

Propriété :

Soit T un tableau d'entiers trié entre les indices i et j ($i \leq j$).

Soit e un entier quelconque, alors on a l'une des propriétés suivantes :

- ▶ $e \leq T[i]$
- ▶ il existe un unique entier k dans $[i..j-1]$ tel que $T[k] < e \leq T[k+1]$
- ▶ $e > T[j]$

On déduit de cette propriété deux algorithmes permettant de trier un tableau.

Propriété :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	4	8	10	7	12	9	5	6

Idées ?

Propriété :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	4	8	10	7	12	9	5	6

Idées ?

1. Ajouter 8 parmi les éléments déjà triés entre eux représentés sur fond vert ici... ->tri insertion
2. Par échange de la droite vers la gauche amener 5 à sa place à la droite du 4.... ->tri à bulle

Tri Insertion

C'est le tri des joueurs de cartes : insérer une nouvelle carte parmi celles déjà triées.

Hypothèse :

- ▶ Les éléments du tableau entre les indices 0 et $i-1$ sont triés entre eux.
Attention ce ne sont pas nécessairement les i plus petits éléments du tableau ce sont les i premiers d'origine triés entre eux.
- ▶ Les éléments de t d'indice supérieur ou égal à i n'ont jamais été observés.

On doit mettre $t[i]$ à sa place.

Tri insertion : légende

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	5	1	8	10	7	4	9	3	6

Sur les diapositives à suivre 2 tableaux sont dessinés il s'agit **du même tableau** avant/pendant/après le déroulement d'une étape de de l'algorithme. Le tri par insertion n'utilise pas de tableau annexe tout se fait dans le tableau d'origine.

Légende :



Vert : éléments déjà triés entre eux, ils ne sont peut-être pas à leur place définitive



Orange : élément que l'ont veut ajouter à la zone verte pour l'étendre

e



e est une variable nécessaire pour le déroulement de l'algorithme

Tri insertion : étape 1

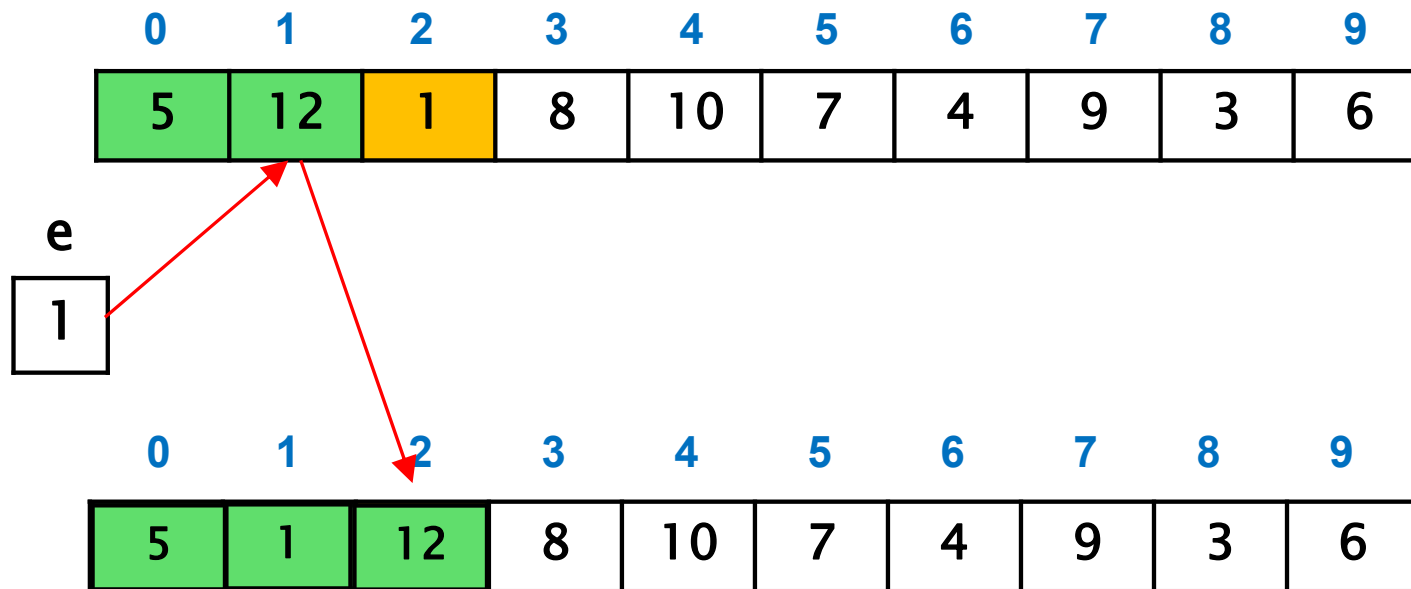
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	5	1	8	10	7	4	9	3	6

e
5

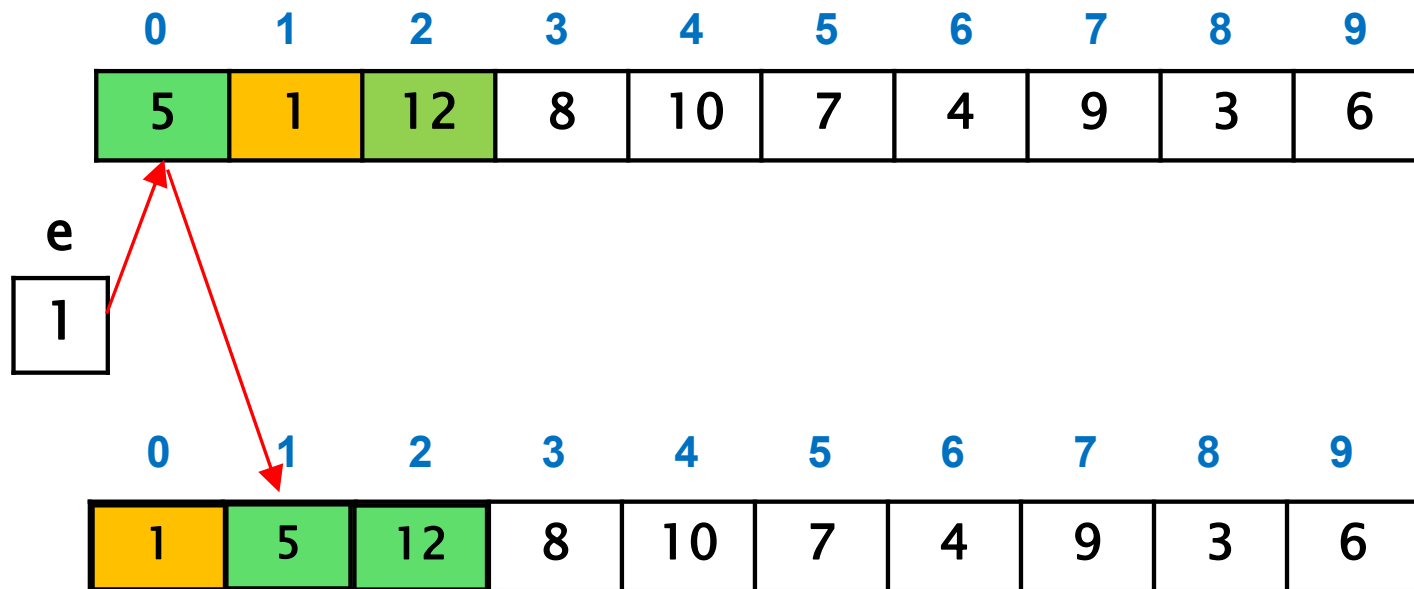
12 > 5 ? Oui donc décalage de 12 vers la droite
Placement de 5 en première place

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	12	1	8	10	7	4	9	3	6

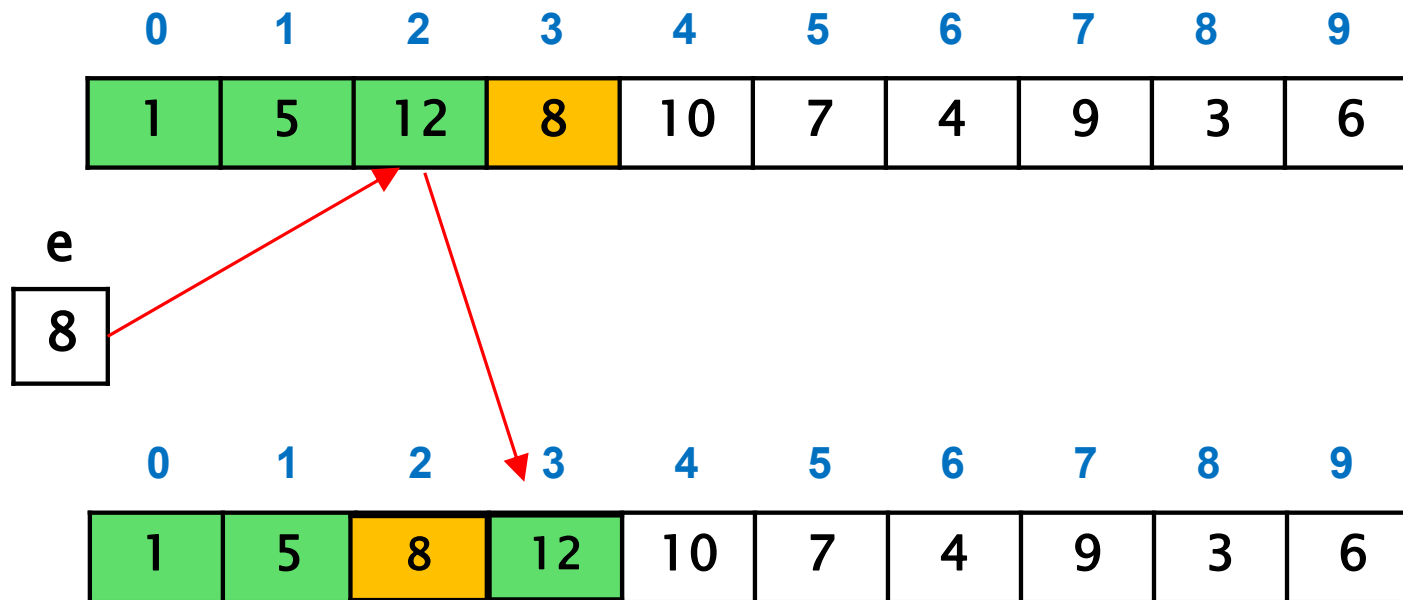
Tri insertion : étape 2



Tri insertion : étape 2

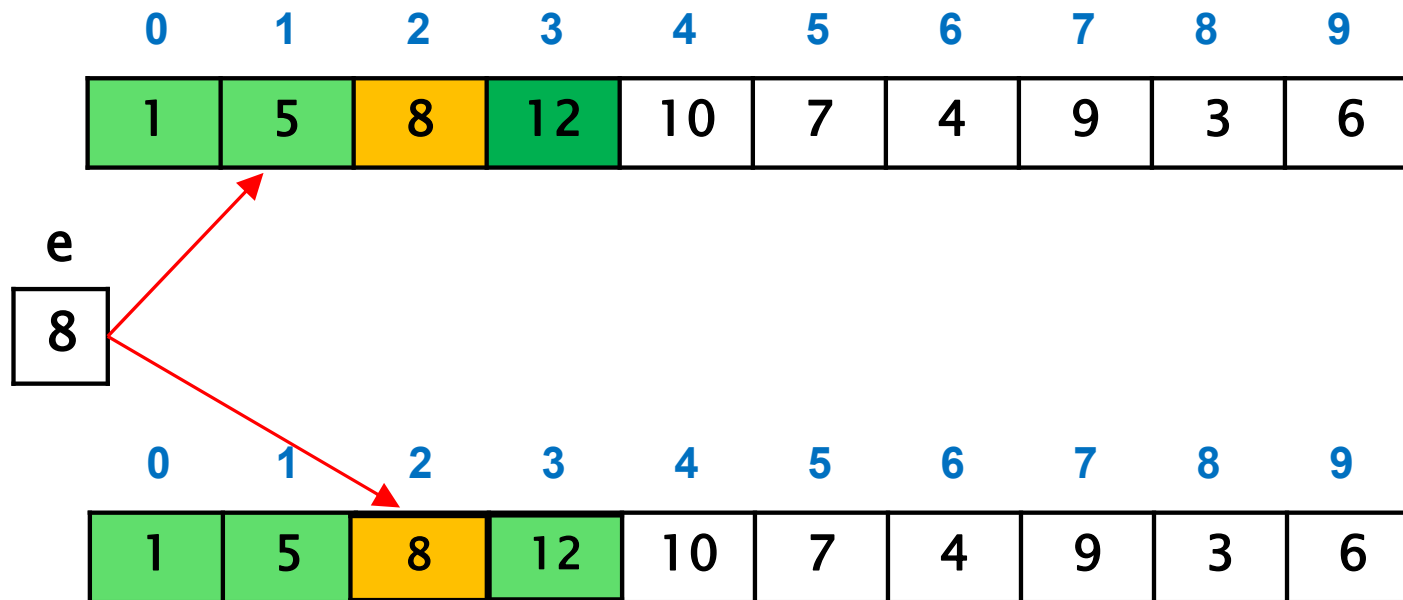


Tri insertion : : étape 3



...

Tri insertion : : étape 3



...

Tri Insertion

```
def triInsertion(t, n) :  
    for i in range(1,n) :  
        e=t[i]  
        j=i-1  
        while (j>=0 and t[j]>e) :  
            t[j+1]=t[j]  
            j=j-1  
        t[j+1]=e
```

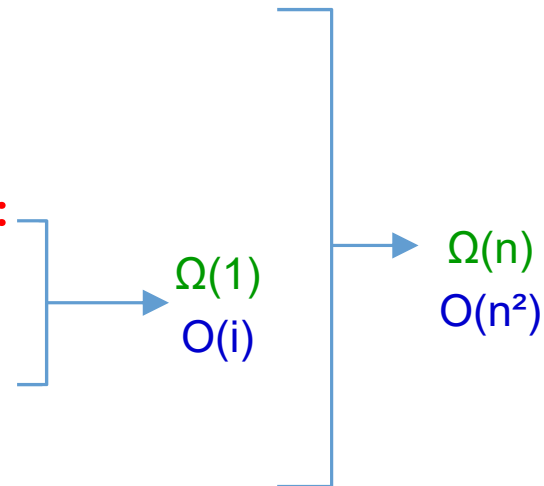
Complexité en temps au
mieux? **Au pire ?**

Complexité en mémoire ?

Stabilité ?

Tri Insertion

```
def triInsertion(t, n) :  
    for i in range(1,n) :  
        e=t[i]  
        j=i-1  
        while (j>=0 and t[j]>e) :  
            t[j+1]=t[j]  
            j=j-1  
        t[j+1]=e
```



Complexité en temps au
mieux? Au pire ? $\Omega(n)$ $O(n^2)$
Complexité en mémoire ? $\Theta(1)$
Stabilité ? Oui car test strict

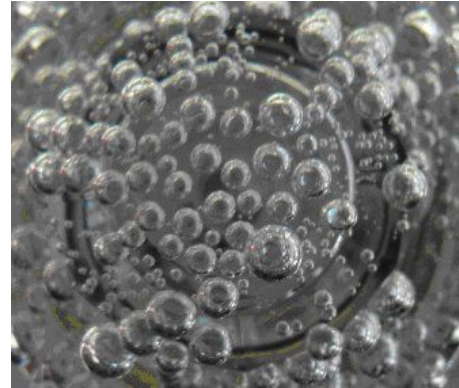
Tri insertion

Exemple : InsertSort

<https://www.youtube.com/user/AlgoRythmics/videos>

Tri à bulles

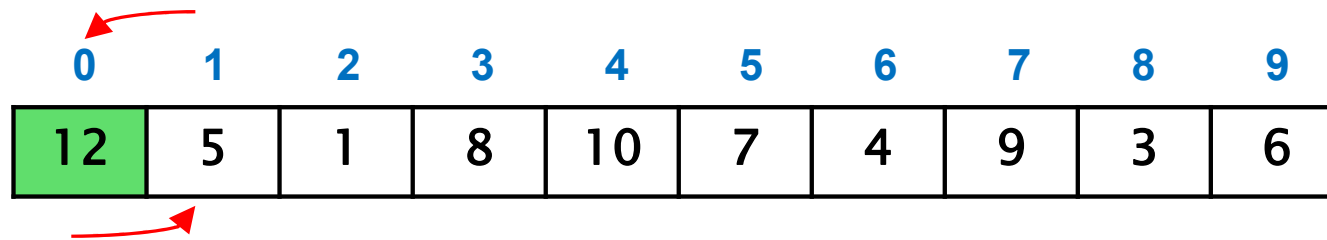
L'idée s'appuie sur le principe
Suivant : les bulles les plus grosses
remontent en premier dans
une boisson gazeuse.





Hypothèse de travail pour comprendre:

- ▶ Le tableau est trié définitivement entre les indices i et $n-1$.
- ▶ On échange deux à deux les éléments de t qui ne sont pas correctement ordonnés entre les indices 0 et $i-1$.

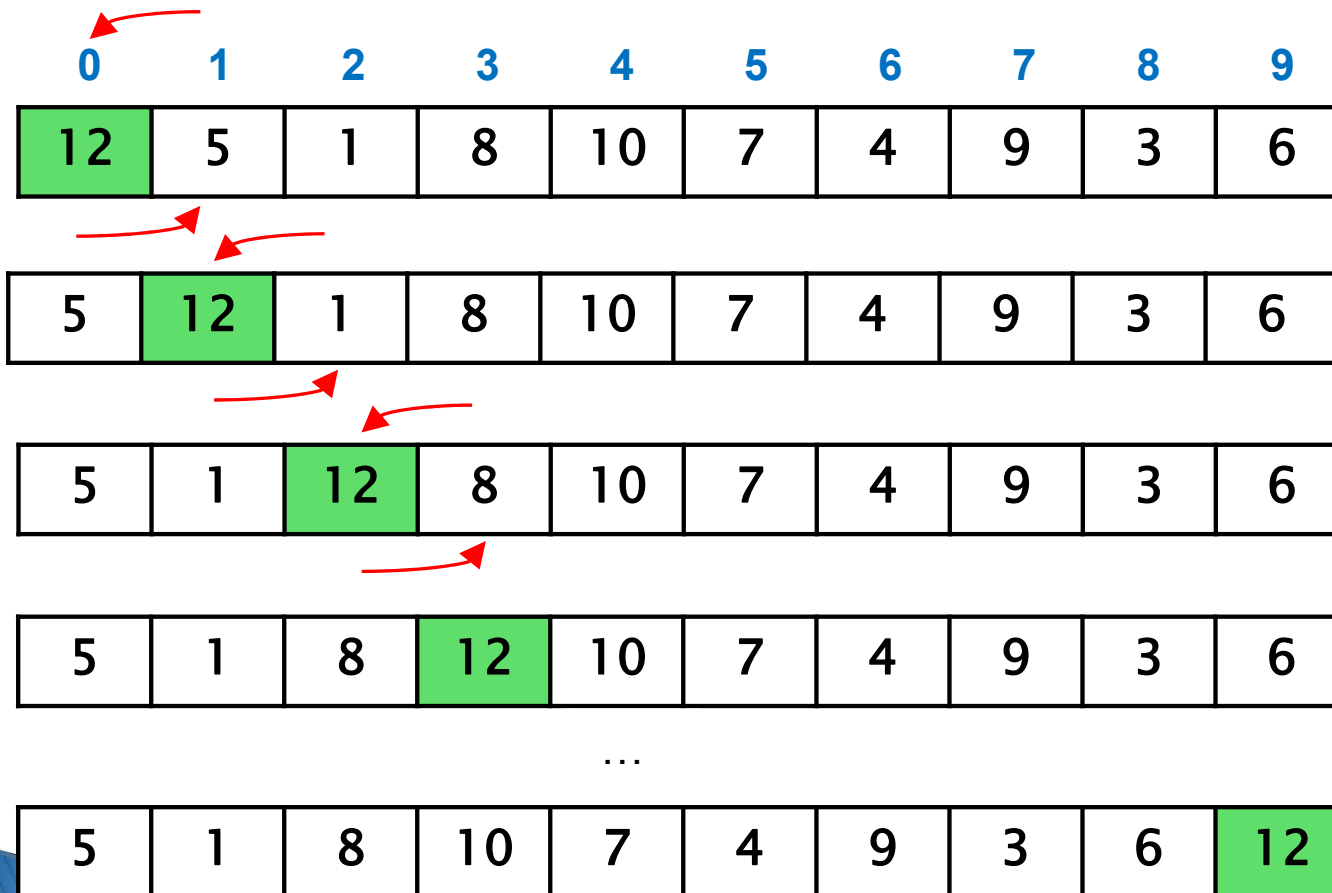
Tri à bulles : légende



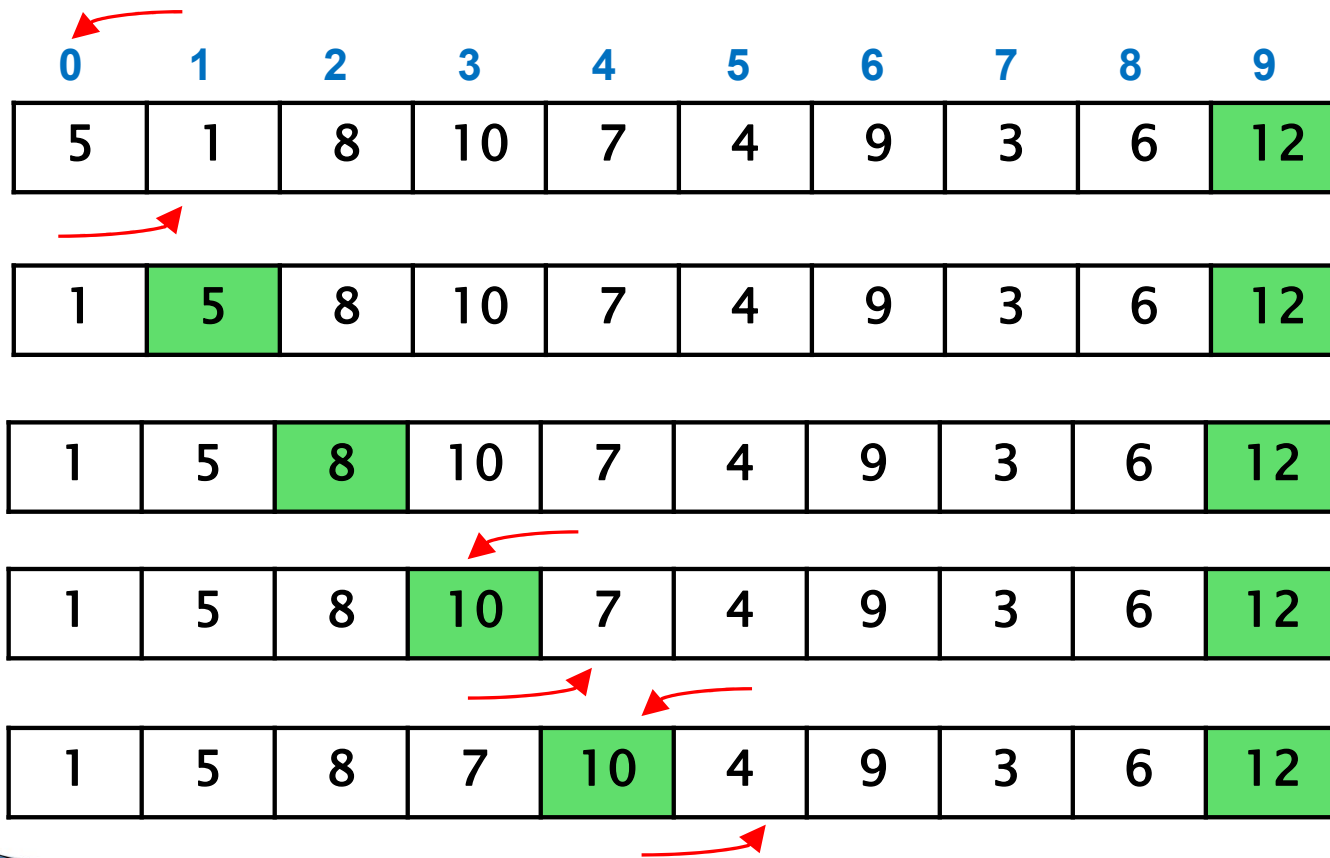
 L'élément dans la case verte représente la bulle qui se déplace vers la droite (remonte)

 Les flèches rouges représentent les éléments qui échangent leur position après une comparaison

Tri à bulles



Tri à bulles

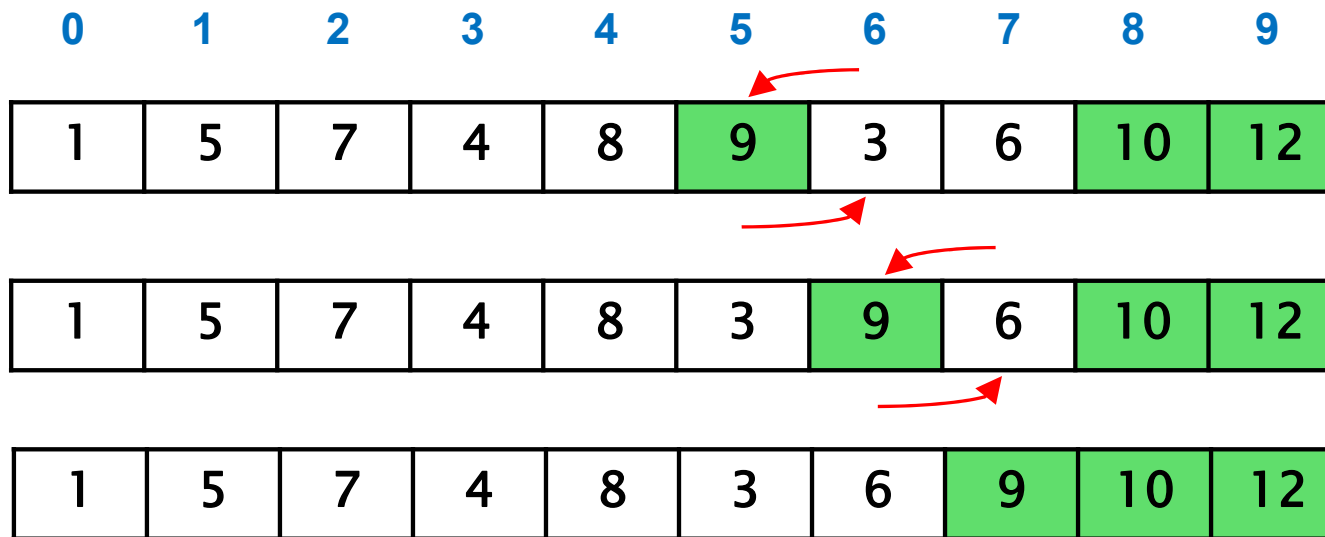


Tri à bulles



...

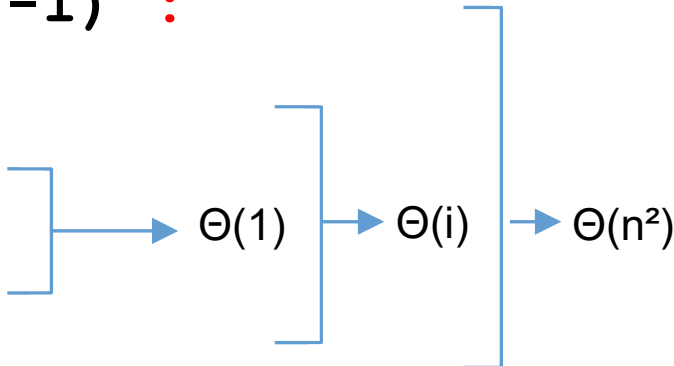
Tri à bulles



...

Tri à bulles

```
def triBulle(t,n) :  
  for i in range(n-1,0,-1) :  
    for j in range(i) :  
      if (t[j]>t[j+1]) :  
        echange(t,j,j+1)
```



The diagram illustrates the time complexity of the bubble sort algorithm. It shows a sequence of operations: $\Theta(1)$, $\Theta(i)$, and $\Theta(n^2)$. Blue brackets and arrows indicate that the $\Theta(1)$ complexity is associated with the innermost loop (the `if` and `echange` statements), $\Theta(i)$ is associated with the middle loop (the `for j` loop), and $\Theta(n^2)$ is associated with the outermost loop (the `for i` loop).

Complexité en temps ? $\Theta(n^2)$

Complexité en mémoire ? $\Theta(1)$

Stabilité ? **Oui car test strict**

Tri à bulles

Exemple :

<https://www.youtube.com/user/AlgoRythmics/videos>

Tris itératifs

Tri	Complexité en temps	Complexité mémoire	Stabilité
Sélection	$\Theta(n^2)$	$\Theta(1)$	non
Insertion	$\Omega(n)$ $O(n^2)$	$\Theta(1)$	oui
À bulles	$\Theta(n^2)$	$\Theta(1)$	oui

Question

- ▶ Trouver les 100 meilleurs notes en licence à l'université de Bordeaux en 2017 ?