

PARCOURS / ETAPE : Master Informatique

Code UE : 4TIN703EX

Epreuve : Analyse, Classification, Indexation des données.

Date : 15/12/2016 Heure : 14h30 Durée : 1h30

Documents : non autorisés

Epreuve de Mr : Domenger

### Approche Bayésienne (7 points)

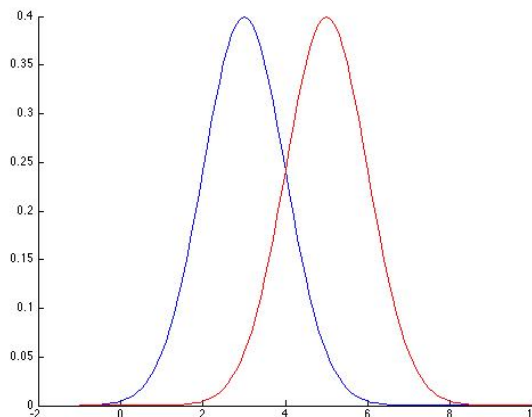
On note  $P(x \in C_i)$  la probabilité qu'un échantillon  $x$  appartienne à la classe  $C_i$ . On note  $P(x = f | C_i)$  la probabilité que l'échantillon  $x$  soit égal à  $f$  sachant que  $x$  appartient à la classe  $C_i$ , on note  $P(x \in C_i | x = f)$  la probabilité que l'échantillon  $x$  appartienne à la classe sachant que  $x$  est égal à  $f$ .

- Donner les principales lignes de l'approche Bayésienne, quelles sont les connaissances ou hypothèses nécessaires à sa mise en œuvre ?
- Détailler la règle majoritaire (maximum a priori), la règle du maximum de vraisemblance, la règle de maximum a posteriori ?
- Dans le cas à 2 classes, comment s'exprime l'erreur de classification ?

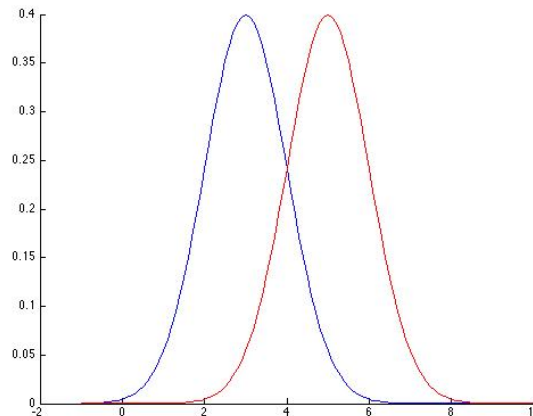
On considère deux classes définies par respectivement  $P(x = f | C_1) = \mathcal{N}(3, 1)$  et  $P(x \in C_1) = 0,7$  et  $P(x = f | C_2) = \mathcal{N}(5, 1)$  et  $P(x \in C_2) = 0,3$  où  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  représente une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$ .

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

- Ecrire le résultat produit par le **classifieur basé sur le maximum a priori**.
- Pour le **classifieur du maximum de vraisemblance**, expliquer comment dans ce cas précis on peut choisir les seuils de décision en résolvant une équation ? En vous inspirant, de la figure suivante, positionner le seuil de décision et hachurer la surface correspondant à l'erreur de classification.



- Pour le **classifieur du maximum à postériori**, expliquer comment dans ce cas précis on peut choisir les seuils de décision en résolvant une équation ? En vous inspirant, de la figure suivante, positionner le seuil de décision de ce classifieur. Expliquer le changement de position par rapport à seuil du maximum de vraisemblance.



### Perceptron (7 points)

Une classe d'apprentissage C1 est représentée par les éléments suivants :

$$\{ C11 = (1,5) ; C13 = (3,3) ; \}$$

Une classe d'apprentissage C2 est représentée par les éléments suivants :

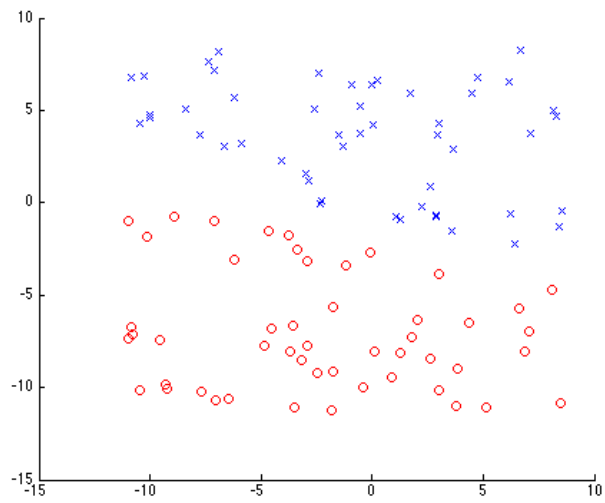
$$\{ C21=(2,1) ; C22 = (3,2) ; \}$$

- Expliquer et formaliser la méthode du perceptron sur ces données (équation, propriété de la solution dans le cas d'un problème linéairement séparable, augmentation en dimension des données et modification en fonction de l'appartenance à la classe).
- Faire tourner l'algorithme jusqu'à convergence, on calculera le gradient en utilisant l'ensemble de tous les mal classés.
- A quelle classe appartiendra le point  $C = (3,2)$ .

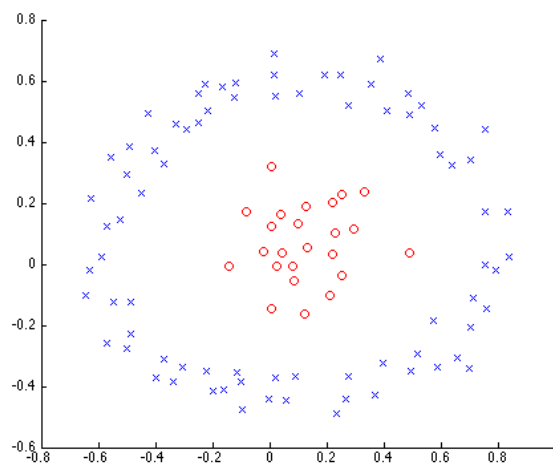
### Cours (6 points)

1. Dans le cadre d'un séparateur linéaire, expliquer la différence entre ces deux fonctions à minimiser  $J(W) = \|YW - b\|^2$  et  $J(W,b) = \|YW - b\|^2$
2. Donner pour chacune des deux fonctions précédentes un schéma de calcul permettant de résoudre ce problème de minimisation.
3. Pour le SVM, donnez la fonction  $J$  à optimiser. Expliquer comment le SVM permet de traiter des problèmes non linéairement séparable dans l'espace initial des paramètres. Dans ce cas, quelle est la propriété que doit vérifier le noyau d'un SVM ?.

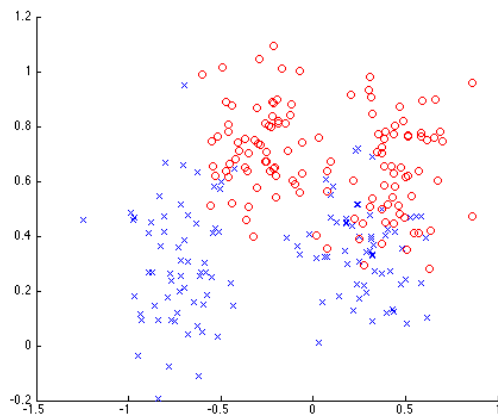
4. Pour chacune des images suivantes, expliquer et justifier les techniques de classification qui sont utilisables sur les échantillons présentés et aussi celles qui ne le sont pas.



ECHANTILLON 1



ECHANTILLON 2



ECHANTILLON 3

FIN