

PARCOURS / ETAPE : Master Informatique

Code UE : 4TIN703EX

Epreuve : Analyse, Classification, Indexation des données.

Date : 13/12/2019 Heure : 9h Durée : 1h30

Documents : non autorisés

Epreuve de Mr : Domenger

Masters

Approche Bayésienne (4 points)

On note $P(x \in C_i)$ la probabilité qu'un échantillon x appartienne à la classe C_i . On note $P(x = f | C_i)$ la probabilité que l'échantillon x soit égal à f sachant que x appartient à la classe C_i . On note $P(x \in C_i | x = f)$ la probabilité que l'échantillon x appartienne à la classe C_i sachant que x est égal à f .

- Donner les principales lignes de l'approche Bayésienne, quelles sont les connaissances ou hypothèses nécessaires à sa mise en œuvre ?
- Pour un problème à deux classe C_1 et C_2 , détailler la règle majoritaire (maximum à priori), la règle du maximum de vraisemblance, la règle de maximum à postériori.

Perceptron (8 points)

1. Donnez la propriété d'un problème séparable linéairement à deux classes.
2. Dans le cas du perceptron, décrire et expliquer les transformations (augmentation en dimension des données et modification en fonction de l'appartenance à la classe) à réaliser. Comment se traduit alors la propriété d'un problème linéairement séparable après ces deux transformations ?
3. Donner l'expression de la fonction $J(a)$ à optimiser dans le cas du perceptron ainsi que sa dérivée. Le vecteur a définit l'hyperplan de séparation.

Une classe d'apprentissage C_1 est représentée par les éléments suivants :

$$\{ C_{11} = (1,2) ; C_{12} = (3,3) ; \}$$

Une classe d'apprentissage C_2 est représentée par les éléments suivants :

$$\{ C_{21} = (1,0) ; C_{22} = (6,1) ; C_{23} = (7,4) ; \}$$

4. Sur cet exemple, faire tourner l'algorithme du Perceptron jusqu'à convergence. Le vecteur a sera initialisé à la valeur $[3 ; 0 ; 6]$ et le gradient sera modifié en fonction de l'ensemble **de tous les mal classés**.
5. En fonction du a calculé à la question précédente, à quelle classe appartiendra le point $C = (5,3)$?
6. On considère que le point $C_{13} = (7,2)$ appartient maintenant à la classe C_1 . Est-ce que ce point est bien classé par la solution obtenue précédemment. Le problème est-il encore linéairement séparable après l'ajout du point C_{13} ? Dans ce cas, quel est le résultat produit par l'algorithme du Perceptron ? Proposez une adaptation de l'algorithme afin d'obtenir une solution.

SVM (4 points)

1. Pour le SVM, détailler son principe en vous aidant d'un schéma. Donner la fonction J à optimiser.
2. Après transformation de la fonction J à optimiser (la transformation n'est pas demandée) comment sont caractérisés les « support vectors ». Soient $g(x) = W^t x + w_0$ l'équation caractéristique de l'hyperplan de séparation, donnez l'expression des valeurs de W et de w_0 .
3. Expliquer comment le SVM permet de traiter des problèmes non linéairement séparables dans l'espace initial des paramètres. Dans ce cas, quelle est la propriété que doit vérifier le noyau d'un SVM ? En supposant que l'hyperplan trouvé dans l'espace augmenté s'exprime comme $W^t x + w_0$, quelle est l'expression de la fonction de séparation dans l'espace initial des paramètres.

Réduction en dimension (4 points)

1. Comment se formalise la réduction en dimension permettant de passer d'un espace \mathbb{R}^n à un espace \mathbb{R}^m avec $n > m$?
2. Présenter l'approche en composante principale (ACP) et l'approche en composante discriminantes (ACI).
3. Expliquer les différences entre les deux approches précédentes, vous pouvez illustrer votre discours avec une figure.

FIN