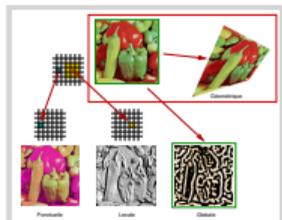


## Partie B — thème 6

# Transformations géométriques et déformations

- ▶ déplacements des points avec conservation de la couleur
- ▶ déformation du domaine (la même pour chaque point)
- ▶ déformation propre à chaque point





## Partie B — thème 6

# Transformations géométriques et déformations

- ▶ déplacements des points avec conservation de la couleur
- ▶ déformation du domaine (la même pour chaque point)
- ▶ déformation propre à chaque point



## 1.1. Principe des transformations continues

$$\begin{array}{l} I : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{C} \\ p \mapsto I(p) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} I' : \mathcal{D}' \rightarrow \mathcal{C} \\ p' \mapsto I'(p') \end{array}$$

- mise en correspondance des points de  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$  au moyen d'une fonction  $h$  :

$$\begin{array}{l} h : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}' \\ p \mapsto h(p) = p' \end{array}$$

- conservation de la couleur

$$I'(h(p)) = I(p)$$

- contrainte sur  $h$  : ne créer ni « déchirure » ni « collision »
  - transformation élastique (analogie du ballon de baudruche)
  - dans  $\mathbb{R}^n$  : homéomorphisme (transformation continue, bijective et à réciproque continue)
- dans  $\mathbb{Z}^n$  : rééchantillonnage

## 1.1. Principe des transformations continues

$$\begin{array}{l} I : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{C} \\ p \mapsto I(p) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} I' : \mathcal{D}' \rightarrow \mathcal{C} \\ p' \mapsto I'(p') \end{array}$$

- mise en correspondance des points de  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$  au moyen d'une fonction  $h$  :

$$\begin{array}{l} h : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}' \\ p \mapsto h(p) = p' \end{array}$$

- conservation de la couleur

$$I'(h(p)) = I(p)$$

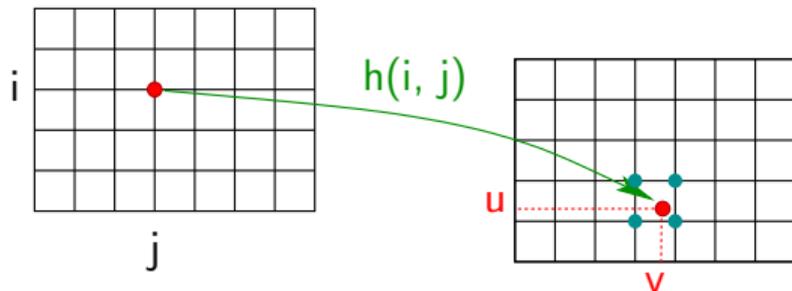
- contrainte sur  $h$  : ne créer ni « déchirure » ni « collision »

- transformation élastique (analogie du *ballon de baudruche*)

- dans  $\mathbb{R}^n$  : *homéomorphisme* (transformation continue, bijective et à réciproque continue)

- dans  $\mathbb{Z}^n$  : rééchantillonnage

## 1.2. Mise en œuvre discrète par transformation directe

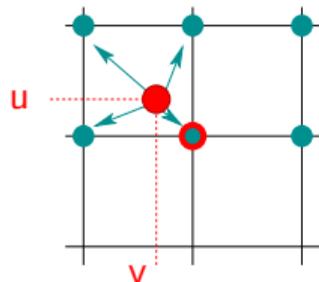


► nécessite une **reconstruction**, *a minima* une interpolation des valeurs des quatre voisins (filtre de Bartlett)

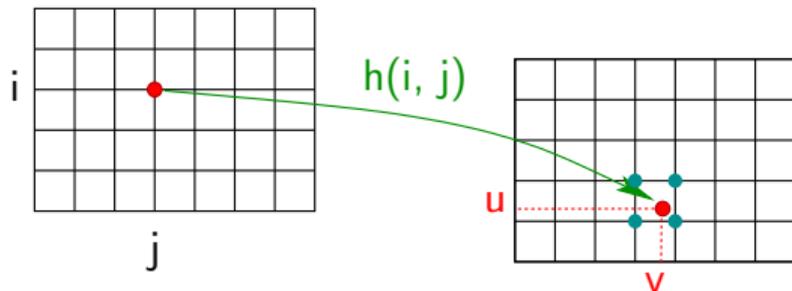
► implique de **cumuler** les contributions de plusieurs points de l'image source

► la gestion des « **trous** » peut nécessiter un filtre arbitrairement grand

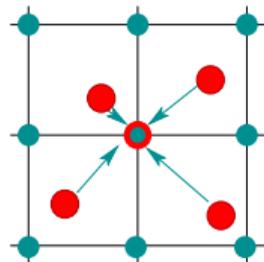
► méthode complexe à mettre en œuvre dans le cas général



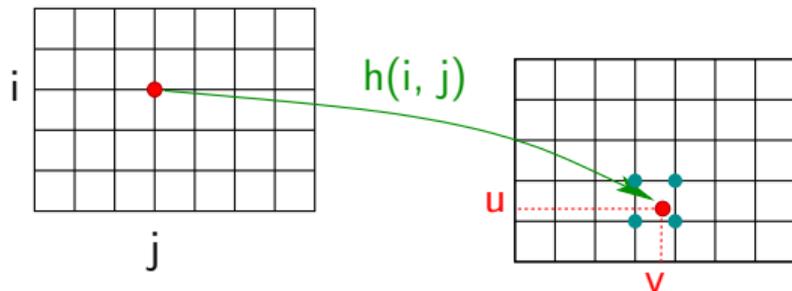
## 1.2. Mise en œuvre discrète par transformation directe



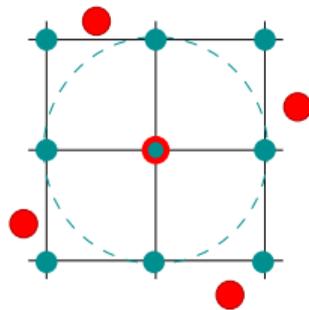
- ▶ nécessite une **reconstruction**, *a minima* une interpolation des valeurs des quatre voisins (filtre de Bartlett)
- ▶ implique de **cumuler** les contributions de plusieurs points de l'image source
- ▶ la gestion des « **trous** » peut nécessiter un filtre arbitrairement grand
- ▶ méthode complexe à mettre en œuvre dans le cas général



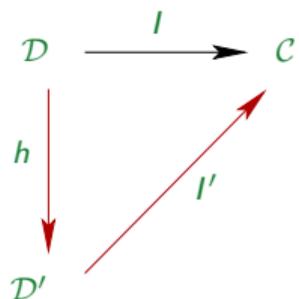
## 1.2. Mise en œuvre discrète par transformation directe



- ▶ nécessite une **reconstruction**, *a minima* une interpolation des valeurs des quatre voisins (filtre de Bartlett)
- ▶ implique de **cumuler** les contributions de plusieurs points de l'image source
- ▶ la gestion des « **trous** » peut nécessiter un filtre arbitrairement grand
- ▶ méthode complexe à mettre en œuvre dans le cas général



### 1.3. Mise en œuvre discrète par transformation inverse



$$I'(h(p)) = I(p)$$

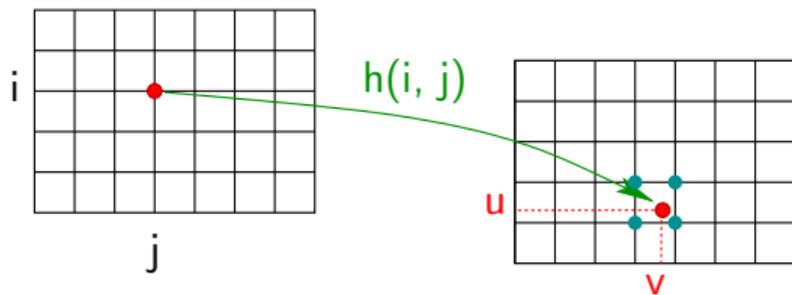
$$I'(p) = I(h^{-1}(p))$$

$$I' = I \circ h^{-1}$$

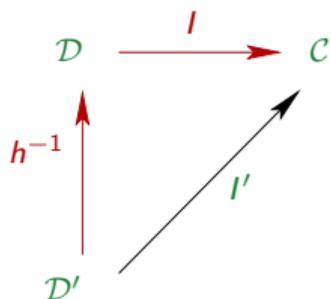
$$h^{-1}(p) \notin \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

- mise en œuvre d'un filtre de reconstruction  $\Psi$  plus simple que par transformation directe

pour tout point  $(i', j')$  de  $D'$   
{  
     $(u, v) = h^{-1}(i', j')$   
     $I'(i', j') = \Psi(I, u, v)$   
}



### 1.3. Mise en œuvre discrète par transformation inverse



$$I'(h(p)) = I(p)$$

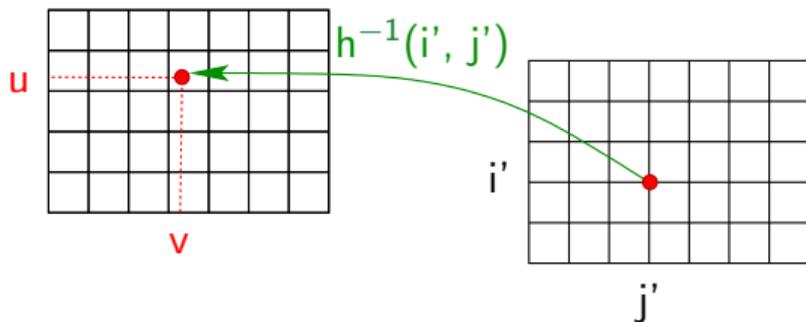
$$I'(p) = I(h^{-1}(p))$$

$$I' = I \circ h^{-1}$$

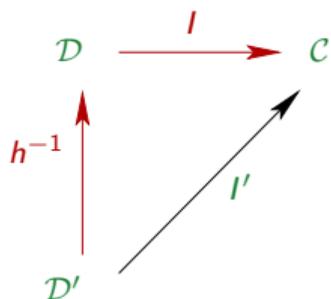
$$h^{-1}(p) \notin \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

- mise en œuvre d'un filtre de reconstruction  $\Psi$  plus simple que par transformation directe

pour tout point  $(i', j')$  de  $D'$   
{  
     $(u, v) = h^{-1}(i', j')$   
     $I'(i', j') = \Psi(I, u, v)$   
}



### 1.3. Mise en œuvre discrète par transformation inverse



$$I'(h(p)) = I(p)$$

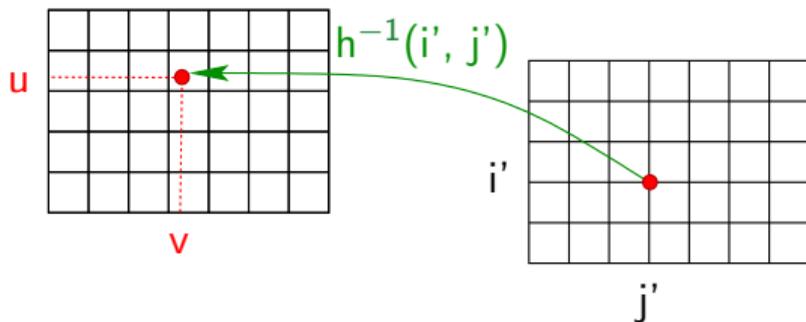
$$I'(p) = I(h^{-1}(p))$$

$$I' = I \circ h^{-1}$$

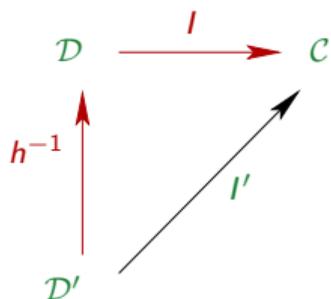
$$h^{-1}(p) \notin \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

- mise en œuvre d'un filtre de reconstruction  $\Psi$  plus simple que par transformation directe

pour tout point  $(i', j')$  de  $D'$

$$\left\{ \begin{array}{l} (u, v) = h^{-1}(i', j') \\ I'(i', j') = \Psi(I, u, v) \end{array} \right.$$


### 1.3. Mise en œuvre discrète par transformation inverse



$$I'(h(p)) = I(p)$$

$$I'(p) = I(h^{-1}(p))$$

$$I' = I \circ h^{-1}$$

$$h^{-1}(p) \notin \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

- mise en œuvre d'un filtre de reconstruction  $\Psi$  plus simple que par transformation directe

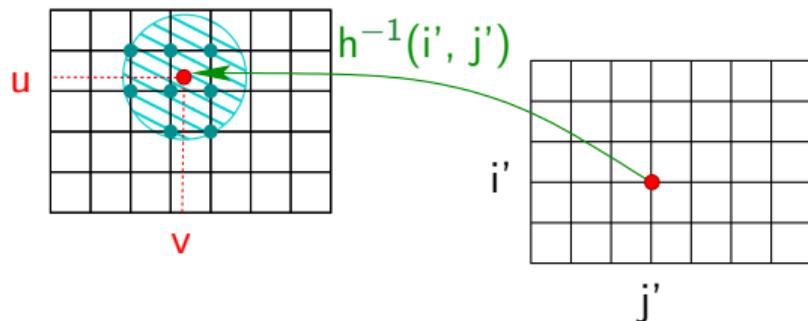
pour tout point  $(i', j')$  de  $D'$

{

$$(u, v) = h^{-1}(i', j')$$

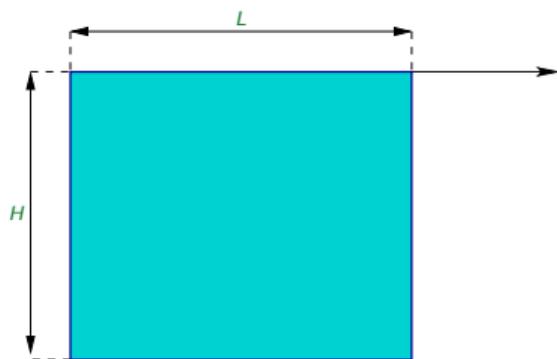
$$I'(i', j') = \Psi(I, u, v)$$

}



## 2. Cisaillement

### 2.1. Principe



► image de taille  $L \times H$

► cisaillement (*shearing*) d'angle  $\theta$

nouvelle taille de l'image :  $L' \times H$  avec  $L' = L + [H \tan \theta]$

► translation de chaque ligne (formulation réelle)

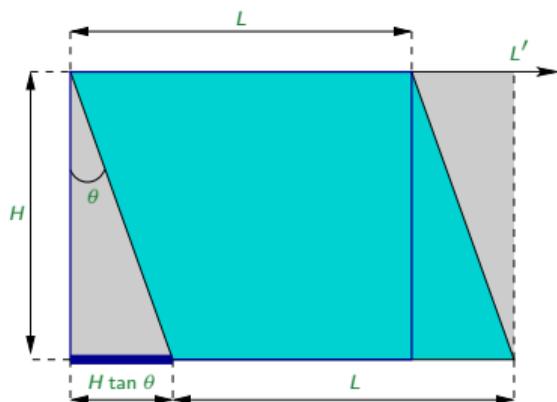
$$(i, j) \rightarrow (i, j + i \tan \theta)$$

expression matricielle :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

## 2. Cisaillement

### 2.1. Principe



► image de taille  $L \times H$

► cisaillement (*shearing*) d'angle  $\theta$

nouvelle taille de l'image :  $L' \times H$  avec  $L' = L + [H \tan \theta]$

► translation de chaque ligne (formulation réelle)

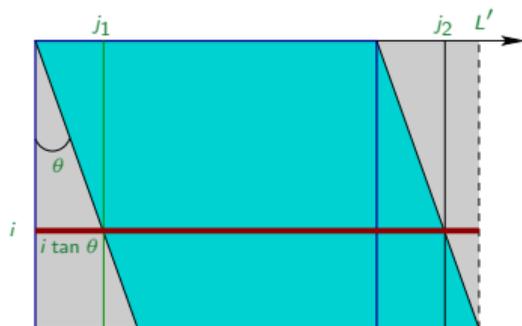
$$(i, j) \rightarrow (i, j + i \tan \theta)$$

expression matricielle :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

## 2. Cisaillement

### 2.1. Principe



► image de taille  $L \times H$

► **cisaillement** (*shearing*) d'angle  $\theta$

nouvelle taille de l'image :  $L' \times H$  avec  $L' = L + [H \tan \theta]$

► translation de chaque ligne (formulation réelle)

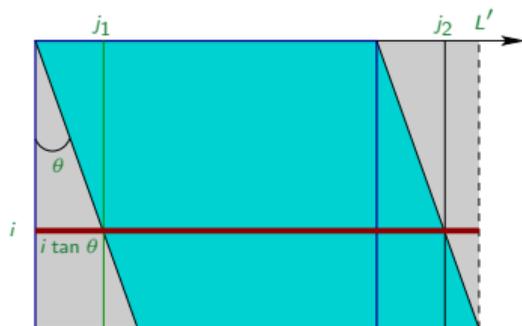
$$(i, j) \rightarrow (i, j + i \tan \theta)$$

expression matricielle :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

## 2. Cisaillement

### 2.1. Principe



► image de taille  $L \times H$

► **cisaillement** (*shearing*) d'angle  $\theta$

nouvelle taille de l'image :  $L' \times H$  avec  $L' = L + [H \tan \theta]$

► translation de chaque ligne (formulation réelle)

$$(i, j) \rightarrow (i, j + i \tan \theta)$$

expression matricielle :

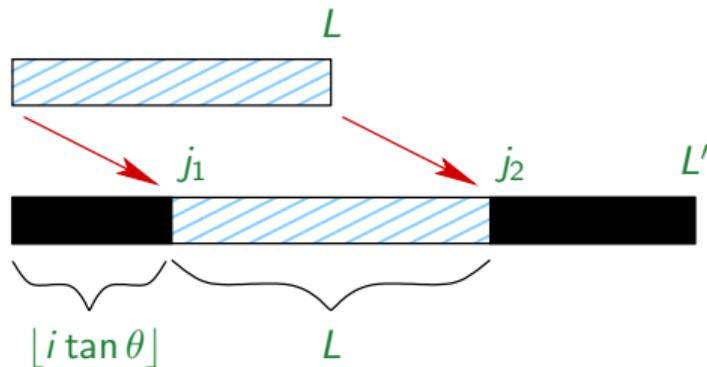
$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

## 2.2. Mise en œuvre par transformation directe

- copie de la ligne  $i$  en la décalant de  $\lfloor i \tan \theta \rfloor$

$$j_1 = \lfloor i \tan \theta \rfloor$$

$$j_2 = j_1 + L$$



- pour  $j$  variant de  $0$  à  $j_1 - 1$  :  $I'[i][j] = 0$   
pour  $j$  variant de  $j_1$  à  $j_2 - 1$  :  $I'[i][j] = I[i][j - j_1]$   
pour  $j$  variant de  $j_2$  à  $L'$  :  $I'[i][j] = 0$

► problème de reconstruction : produit de l'aliasing



► problème de reconstruction : produit de l'aliasing



- ▶ problème de reconstruction : produit de l'aliasing



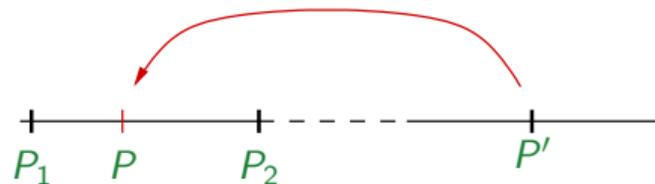
- ▶ problème de reconstruction : produit de l'aliasing



## 2.3. Impémentation par transformation inverse

- ▶ point de l'image transformée :  $P' = (i', j')$   
transformation inverse :  $P = (i', j' - i' \tan \theta)$

$$\begin{cases} P_1 = (i', \lfloor j' - i' \tan \theta \rfloor) \\ P_2 = (i', \lceil j' - i' \tan \theta \rceil) \end{cases}$$



- ▶  $I(P)$  : moyenne de  $I(P_1)$  et  $I(P_2)$  pondérée par l'inverse des distances  $\overline{PP_1}$  et  $\overline{PP_2}$

$$\begin{aligned} I(P') &= I(P) \\ &= \alpha_1 I(P_1) + \alpha_2 I(P_2) \end{aligned}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

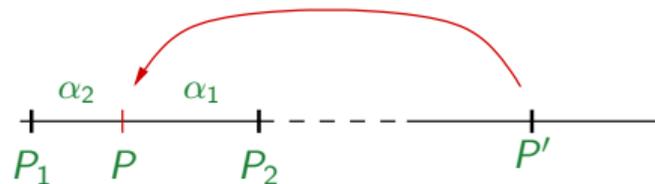
$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\overline{PP_2}}{\overline{PP_1} + \overline{PP_2}} \\ &= \frac{j' - \lceil j' - i' \tan \theta \rceil}{\lfloor j' - i' \tan \theta \rfloor - \lceil j' - i' \tan \theta \rceil} \end{aligned}$$

$$\alpha_2 = (1 - \alpha_1)$$

## 2.3. Impémentation par transformation inverse

- ▶ point de l'image transformée :  $P' = (i', j')$   
transformation inverse :  $P = (i', j' - i' \tan \theta)$

$$\begin{cases} P_1 = (i', \lfloor j' - i' \tan \theta \rfloor) \\ P_2 = (i', \lceil j' - i' \tan \theta \rceil) \end{cases}$$



- ▶  $I(P)$  : moyenne de  $I(P_1)$  et  $I(P_2)$  pondérée par l'inverse des distances  $\overline{PP_1}$  et  $\overline{PP_2}$

$$\begin{aligned} I(P') &= I(P) \\ &= \alpha_1 I(P_1) + \alpha_2 I(P_2) \end{aligned}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

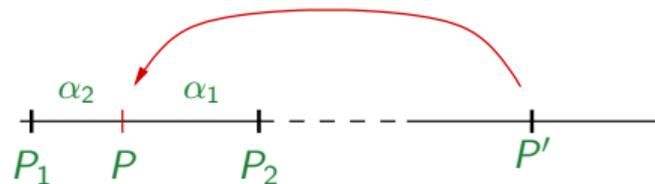
$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\overline{PP_2}}{\overline{PP_2} - (j' - i' \tan \theta)} \\ &= \frac{\overline{PP_2}}{\overline{PP_2} - (j' - i' \tan \theta)} \end{aligned}$$

$$\alpha_2 = (1 - \alpha_1)$$

## 2.3. Impémentation par transformation inverse

- ▶ point de l'image transformée :  $P' = (i', j')$   
transformation inverse :  $P = (i', j' - i' \tan \theta)$

$$\begin{cases} P_1 = (i', \lfloor j' - i' \tan \theta \rfloor) \\ P_2 = (i', \lceil j' - i' \tan \theta \rceil) \end{cases}$$



- ▶  $I(P)$  : moyenne de  $I(P_1)$  et  $I(P_2)$  pondérée par l'inverse des distances  $\overline{PP_1}$  et  $\overline{PP_2}$

$$\begin{aligned} I(P') &= I(P) \\ &= \alpha_1 I(P_1) + \alpha_2 I(P_2) \end{aligned}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

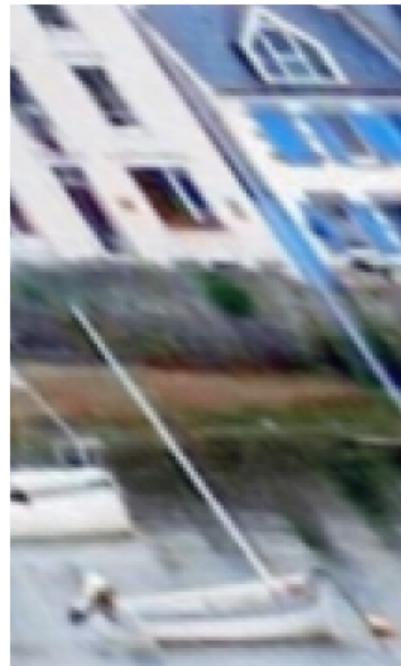
$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\overline{PP_2}}{\overline{PP_2} + \overline{PP_1}} \\ &= \frac{\lceil j' - i' \tan \theta \rceil - (j' - i' \tan \theta)}{\lceil j' - i' \tan \theta \rceil - (j' - i' \tan \theta) + \lfloor j' - i' \tan \theta \rfloor - (j' - i' \tan \theta)} \end{aligned}$$

$$\alpha_2 = (1 - \alpha_1)$$

► résultat de la reconstruction : suppression de l'aliasing



► résultat de la reconstruction : suppression de l'aliasing



## 3. Rotations

### 3.1. Mise en œuvre par inversion de la rotation d'angle $\theta$

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- ▶  $p' \in D'$ ,  $p = M^{-1}p'$
- ▶ reconstruction de  $I(p)$ , par exemple par interpolation sur les quatre voisins (Bartlett)

### 3.2. Transformations multipasses

- ▶ stratégie : ramener la reconstruction en **dimension 1** (traitement plus efficace de l'antialiasing)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sin \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c.à.d.} \quad \begin{cases} x' = x + y \tan -\frac{\theta}{2} \\ y' = x' \sin \theta + y \\ x'' = x' + y' \tan -\frac{\theta}{2} \end{cases}$$

Réécriture de la rotation comme *composition de cisaillements*

## 3. Rotations

### 3.1. Mise en œuvre par inversion de la rotation d'angle $\theta$

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- ▶  $p' \in D'$ ,  $p = M^{-1}p'$
- ▶ reconstruction de  $I(p)$ , par exemple par interpolation sur les quatre voisins (Bartlett)

### 3.2. Transformations multipasses

- ▶ stratégie : ramener la reconstruction en **dimension 1** (traitement plus efficace de l'antialiasing)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sin \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c.à.d.} \quad \begin{cases} x' &= x + y \tan -\frac{\theta}{2} \\ y' &= x' \sin \theta + y \\ x'' &= x' + y' \tan -\frac{\theta}{2} \end{cases}$$

Réécriture de la rotation comme *composition de cisaillements*

## 3. Rotations

### 3.1. Mise en œuvre par inversion de la rotation d'angle $\theta$

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- ▶  $p' \in D'$ ,  $p = M^{-1}p'$
- ▶ reconstruction de  $I(p)$ , par exemple par interpolation sur les quatre voisins (Bartlett)

### 3.2. Transformations multipasses

- ▶ stratégie : ramener la reconstruction en **dimension 1** (traitement plus efficace de l'antialiasing)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sin \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \tan -\frac{\theta}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ c.à.d. } \begin{cases} x' & = x + y \tan -\frac{\theta}{2} \\ y' & = x' \sin \theta + y \\ x'' & = x' + y' \tan -\frac{\theta}{2} \end{cases}$$

Réécriture de la rotation comme *composition de cisaillements*

►  $x + y \tan -\frac{\theta}{2}$

*cisaillement horizontal d'angle  $-\frac{\theta}{2}$*

►  $x \sin \theta + y$

*cisaillement vertical d'angle  $\arctan(\sin \theta)$*

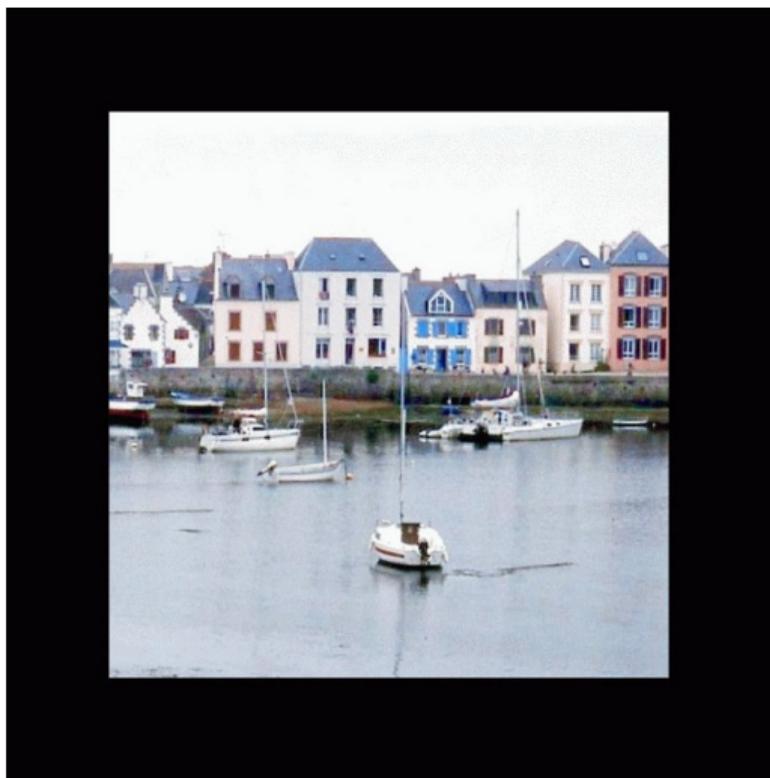
► exemple : rotation de  $30^\circ$

► *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

► *cisaillement vertical de  $26.57^\circ$*

► *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

► meilleurs résultats avec de petits angles  
(stabilité numérique) : complément à  
 $90^\circ$  pour les grands angles



▶  $x + y \tan -\frac{\theta}{2}$

*cisaillement horizontal d'angle  $-\frac{\theta}{2}$*

▶  $x \sin \theta + y$

*cisaillement vertical d'angle  $\arctan(\sin \theta)$*

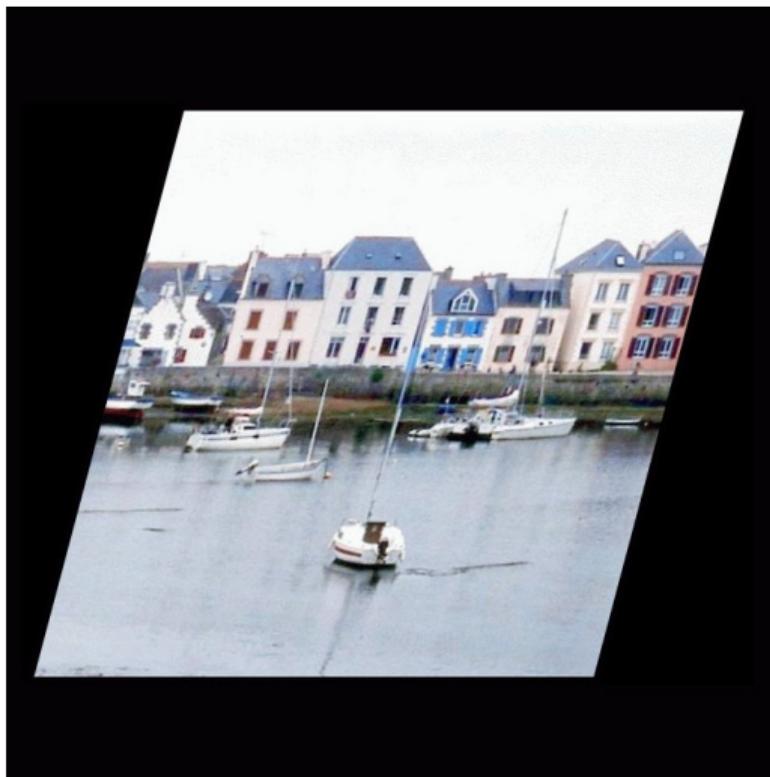
▶ exemple : rotation de  $30^\circ$

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

▶ *cisaillement vertical de  $26.57^\circ$*

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

▶ meilleurs résultats avec de petits angles  
(stabilité numérique) : complément à  
 $90^\circ$  pour les grands angles



▶  $x + y \tan -\frac{\theta}{2}$

*cisaillement horizontal d'angle  $-\frac{\theta}{2}$*

▶  $x \sin \theta + y$

*cisaillement vertical d'angle  $\arctan(\sin \theta)$*

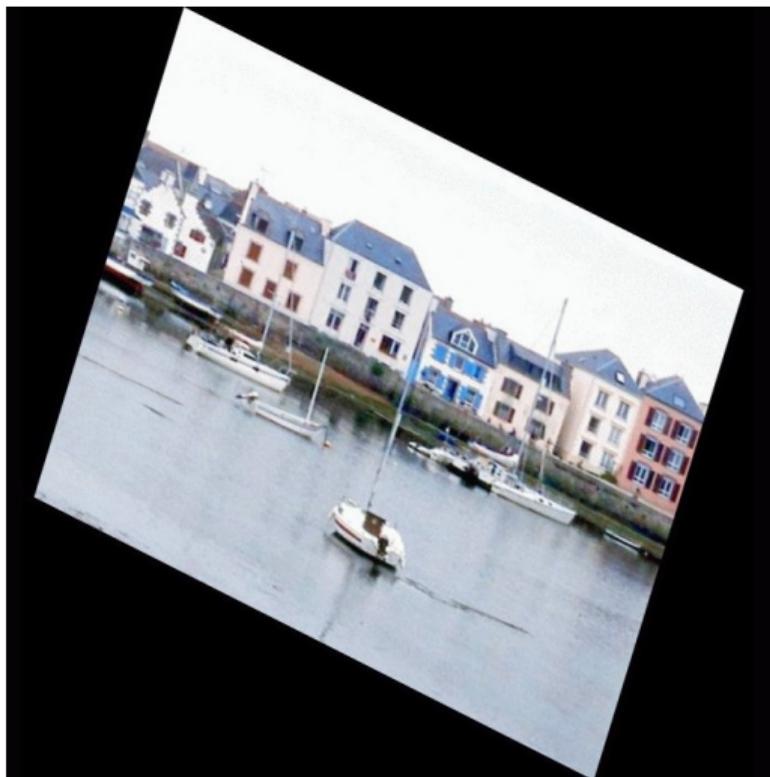
▶ exemple : rotation de  $30^\circ$

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

▶ *cisaillement vertical de  $26.57^\circ$*

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

▶ meilleurs résultats avec de petits angles  
(stabilité numérique) : complément à  
 $90^\circ$  pour les grands angles



►  $x + y \tan -\frac{\theta}{2}$

*cisaillement horizontal d'angle  $-\frac{\theta}{2}$*

►  $x \sin \theta + y$

*cisaillement vertical d'angle  $\arctan(\sin \theta)$*

► exemple : rotation de  $30^\circ$

► *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

► *cisaillement vertical de  $26.57^\circ$*

► *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

► meilleurs résultats avec de petits angles  
(stabilité numérique) : complément à  
 $90^\circ$  pour les grands angles



▶  $x + y \tan -\frac{\theta}{2}$

*cisaillement horizontal d'angle  $-\frac{\theta}{2}$*

▶  $x \sin \theta + y$

*cisaillement vertical d'angle  $\arctan(\sin \theta)$*

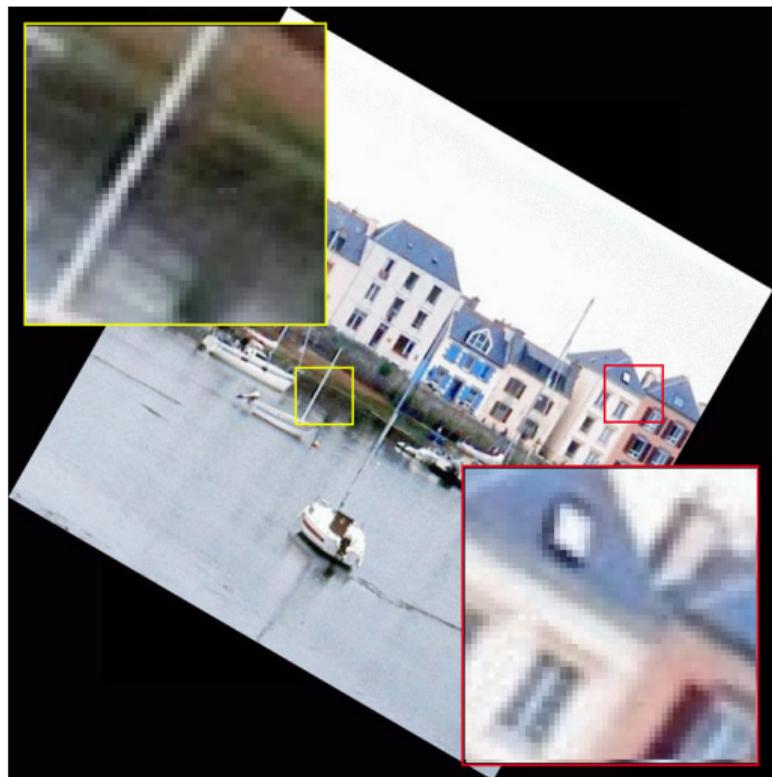
▶ exemple : rotation de  $30^\circ$

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

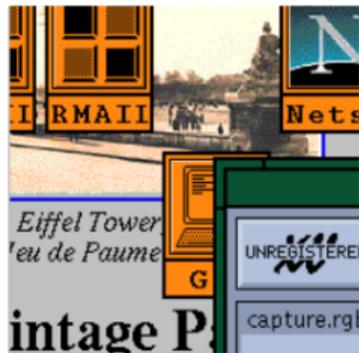
▶ *cisaillement vertical de  $26.57^\circ$*

▶ *cisaillement horizontal de  $-15^\circ$*

▶ meilleurs résultats avec de petits angles  
(stabilité numérique) : complément à  
 $90^\circ$  pour les grands angles



▶ exemple : sans antialiasing



multipasse 85°

multipasse 90° – 5°



# ★ Combinaison de transformations géométriques



► Comment obtenir l'image de droite à partir des trois images de gauche ?

**A** trois cisaillements

**B** deux cisaillements + une rotation

**C** deux cisaillements + une rotation + un zoom

**D** trois cisaillements + un zoom

(on ne compte pas les éventuelles translations)

## ★ Combinaison de transformations géométriques



► Comment obtenir l'image de droite à partir des trois images de gauche ?

**A** trois cisaillements

**B** deux cisaillements + une rotation

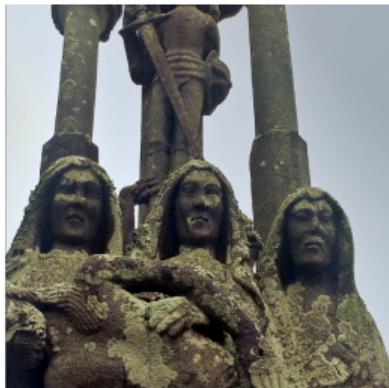
**C** deux cisaillements + une rotation + un zoom

**D** trois cisaillements + un zoom

(on ne compte pas les éventuelles translations)

# ★ Combinaison de transformations géométriques

Cisaillement vertical



Cisaillement vertical



Rotation + zoom horizontal



# ★ Combinaison de transformations géométriques

Cisaillement vertical



Cisaillement vertical



Rotation + zoom horizontal



# ★ Combinaison de transformations géométriques

Cisaillement vertical



Cisaillement vertical



Rotation + zoom horizontal



# ★ Combinaison de transformations géométriques

Cisaillement vertical



Cisaillement vertical



Rotation + zoom horizontal



# ★ Combinaison de transformations géométriques

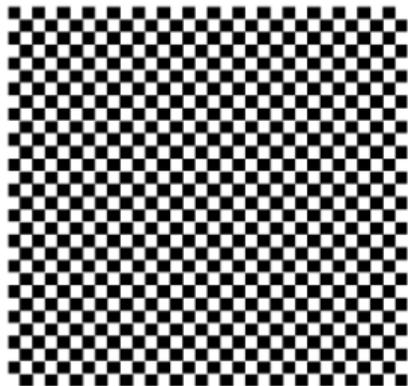


# ★ Combinaison de transformations géométriques



## 4. Distortion d'image (warping)

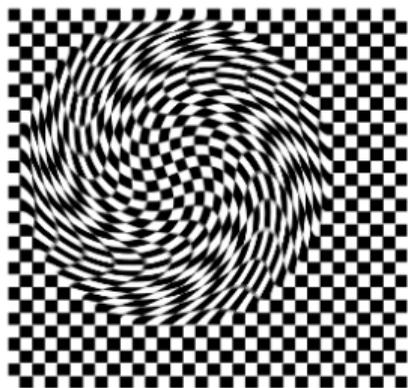
### 4.1. Déformations à support circulaire



- ▶ **tourbillon** (*swirl*) : rotation de chaque pixel  $p$  autour d'un point  $p_0$ , selon un angle qui croît ou décroît avec la distance
- ▶ **croissance** (*grow*) : déplacement radial de chaque pixel  $p$ , vers l'extérieur, selon une longueur qui croît ou décroît avec la distance à  $p_0$
- ▶ **réduction** (*shrink*) : *idem*, vers le centre

## 4. Distortion d'image (warping)

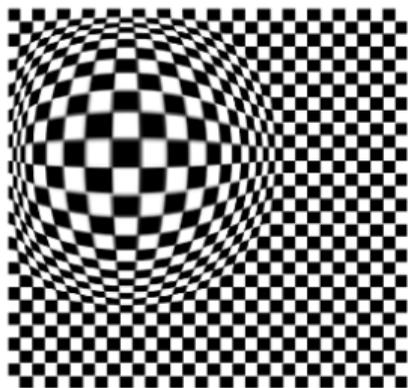
### 4.1. Déformations à support circulaire



- ▶ **tourbillon** (*swirl*) : rotation de chaque pixel  $p$  autour d'un point  $p_0$ , selon un angle qui croît ou décroît avec la distance
- ▶ **croissance** (*grow*) : déplacement radial de chaque pixel  $p$ , vers l'extérieur, selon une longueur qui croît ou décroît avec la distance à  $p_0$
- ▶ **réduction** (*shrink*) : *idem*, vers le centre

## 4. Distortion d'image (warping)

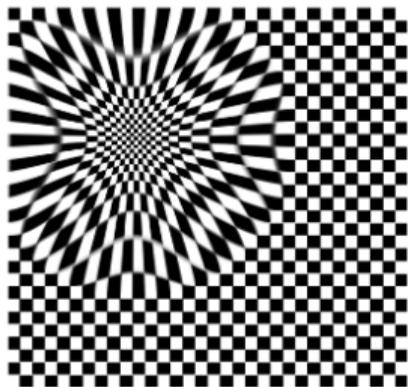
### 4.1. Déformations à support circulaire



- ▶ **tourbillon** (*swirl*) : rotation de chaque pixel  $p$  autour d'un point  $p_0$ , selon un angle qui croît ou décroît avec la distance
- ▶ **croissance** (*grow*) : déplacement radial de chaque pixel  $p$ , vers l'extérieur, selon une longueur qui croît ou décroît avec la distance à  $p_0$
- ▶ **réduction** (*shrink*) : *idem*, vers le centre

## 4. Distortion d'image (warping)

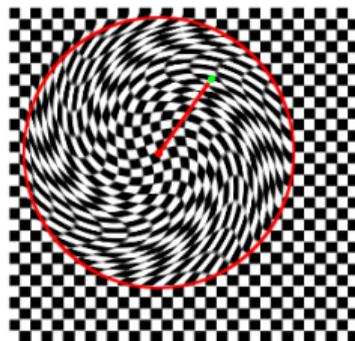
### 4.1. Déformations à support circulaire



- ▶ **tourbillon** (*swirl*) : rotation de chaque pixel  $p$  autour d'un point  $p_0$ , selon un angle qui croît ou décroît avec la distance
- ▶ **croissance** (*grow*) : déplacement radial de chaque pixel  $p$ , vers l'extérieur, selon une longueur qui croît ou décroît avec la distance à  $p_0$
- ▶ **réduction** (*shrink*) : *idem*, vers le centre

## ○ Exemple : tourbillon

- ▶ mise en œuvre par **transformation inverse**
  - ▶  $(x_0, y_0)$  : centre de la déformation
  - ▶  $\rho$  : rayon de la déformation (borne)
  - ▶  $k$  : facteur de déformation
  - ▶  $(u, v) = \Psi^{-1}(x, y)$



passage dans le repère centré sur le tourbillon

$$x' = x - x_0$$

$$y' = y - y_0$$

calcul de distance au centre du tourbillon

$$d = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

restriction au rayon de la transformation

si  $d > \rho$ , point suivant

calcul de l'image inverse (fonction de  $d$  et  $k$ )

$$\alpha = f(d, k)$$

$$u' = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha$$

$$v' = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

retour dans le repère initial

$$u = u' + x_0$$

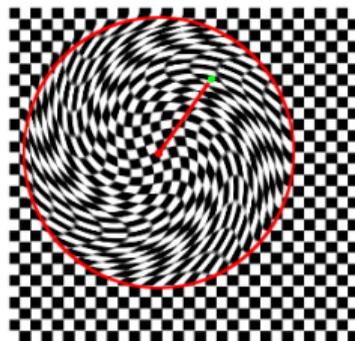
$$v = v' + y_0$$

calcul de la couleur de  $(x, y)$

reconstruction de  $(u, v)$

## ○ Exemple : tourbillon

- ▶ mise en œuvre par **transformation inverse**
  - ▶  $(x_0, y_0)$  : centre de la déformation
  - ▶  $\rho$  : rayon de la déformation (borne)
  - ▶  $k$  : facteur de déformation
  - ▶  $(u, v) = \Psi^{-1}(x, y)$



---

passage dans le **repère** centré sur le tourbillon

$$x' = x - x_0$$

$$y' = y - y_0$$

---

calcul de **distance au centre** du tourbillon

$$d = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

---

**restriction** au rayon de la transformation

si  $d > \rho$  , point suivant

---

calcul de l'**image inverse** (fonction de  $d$  et  $k$ )

$$\alpha = f(d, k)$$

$$u' = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha$$

$$v' = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

---

retour dans le **repère initial**

$$u = u' + x_0$$

$$v = v' + y_0$$

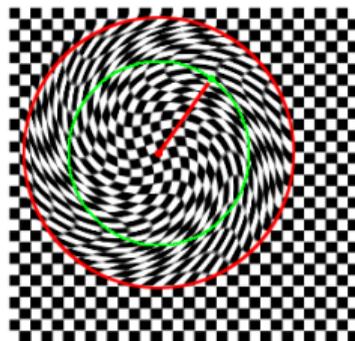
---

calcul de la couleur de  $(x, y)$

**reconstruction** de  $(u, v)$

## ○ Exemple : tourbillon

- ▶ mise en œuvre par **transformation inverse**
  - ▶  $(x_0, y_0)$  : centre de la déformation
  - ▶  $\rho$  : rayon de la déformation (borne)
  - ▶  $k$  : facteur de déformation
  - ▶  $(u, v) = \Psi^{-1}(x, y)$



---

passage dans le **repère** centré sur le tourbillon

$$x' = x - x_0$$

$$y' = y - y_0$$

---

calcul de **distance au centre** du tourbillon

$$d = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

---

**restriction** au rayon de la transformation

si  $d > \rho$  , point suivant

---

calcul de l'**image inverse** (fonction de  $d$  et  $k$ )

$$\alpha = f(d, k)$$

$$u' = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha$$

$$v' = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

---

retour dans le **repère initial**

$$u = u' + x_0$$

$$v = v' + y_0$$

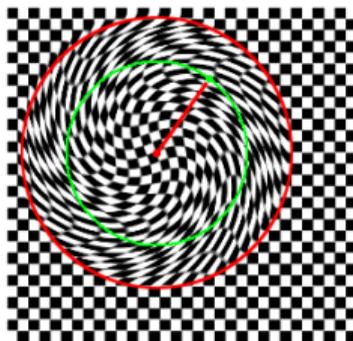
---

calcul de la couleur de  $(x, y)$

**reconstruction** de  $(u, v)$

## ○ Exemple : tourbillon

- ▶ mise en œuvre par **transformation inverse**
  - ▶  $(x_0, y_0)$  : centre de la déformation
  - ▶  $\rho$  : rayon de la déformation (borne)
  - ▶  $k$  : facteur de déformation
  - ▶  $(u, v) = \Psi^{-1}(x, y)$



---

passage dans le **repère** centré sur le tourbillon

$$x' = x - x_0$$

$$y' = y - y_0$$

---

calcul de **distance au centre** du tourbillon

$$d = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

---

**restriction** au rayon de la transformation

si  $d > \rho$  , point suivant

---

calcul de l'**image inverse** (fonction de  $d$  et  $k$ )

$$\alpha = f(d, k)$$

$$u' = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha$$

$$v' = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

---

retour dans le **repère initial**

$$u = u' + x_0$$

$$v = v' + y_0$$

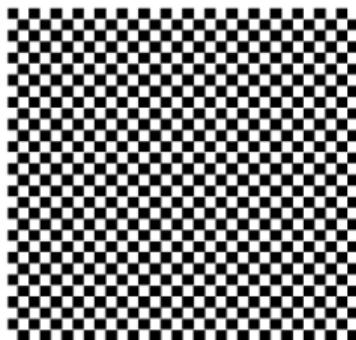
---

calcul de la couleur de  $(x, y)$

**reconstruction** de  $(u, v)$

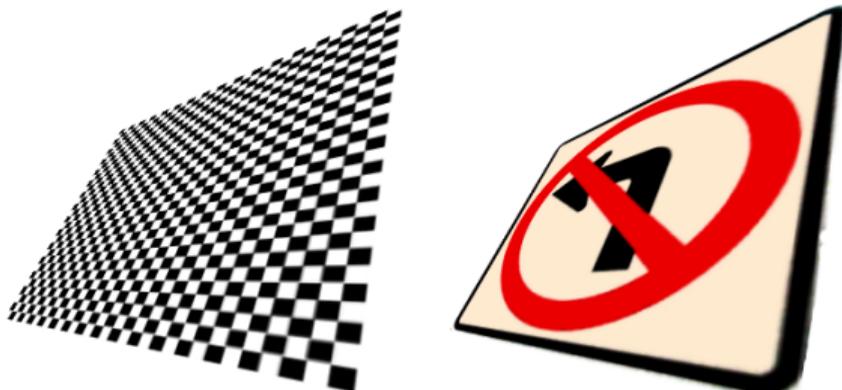
---

## 4.1. Transformation bilinéaire – « perspective »



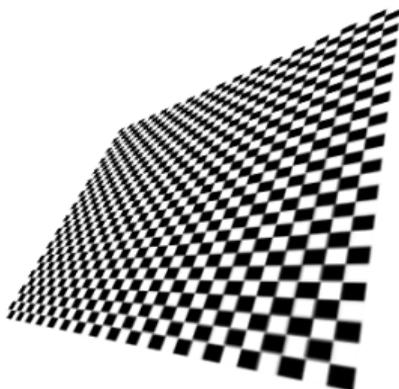
## 4.2. Déformation libre (move)

## 4.1. Transformation bilinéaire – « perspective »

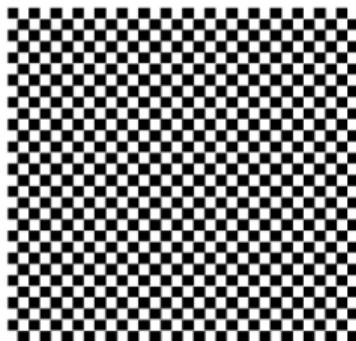


## 4.2. Déformation libre (move)

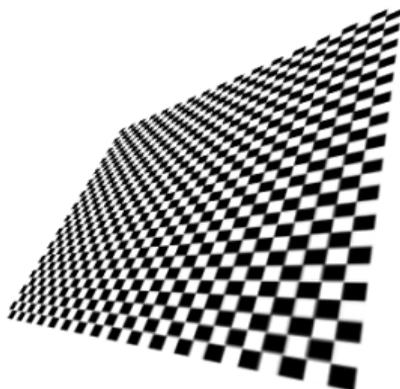
## 4.1. Transformation bilinéaire – « perspective »



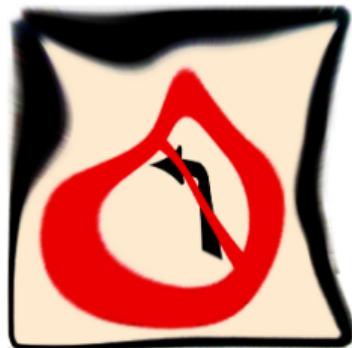
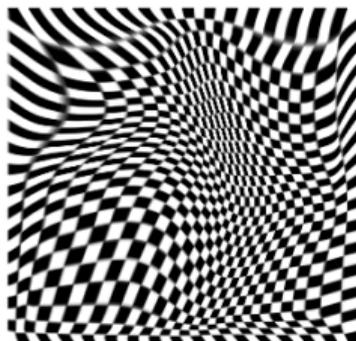
## 4.2. Déformation libre (move)



## 4.1. Transformation bilinéaire – « perspective »



## 4.2. Déformation libre (move)



## ★ Effet tourbillon

- ▶ exemple d'effet tourbillon sur un visage (*swirl*)



- ▶ en 2007, un individu suspecté d'actes pédophiles publie sur Internet des photos sur lesquelles il dissimule son visage en utilisant un effet tourbillon ; pourquoi a-t-il été possible à Interpol de l'identifier ?

## ★ Effet tourbillon

- ▶ exemple d'effet tourbillon sur un visage (*swirl*)



- ▶ en 2007, un individu suspecté d'actes pédophiles publie sur Internet des photos sur lesquelles il dissimule son visage en utilisant un effet tourbillon ; pourquoi a-t-il été possible à Interpol de l'identifier ?

## ★ Effet tourbillon

- ▶ La transformation est réversible



## ★ Effet tourbillon

- ▶ La transformation est réversible



## ★ Effet tourbillon

- ▶ La transformation est réversible



## ★ Effet tourbillon

- ▶ La transformation est réversible



## 5. Morphing (morphage)

- ▶ déformation progressive d'une image à une autre
- ▶ Willow – Ron Howard, 1988



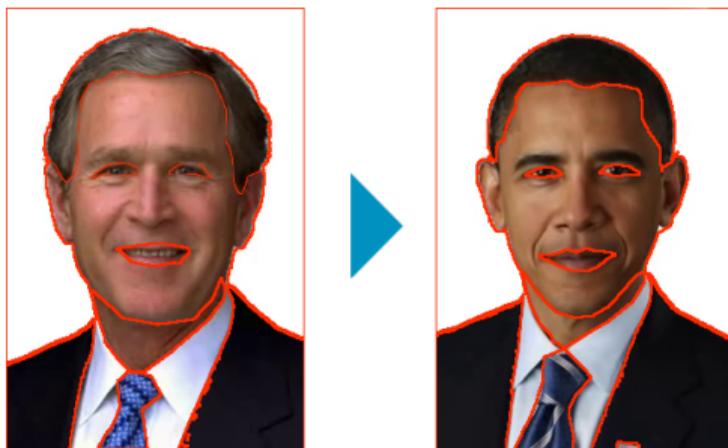
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



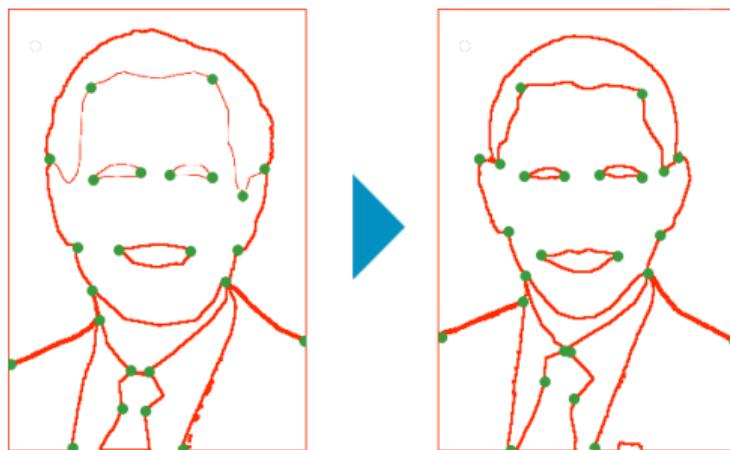
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



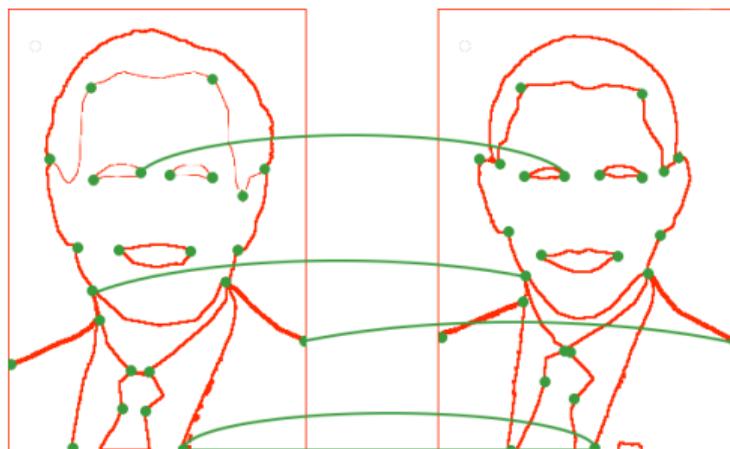
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



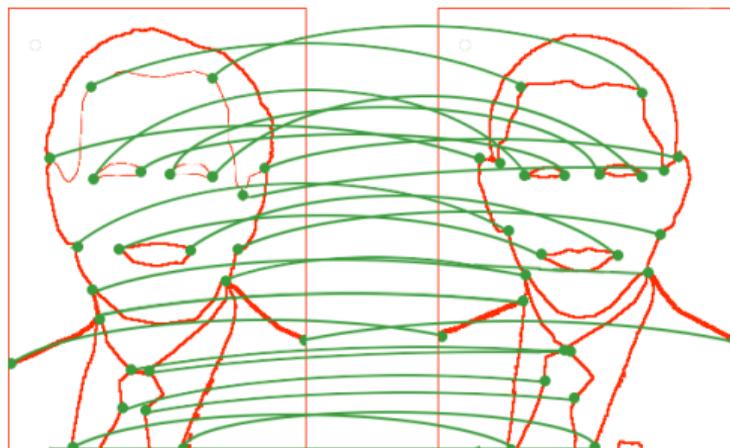
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



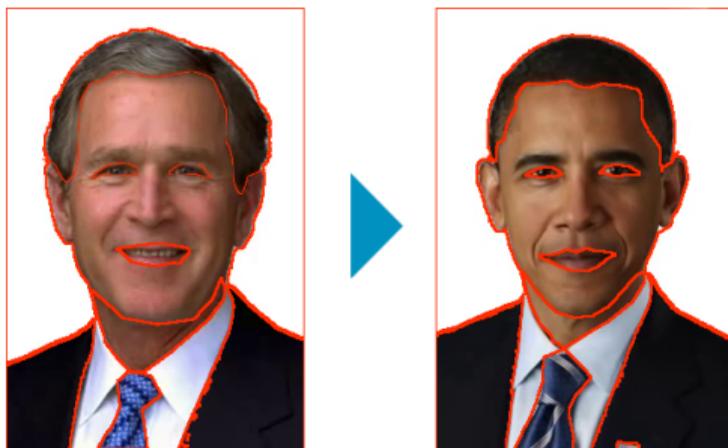
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



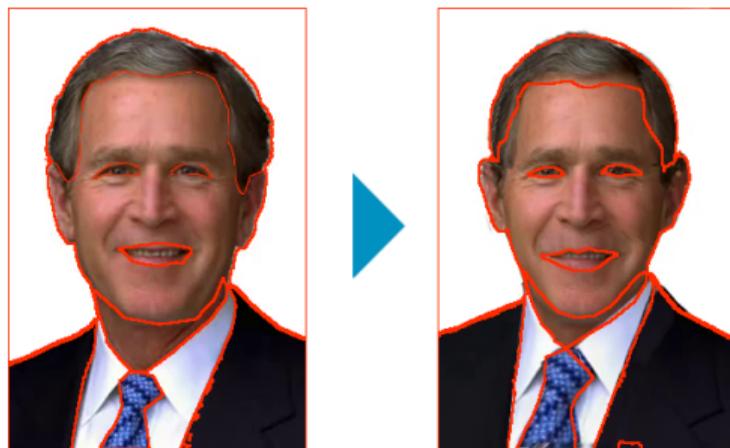
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



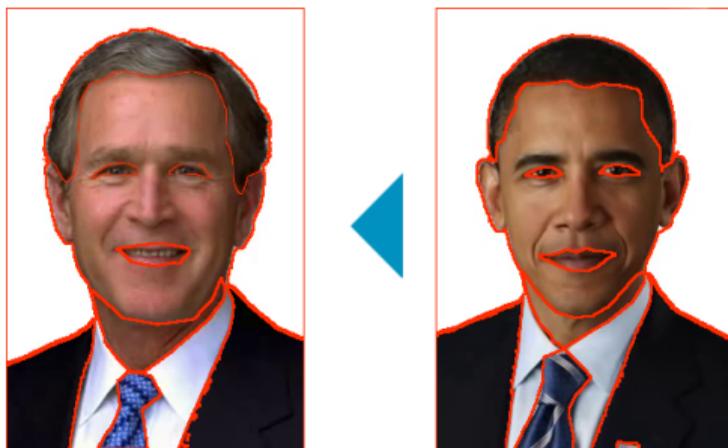
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



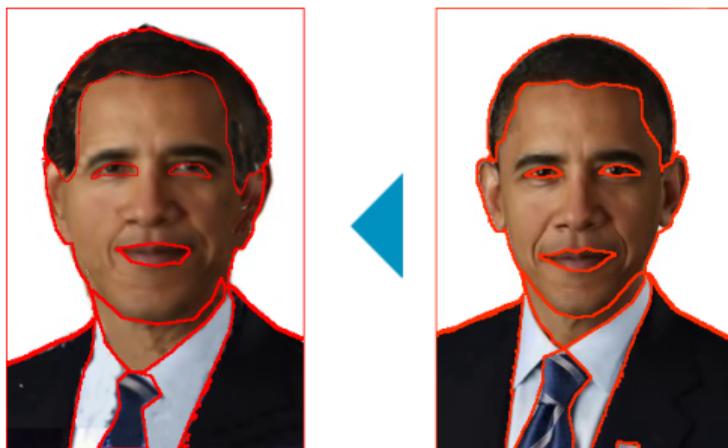
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



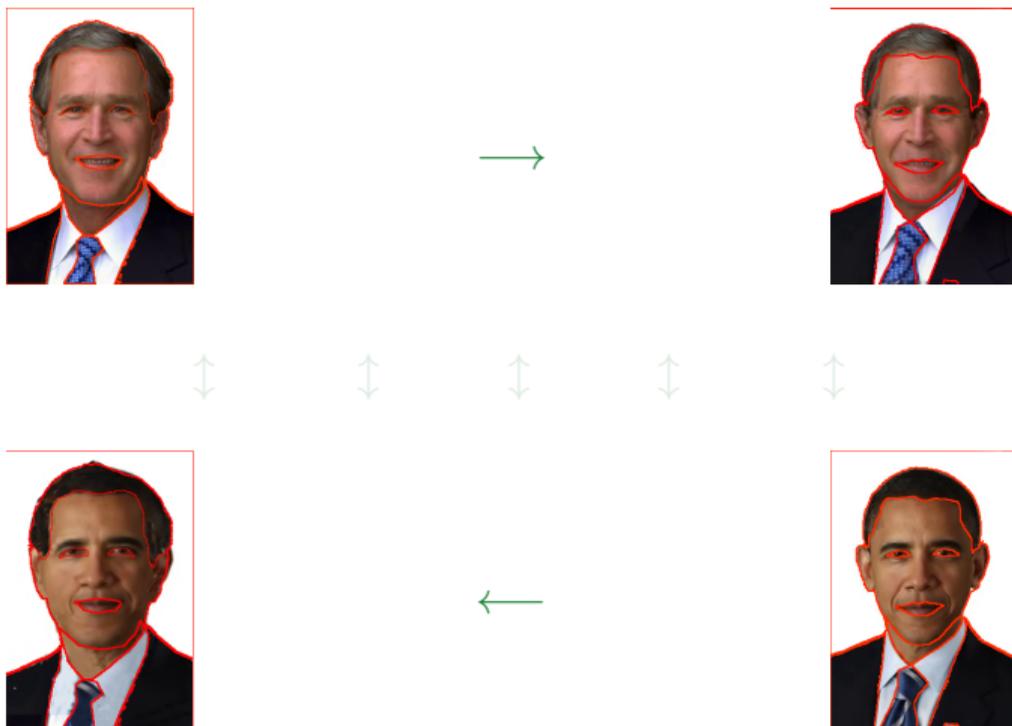
- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



- ▶ pellicule argentique : fondu enchainé, inventé par Méliès vers 1900 (début du cinéma)
- ▶ ne permet pas de transformation de forme
- ▶ mise en correspondance de contours via des « points clés »
- ▶ faire correspondre les images par triangulation / interpolation des points clés



- ▶ génération de deux séquences par calcul et fondu des déformations intermédiaires
  - ▶ déformation de  $I_1$  vers les positions de  $I_2$
  - ▶ déformation de  $I_2$  vers les positions de  $I_1$
- ▶ fondu enchaîné entre les deux séquences



- ▶ génération de deux séquences par calcul et fondu des déformations intermédiaires
  - ▶ déformation de  $I_1$  vers les positions de  $I_2$
  - ▶ déformation de  $I_2$  vers les positions de  $I_1$
- ▶ fondu enchaîné entre les deux séquences

