



ANNEE UNIVERSITAIRE 2007/2008
2^{ème} SESSION D'AUTOMNE

Parcours : MISMI UE : MS1102 Epreuve : Informatique
Date : juin 2008 Durée : 1h30
Documents : Photocopies du cours et notes manuscrites autorisés
Epreuve de : C. Blanc, C. Pannier, G. Melançon, M. Zeitoun



Répondez directement sur le sujet. Insérez ensuite votre réponse dans une copie d'examen comportant tous les renseignements administratifs.

Cette épreuve comporte 5 exercices et un aide-mémoire.

Indiquez votre numéro d'**anonymat** :

Rappel : un graphe *complet* signifie que chaque sommet du graphe est relié à chaque autre sommet par exactement une arête.

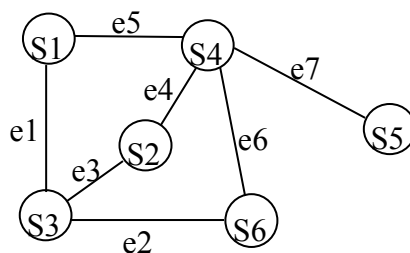
Exercice 1 :

Répondre par Vrai ou Faux en cochant la case correspondante. Barème : +0,5 pour une réponse juste, -0,5 pour une réponse fautive, 0 pour une absence de réponse.

V | F

| Si un graphe de n sommets n'a ni boucle, ni arête multiple, alors les degrés de ses sommets sont compris entre 0 et $n-1$.

| Dans le graphe ci-dessous, $S_1, e_1, S_3, e_3, S_2, e_4, S_4, e_7, S_5$ est une chaîne simple entre S_1 et S_5 .



| Si on ajoute une arête à un graphe connexe, il reste connexe.
| Si un graphe est 2-coloriable alors c'est un arbre.
| Il n'existe pas de graphe dont tous les sommets sont de degré 3.
| Si un graphe admet un cycle Eulérien, alors toutes les chaînes Eulériennes de ce graphe sont des cycles.

| Tout graphe simple avec n sommets et $n(n-1)/2$ arêtes est un graphe complet.

| Tout graphe dont tous les cycles sont de longueur 3 est 3-coloriable.

Exercice 2 :

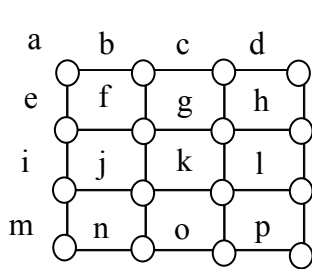
1. Le graphe G1 ci-dessous est-il 2-coloriable ? Si oui, le colorier. Sinon, justifier.

2. Le graphe G1 est-il Eulérien ? Si oui, décrire une chaîne Eulérienne en donnant la liste des sommets. Sinon, justifier.

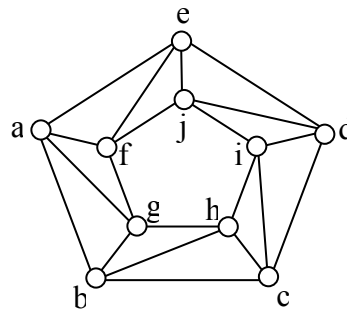
3. Répondre aux questions que 1 et 2 pour le graphe G2 ci-dessous

2-coloriable :

Eulérien :



G1



G2

Exercice 3 :

1. Expliquer pourquoi dans un graphe Eulérien toutes les chaînes Eulériennes ont la même longueur.

2. On considère K_7 , le graphe complet à 7 sommets. Quel est le degré de chaque sommet?

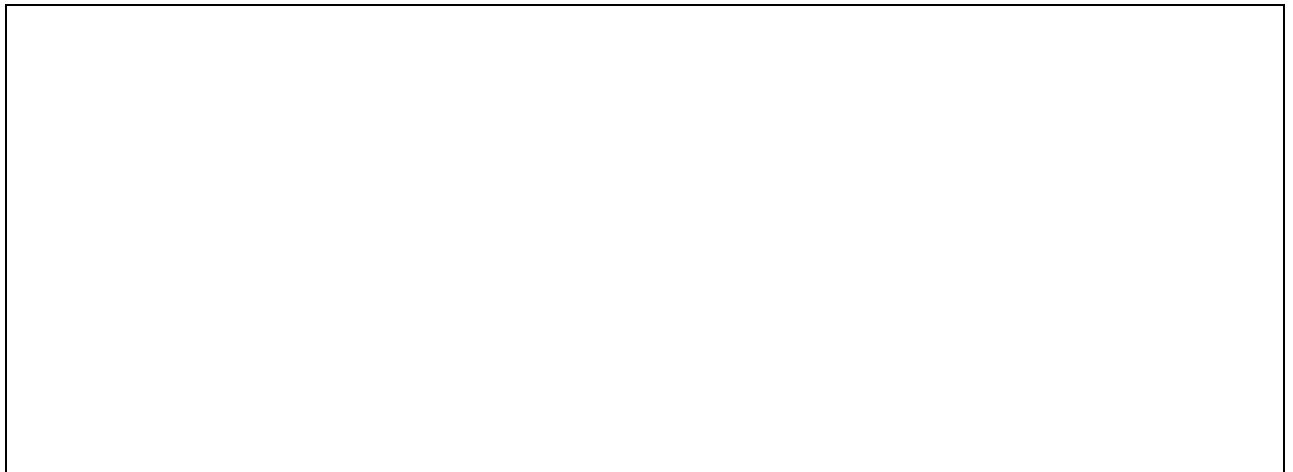
3. Justifier que K_7 est Eulérien.

4. Quelle est la longueur commune de tous les cycles Eulériens?

Exercice 4 :

Une école doit faire passer des tests écrits à 4 élèves : Adrien, Sophie, Charlotte et Matthieu. Sept disciplines sont concernées : les mathématiques (M), la physique (P), la biologie (B), le français (F), l'anglais (A), l'espagnol (E) et l'histoire (H).
Adrien doit passer les mathématiques, la physique, l'anglais et l'histoire.
Sophie doit passer les mathématiques, la biologie et le français.
Charlotte doit passer les mathématiques, l'anglais et l'espagnol.
Matthieu doit passer la physique, le français et l'histoire.

1. Représenter par un graphe les tests qui ne pourront pas avoir lieu en même temps.



2. En exprimant le problème en termes de coloration de graphe indiquer quel est le nombre minimal de plages horaires à prévoir.



Aide mémoire fourni pour l'examen : fonctions de manipulation de graphes

Fonction et arguments	Fonctionnalité
<code>nom_graphe(G)</code>	Retourne le nom du graphe G.
<code>nb_sommets(G)</code>	Retourne le nombre de sommets du graphe G.
<code>liste_sommets(G)</code>	Retourne la liste des sommets du graphe G.
<code>chercher_sommet(G, nom)</code>	Retourne le sommet de G qui s'appelle nom, ou None (qui signifie «aucun») s'il n'y a aucun sommet avec ce nom.
<code>nom_sommet(s)</code>	Retourne le nom du sommet s.
<code>degre(s)</code>	Retourne le degré du sommet s.
<code>liste_voisins(s)</code>	Retourne la liste des voisins du sommet s.
<code>marquer_sommet(s)</code>	Marque le sommet s.
<code>demarquer_sommet(s)</code>	Démarque le sommet s.
<code>est_marque(s)</code>	Retourne True si le sommet s est marqué, False sinon.
<code>colorier(s, c)</code>	Colorie le sommet s avec la couleur c. Les noms de couleurs sont des chaînes de caractères, en anglais. Les couleurs disponibles sont les suivantes : "red", "green", "blue", "orange", "cyan", "magenta", "yellow", "white".
<code>couleur(s)</code>	Retourne la couleur du sommet s.
<code>sommet(G, i)</code>	Retourne le sommet numéro i du graphe G, où i est un entier compris entre 0 et <code>nb_sommets(G)-1</code> .
<code>voisin(s, i)</code>	Autour d'un sommet s, les brins d'arêtes sont numérotés de 0 à <code>degre(s)-1</code> . La fonction retourne le sommet obtenu à partir de s en suivant l'arête numéro i, avec cette numérotation.

Exercice 5 :

1. Ecrire une fonction `nb_voisins_meme_couleur(s)` qui renvoie le nombre de sommets voisins de `s` qui sont de la même couleur que `s`.

2-a. Ecrire une fonction `meme_degre(G, d)` qui renvoie `True` si tous les sommets du graphe `G` ont le même degré `d`, et `False` sinon.

2-b. En utilisant la fonction précédente écrire une fonction `est_complet(G)` qui renvoie `True` si un graphe simple `G` est complet, et `False` sinon.

Exercice 6 :

1. Faire tourner la fonction ci-dessous pour $n = 4$, puis pour $n = 6$, et donner sa valeur retour dans chaque cas.

```
def mystere(n):  
    for i in range(1,n):  
        if i*i == n:  
            return True  
    return False
```

n	4				
i					
Valeur retour					

n	6				
i					
Valeur retour					

2. Que retourne la fonction `mystere` dans le cas général ?

3. Expliquer pourquoi la fonction `mystere_bis` ci-dessous ne retourne pas la même chose que la fonction `mystere`.

Que retourne-t-elle dans le cas général ?

```
def mystere_bis(n):  
    for i in range(1,n):  
        if i*i == n:  
            return True  
    else:  
        return False
```