

Fonction mystère

```
def mystere (t,n):  
    i=0  
    j= n-1  
    while(i < j):  
        if (t[i] == 0):  
            i= i+1  
        else :  
            echanger(t,i,j)  
            j= j-1
```

Que fait-elle en supposant que le tableau T ne contient que des 0 et des 1

Tri rapide

Fonction mystère

```
def mystere (t,n):  
    i=0  
    j= n-1  
    while(i < j):  
        if (t[i] == 0):  
            i= i+1  
        else :  
            echanger(t,i,j)  
            j= j-1
```

Que fait-elle en supposant que le tableau T ne contient que des 0 et des 1

Fonction mystère

```
def mystere (t,n):  
    i=0  
    j= n-1  
    while (i < j):  
        if (t[i] == 0):  
            i= i+1  
        else :  
            echanger (t,i,j)  
            j= j-1
```



1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fonction mystère

```
def mystere (t,n) :  
    i=0  
    j= n-1  
    while (i < j) :  
        if (t[i] == 0) :  
            i= i+1  
        else :  
            echanger (t, i, j)  
            j= j-1
```

Elle place les 0 au début du tableau et les 1 à la fin

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont **inférieurs** ou **supérieur et égaux** à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	1	5	3	6	2	8	4	1	7

19-20

311

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont **inférieurs** ou **supérieur et égaux** à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	6	8	4	5	7	5

019-20

312

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.



019-20

313

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

Que peut-on dire de x ?



019-20

314

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié



019-20

315

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

Combien de fois chaque élément de t est-il examiné ?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	8	6	5	7	5

019-20

316

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

Combien de fois chaque élément de t est-il examiné ?
une seule fois

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	8	6	5	7	5

019-20

317

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié

- 4. répéter 1, 2 et 3 sur chaque zone pour trier t récursivement

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	8	6	5	7	5

019-20

318

Fonction mystère

Idée :

- ▶ Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x .
- 1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe $i \in [0, n-1]$ tel que $t[i] == x$.
- 2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x .
- 3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié

- 4. répéter 1, 2 et 3 sur chaque zone pour trier t récursivement

Question :

Comment choisir x ?

$t[0]$ ou $t[n-1]$ ou heuristique

On appelle x le pivot



019-20

319

Exemple

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

5	3	9	2	7	4	1	6	5	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

5	3	9	2	7	4	1	6	5	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5	3	9	2	7	4	1	6	5	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

Exemple

p									
5	3	9	2	7	4	1	6	5	8
i									j

`t[i] >= t[p] donc echanger(t, i, j)`

Exemple

8	3	9	2	7	4	1	6	5	5
									p
i								j	

Exemple

8	3	9	2	7	4	1	6	5	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

`t[i] >= t[p] donc echanger(t, i, j)`

Exemple

5	3	9	2	7	4	1	6	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

Exemple

5	3	9	2	7	4	1	6	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

`t[i] >= t[p] donc echanger(t, i, j)`

Exemple

6	3	9	2	7	4	1	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

Exemple

6	3	9	2	7	4	1	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

i

j

$t[i] \geq t[p]$ donc `echanger(t, i, j)`

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

$t[i] < t[p]$ donc pas d'échange

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

i

j

$t[i] < t[p]$ donc pas d'échange

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

p

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

i

j

$t[i] \geq t[p]$ donc `echanger(t, i, j)`

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
		<i>i</i>		<i>j</i>					<i>p</i>

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i

j

$t[i] < t[p]$ donc pas d'échange

p

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

i j

p

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

i j

$t[i] < t[p]$ donc pas d'échange

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

j

i

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

j

i

`t[i] >= t[p] donc echanger(t, i, j)`

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

j i

p

Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

p

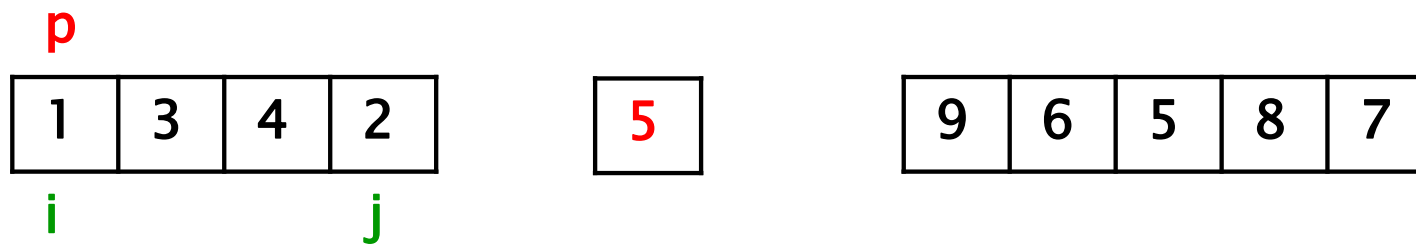
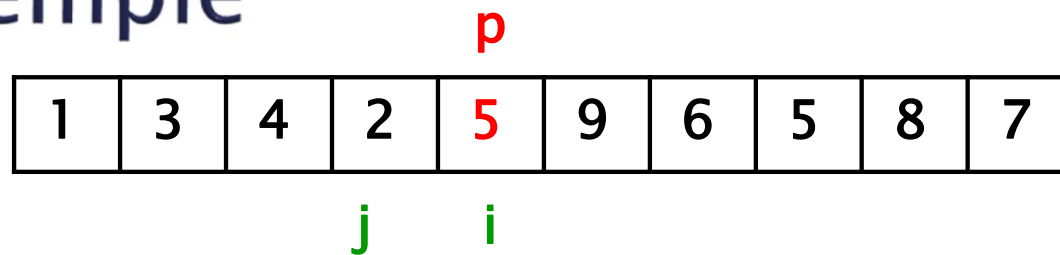
j i

$i > j$ donc placer $t[p]$ à la place de $t[i]$

Exemple

1	3	4	2	5	9	6	5	8	7
			j	i					
				p					

Exemple



...

Séparation autour du pivot

```
def separationPivot(t, n, d, f):  
    p = d  
    i = d  
    j = f  
    while(i <= j):  
        if (t[i] < t[p]):  
            i = i + 1  
        else :  
            echanger(t, i, j)  
            if (i == p):  
                p = j  
            else :  
                if (j == p):  
                    p = i  
            j = j - 1  
    echanger(t, i, p)  
    return (i)
```

En sortie le tableau t est réorganisé entre les indices d et f :

- $d \leq k < p$, $t[k] < t[p]$
- $p \leq k \leq f$, $t[k] \geq t[p]$
- t[p] est à sa place.
- Chaque élément a été examiné une seule fois
- Complexité en temps : $O(f-d)$
- Complexité espace : $O(1)$

Séparation autour du pivot

Il existe de nombreuses variantes de cette fonction :

- ▶ Heuristique pour le choix du pivot.
- ▶ Sans placement du pivot.
- ▶ Etc

Tri rapide

```
def triRapideRec(t, n, d, f):  
    if(d < f):  
        p = separationPivot(t, n, d, f)  
        triRapideRec(t, n, d, p-1)  
        triRapideRec(t, n, p+1, f)
```

```
def triRapide(t, n):  
    triRapideRec(t, n, 0, n-1)
```

- Complexité en temps : $\Omega(n \log_2(n))$ et $O(n^2)$
- Complexité en espace : $O(1)$
- Stabilité : non

Tris récursifs

Tri	Complexité en temps	Complexité espace	Stabilité
Fusion	$\Theta(n \log_2(n))$	$\Theta(\log_2(n))$ sur la pile $\Theta(n)$ en mémoire	Oui
Tri rapide	$\Omega(n \log_2(n))$ et $O(n^2)$	$\Theta(1)$	Non*

Tris rapide

La méthode pour choisir le pivot influence directement l'efficacité du tri rapide.

En moyenne le tri rapide est l'algorithme de tri le plus efficace.

Quicksort