Tri rapide

Fonction mystère

```
void mystere (int t[],int n){
  int i=0;
  int j= n-1;
  while(i < j){
    if (t[i] == 0)
      i= i+1;
    else {
    echanger(t,i,j);
    j= j-1;}
}
```

Que fait-elle en supposant que le tableau T ne contient que des 0 et des 1

Fonction mystère

```
void mystere (int t[],int n){
  int i=0;
  int j= n-1;
  while(i < j){
    if (t[i] == 0)
      i= i+1;
    else {
    echanger(t,i,j);
    j= j-1;}
}
```

1	0	0	1	1	1	0	1	1	0

Fonction mystère

```
void mystere (int t[],int n){
  int i=0;
  int j= n-1;
  while(i < j){
    if (t[i] == 0)
      i= i+1;
    else {
    echanger(t,i,j);
    j= j-1;}
}
```

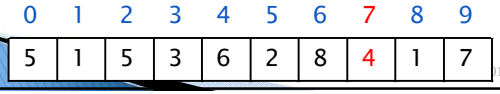
Elle place les 0 au début du tableau et les 1 à la fin

Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur et égaux à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.

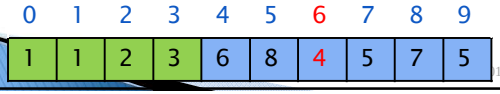


Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur et égaux à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.

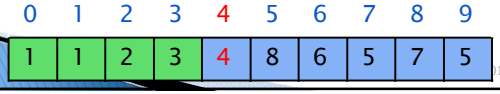


Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.



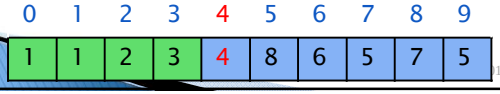
Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

Que peut-on dire de x ?



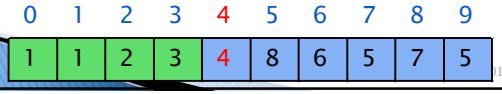
Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié



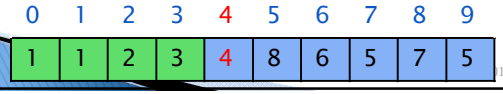
Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

Combien de fois chaque élément de t est-il examiné ?



Fonction mystère

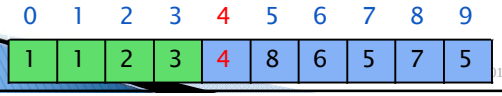
Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

Combien de fois chaque élément de t est-il examiné ?

une seule fois



Fonction mystère

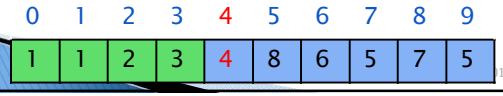
Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié

4. répéter 1, 2 et 3 sur chaque zone pour trier t récursivement



Fonction mystère

Idée :

- Utiliser la fonction `mystere` pour séparer les éléments d'un tableau selon qu'ils sont inférieurs ou supérieur à une valeur x.

1. Choisir x parmi les éléments de t : donc il existe i ∈[0,n-1] tel que t[i]==x.
2. Séparer les éléments de t en 2 zones par rapport à x.
3. Placer x entre les 2 zones.

x est à la place qu'il occupera dans le tableau trié

4. répéter 1, 2 et 3 sur chaque zone pour trier t récursivement

Question :

Comment choisir x ?

t[0] ou t[n-1] ou heuristique

On appelle x le pivot

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	8	6	5	7	5

Tri rapide

Exemple :
https://www.youtube.com/user/AlgoRythmics/videos

Exemple

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3	9	2	7	4	1	6	5	8

p

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3	9	2	7	4	1	6	5	8

5	3	9	2	7	4	1	6	5	8

i j

Exemple

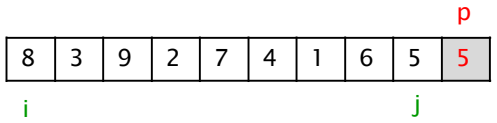
p

5	3	9	2	7	4	1	6	5	8

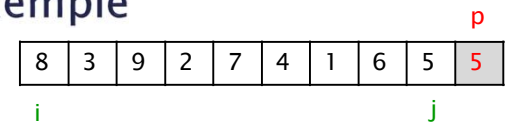
i j

```
t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)
```

Exemple

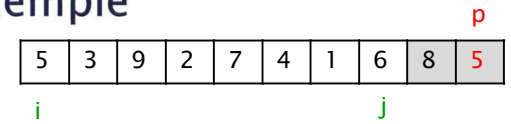


Exemple

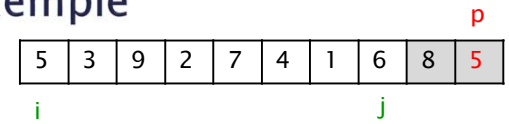



```
t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)
```


Exemple

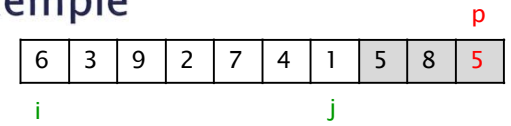


Exemple

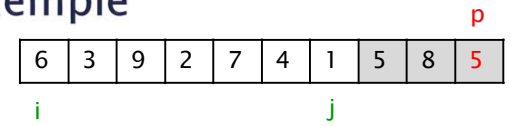



```
t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)
```

Exemple

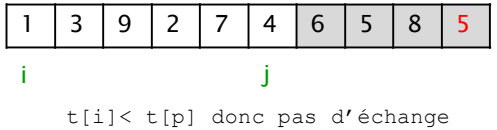


Exemple



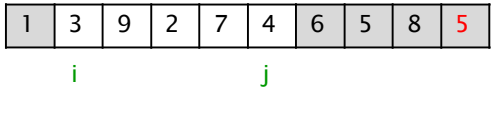

```
t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)
```


Exemple




```
t[i]< t[p] donc pas d'échange
```


Exemple



Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5

p

i j

t[i]< t[p] donc pas d'échange

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5

p

i j

Exemple

1	3	9	2	7	4	6	5	8	5

p

i j

t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)

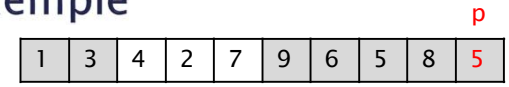
Exemple

1	3	4	2	7	9	6	5	8	5

p

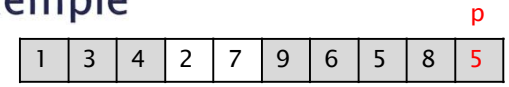
i j

Exemple

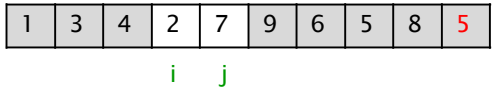


t[i]< t[p] donc pas d'échange

Exemple

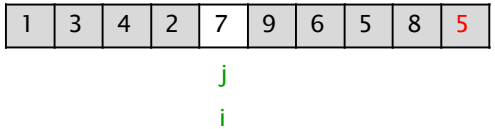


Exemple

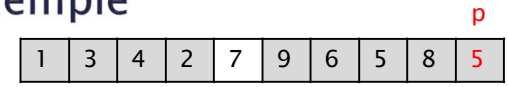


t[i]< t[p] donc pas d'échange

Exemple

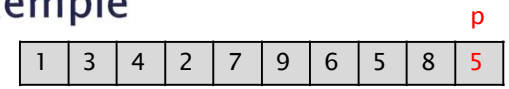


Exemple

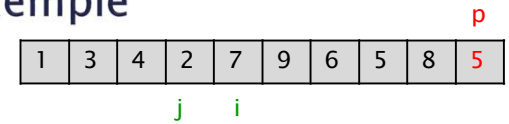


t[i]>=t[p] donc echanger(t,i,j)

Exemple

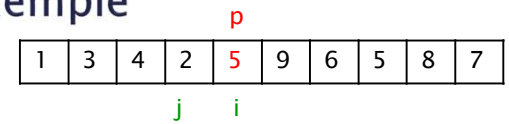


Exemple

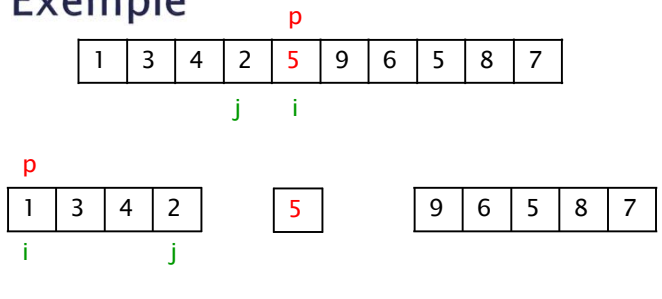


i>j donc placer t[p] à la place de t[i]

Exemple



Exemple



Séparation autour du pivot

```
int separationPivot(int t[],int n, int d, int f) {
  int p = d;
  int i = d;
  int j = f;
  while(i<=j){
    if (t[i]<t[p])
      i=i+1;
    else {
      echanger(t,i,j);
      if (i==p)
        p=j;
     else {
      if (j==p)
        p=i;}
      j=j-1;}
  }
  echanger (t, i, p);
  return (p);
}
```

En sortie le tableau t est réorganisé entre les indices d et f :

- d<=k<p, t[k]<t[p]
- p<=k<=f, t[k]>=t[p]
- t[p] est à sa place.
- Chaque élément a été examiné une seule fois
- Complexité en temps : O(f-d)
- Complexité espace : O(1)

Séparation autour du pivot

Il existe de nombreuses variantes de cette fonction :

- Heuristique pour le choix du pivot.
- Sans placement du pivot.
- Etc

Tri rapide

```
void
triRapideRec(int t[], int n, int d, int f){
  int p;
  if(d<f){
    p=separationPivot(t,n,d,f);
    triRapideRec(t,n,d,p-1);
    triRapideRec(t,n,p+1,f);
  }
}

void triRapide(int t[], int n){
  triRapideRec(t,n,0,n-1);
}
```

- Complexité en temps : $\Omega(n\log_2(n))$ et $O(n^2)$
- Complexité en espace : O(1)
- Stabilité : non

Tris récursifs

Tri	Complexité en temps	Complexité espace	Stabilité
Fusion	$\Theta(n\log_2(n))$	$\Theta(\log_2(n))$ sur la pile $\Theta(n)$ en mémoire	Oui
Tri rapide	$\Omega(n\log_2(n))$ et $O(n^2)$	$\Theta(1)$	Non*

Tris rapide

La méthode pour choisir le pivot influence directement l'efficacité du tri rapide.

En moyenne le tri rapide est l'algorithme de tri le plus efficace.

Quicksort