

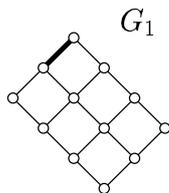
Indiquez votre numéro d'anonymat : No :

Rappel : La longueur d'une chaîne $s_1, e_1, s_2, \dots, e_k, s_{k+1}$ est le nombre d'arêtes qui la compose, ici l'entier k . La chaîne est simple si $|\{e_1, \dots, e_k\}| = k > 0$. Un cycle est une chaîne où le premier et le dernier sommet sont identiques.

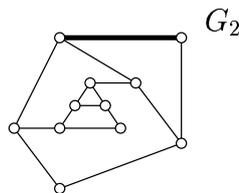
Question 1. Cocher les affirmations qui sont correctes :

- Tout graphe Eulérien possède un nombre pair de sommets impairs.
- Tout graphe connexe possède un cycle passant par tous les sommets.
- Tout graphe G avec $|E(G)| \geq 3|V(G)|$ est forcément connexe.
- Il existe des graphes où tous les cycles de longueur ≥ 1 passent deux fois par la même arête.
- La longueur du plus long cycle d'un graphe est toujours inférieure ou égale au nombre d'arêtes.
- Un graphe G avec $|V(G)| > 1$ et $|E(G)| < |V(G)|$ ne peut pas être connexe.
- Le graphe P_1 de la question 2 ci-dessous est Eulérien.
- Pour tout graphe, la somme des degrés des sommets pairs plus la somme des degrés des sommets impairs est un entier pair.

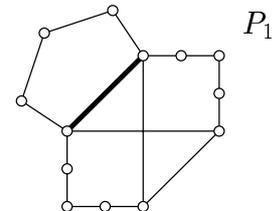
Question 2. Dessiner et indiquer la longueur trouvée sur les figures ci-dessous d'un cycle **simple** de plus grande longueur contenant l'arête en gras pour les graphes G_1 et G_2 ; et de plus petite longueur contenant l'arête en gras pour le graphe P_1 .



Longueur :
(le plus long)



Longueur :
(le plus long)



Longueur :
(le moins long)

Question 3. Expliquer le plus simplement possible (par exemple en donnant une fonction très simple équivalente) ce que retourne la fonction U ci-dessous en fonction de l'entier naturel n . (Pour vous aider, pensez à calculer les premières valeurs de $U(n)$).

```
def U(n):
    s = n*n
    for i in range(n):
        s = s + i*i
    return s%2
```

Explications :

T.S.V.P. →

Question 4. Un graphe magic d'ordre t est un graphe possédant 1 sommet de degré 1, 2 sommets de degré 2, 3 sommets de degré 3, 4 sommets de degré 4, ... et enfin t sommets de degré t .

a) Donner en fonction de t le nombre de sommets et le nombre d'arêtes d'un graphe magic d'ordre t .

Nombre de sommets :

Nombre d'arêtes :

b) Justifier, en deux phrases maximum, pourquoi il ne peut exister de graphe magic d'ordre 1,2 et 5 ?

c) Existe-t-il un graphe magic d'ordre 3 ? Si oui, dessinez en un. Si non, justifiez en quelques phrases.

Dessin ou justification :

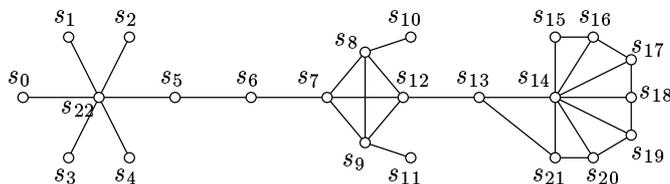
Question 5. On considère le programme suivant que l'on applique sur un graphe G . On suppose qu'avant d'appliquer le programme, tous les sommets de G sont non marqués.

```

for i range (NB_NODES(G)):
    s = NODE(G, i)
    degre = NB_EDGES(s)
    MARK_NODE(s)
    j = 0
    while j < degre and NODE_MARKED(s):
        e = EDGE(s, j)
        voisin = FOLLOW_EDGE(s, e)
        if NODE_MARKED(voisin):
            UNMARK_NODE(s)
        j = j+1

```

Appliquer cet algorithme sur le graphe suivant en indiquant les sommets qui sont marqués à la fin de l'agorithme avec la convention : sommet non marqués = sommet blanc, sommet marqué = sommet noir ou de couleur.



Exprimer la complexité de ce programme en fonction du nombre de sommets, noté n , et du nombre d'arêtes, noté m , de G .

Complexité :

FIN.