur quadratique moyenne $E((f - \hat{f})^2)$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}} \times F'(u, v)$$

- ▶ $F'(u, v)$: image dégradée
- ▶ $H(u, v)$: dégradation
- ▶ $N(u, v)$: bruit
- ▶ $F(u, v)$: image initiale
en général $|F(u, v)|$ et $|N(u, v)|$ sont inconnues
- ▶ en pratique, on approxime $\frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}$ par une constante K

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \times F'(u, v)$$

- ▶ paramètre de réglage du filtre : en augmentant la valeur de K , on diminue le bruit, mais aussi la correction de distorsion

4.2. Filtre de Wiener (1942)

- ▶ filtre minimisant de l'erreur quadratique moyenne $E((f - \hat{f})^2)$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}} \times F'(u, v)$$

- ▶ $F'(u, v)$: image dégradée

- ▶ $H(u, v)$: dégradation

- ▶ $N(u, v)$: bruit

- ▶ $F(u, v)$: image initiale

en général $|F(u, v)|$ et $|N(u, v)|$ sont inconnues

- ▶ en pratique, on approxime $\frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}$ par une constante K

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \times F'(u, v)$$

- ▶ paramètre de réglage du filtre : en augmentant la valeur de K , on diminue le bruit, mais aussi la correction de distorsion

4.2. Filtre de Wiener (1942)

- ▶ filtre minimisant de l'erreur quadratique moyenne $E((f - \hat{f})^2)$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}} \times F'(u, v)$$

- ▶ $F'(u, v)$: image dégradée
- ▶ $H(u, v)$: dégradation
- ▶ $N(u, v)$: bruit
- ▶ $F(u, v)$: image initiale
en général $|F(u, v)|$ et $|N(u, v)|$ sont inconnues

- ▶ en pratique, on approxime $\frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}$ par une constante K

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \times F'(u, v)$$

- ▶ paramètre de réglage du filtre : en augmentant la valeur de K , on diminue le bruit, mais aussi la correction de distorsion

4.2. Filtre de Wiener (1942)

- ▶ filtre minimisant de l'erreur quadratique moyenne $E((f - \hat{f})^2)$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}} \times F'(u, v)$$

- ▶ $F'(u, v)$: image dégradée
- ▶ $H(u, v)$: dégradation
- ▶ $N(u, v)$: bruit
- ▶ $F(u, v)$: image initiale
en général $|F(u, v)|$ et $|N(u, v)|$ sont inconnues
- ▶ en pratique, on approxime $\frac{|N(u, v)|^2}{|F(u, v)|^2}$ par une constante K

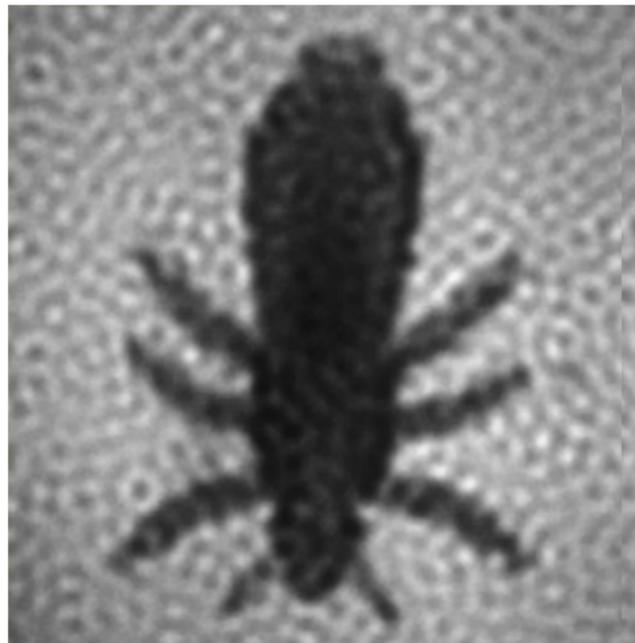
$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \times F'(u, v)$$

- ▶ paramètre de réglage du filtre : en augmentant la valeur de K , on diminue le bruit, mais aussi la correction de distorsion

► exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (1) : influence de K



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)

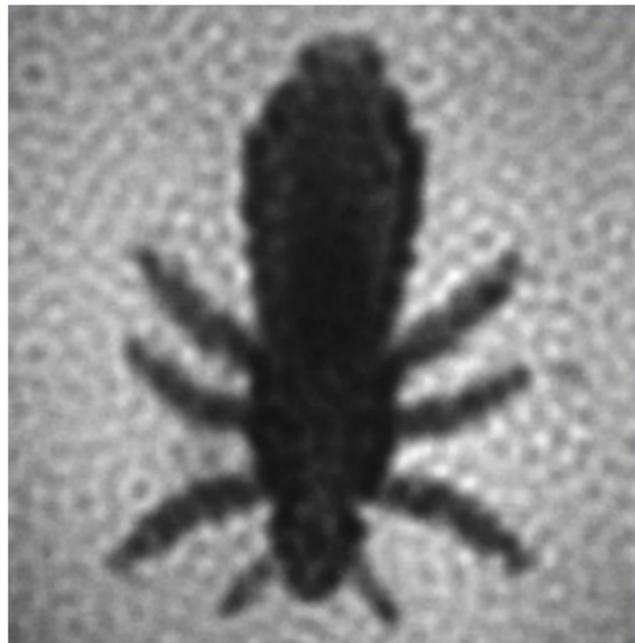


filtrage de Wiener pour des valeurs croissantes de K

► exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (1) : influence de K



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)



filtrage de Wiener pour des valeurs croissantes de K

► exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (1) : influence de K



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)



filtrage de Wiener pour des valeurs croissantes de K

► exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (1) : influence de K



$I + \nu$ (bruit additif gaussien)



filtrage de Wiener pour des valeurs croissantes de K 

- exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (2) : optimisation de K



Vue aérienne

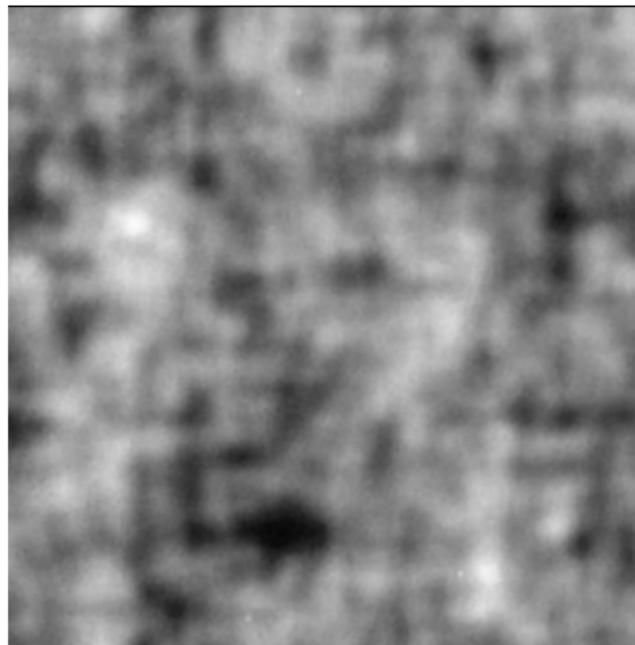


simulation de turbulence
($k = 0.0025$)

- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (2) : optimisation de K



Vue aérienne



déconvolution sans prise en compte du bruit

- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (2) : optimisation de K

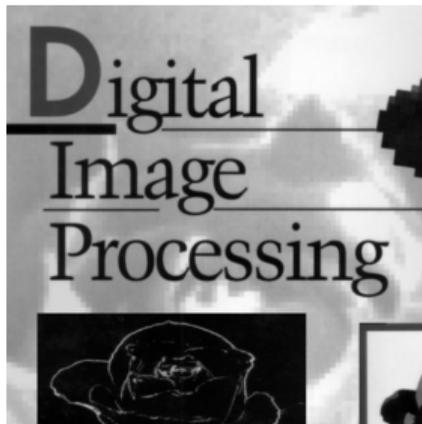


Vue aérienne

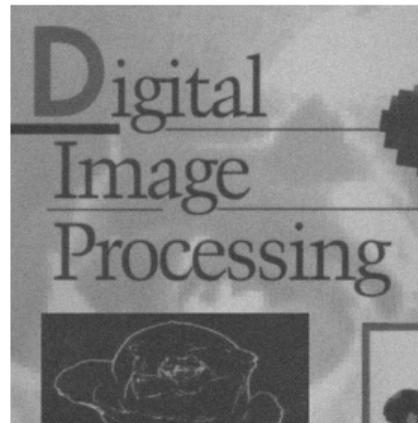


filtrage de Wiener avec
optimisation interactive de K

- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (3) :
flou de bougé + bruit
gaussien optimisation de K

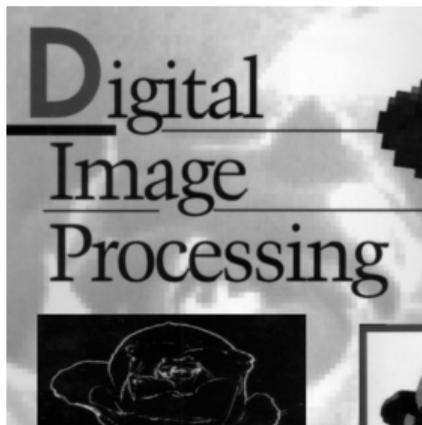


flou de bougé



bruit additif gaussien

- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (3) :
flou de bougé + bruit
gaussien optimisation de K



flou + bruit 

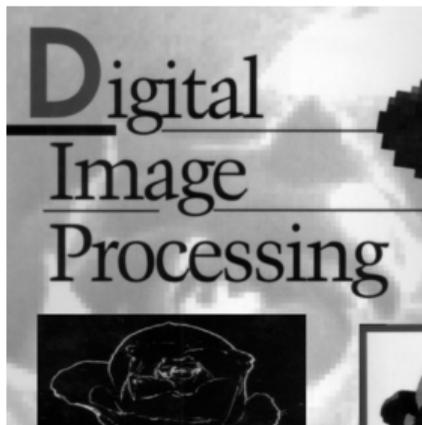


déconvolution



filtrage de Wiener

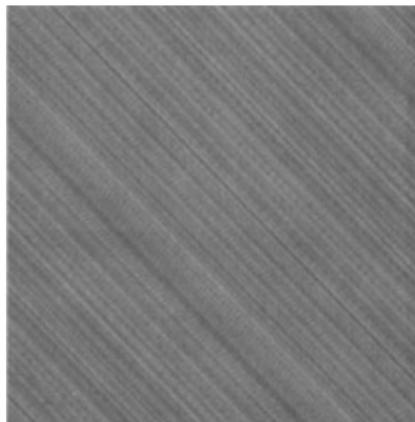
- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (3) :
flou de bougé + bruit
gaussien optimisation de K



– Gonzalez & Wood, DIP 4^{ed} ©



flou + bruit 

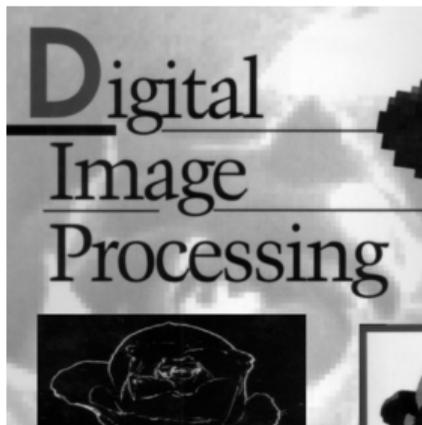


déconvolution

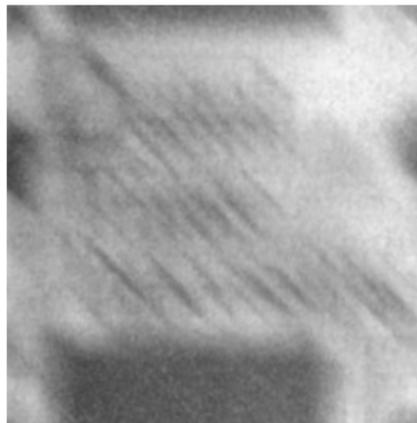


filtrage de Wiener

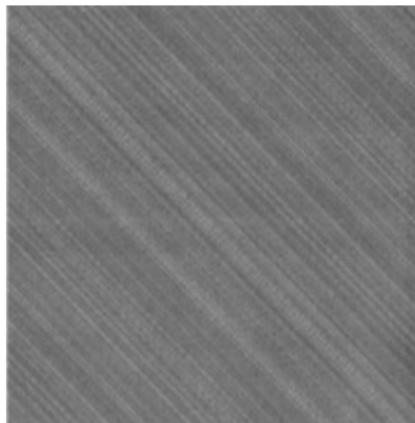
- ▶ exemples de déconvolution avec le filtre de Wiener (3) :
flou de bougé + bruit
gaussien optimisation de K



– Gonzalez & Wood, DIP 4^{ed} ©



flou + bruit



déconvolution



filtrage de Wiener