

Examen MAFSD
25 Janvier 2005
Durée 1h30
(Notes de cours autorisés)

Questions (compréhension du cours) :

A/ Quelles sont les différences entre les modèles de communications synchrone et asynchrone dans un systèmes distribué ?

Quelles sont les conséquences sur la conception d'algorithmes distribués ?

Vous pouvez illustrer à laide d'un exemple.

B/ Expliquer brièvement l'utilisation des procédures probabilistes pour implémenter des calculs locaux ?

Quel est l'intérêt d'utiliser des procédures probabilistes dans un environnement distribué ?

Exercice I

On considère un graphe connexe avec des identités sur les sommets, i.e. chaque sommet possède une identité unique (un numéro entre 1 et n avec n le nombre de sommets).

On associe à chaque sommet et à chaque arête une étiquette. Initialement l'étiquette d'une arête est un entier 0. L'étiquette d'un sommet d'identité i est un couple d'entiers (i, k) , où k est un entier initialement égal à i . Les étiquettes sont réécrites en utilisant la règle suivante :

Si deux sommets adjacents u et v ont les étiquettes (i, k) et (i', k') alors k reçoit la valeur de k' si k' est strictement inférieur k . L'étiquette de l'arête (u, v) reçoit également la valeur k' .

1/ Dérouler l'exécution de cette règle sur un exemple (une grille 3 lignes, 4 colonnes).

2/ Quel est le résultat de l'algorithme codé par cette règle ?

3/ Donner un algorithme un algorithme distribué par envoi de messages qui effectue le calcul des étiquettes des sommets et des arêtes ? Calculer la complexité (en nombre de messages) de cet algorithme.

4/ Donner un système de réécriture d'étiquettes qui code l'algorithme précédent. Donner une preuve de la correction de cet algorithme.

5/ Est-ce que l'algorithme précédent détecte localement la terminaison globale ? Justifier votre réponse ?

Exercice II

Dans Visidia, l'implémentation des calculs locaux se fait en utilisant les trois procédures probabilistes vues en cours : la procédure *RendezVous()* qui permet de synchroniser deux sommets voisins, la procédure *LE1()* qui permet d'élire un sommet v dans une boule de rayon l et de centre v , et la procédure *LE2()* qui permet d'élire un sommet v dans une boule de rayon 2 et de centre v .

Cependant, il arrive que, pour implémenter quelques classes particulières d'algorithmes distribués, les sommets du graphe soient amenés à choisir une des trois procédures décrites ci-dessus. Ainsi, un sommet v choisit d'appliquer soit la procédure *RendezVous()* avec une probabilité p , soit la procédure *LE1()* avec une probabilité q soit la procédure *LE2()* avec une probabilité r .

1/ Quelle condition doivent vérifier p, q , et r pour que l'énoncé de l'exercice soit correct ?

2/ Quelles valeurs doit-on donner à p , q et r pour implémenter un algorithme ne nécessitant que la procédure *RendezVous()*.

Dans la suite, on s'intéresse à la généralisation des procédures *LE1()* et *LE2()*. Chaque sommet v tire un nombre aléatoire $rand(v)$, v est alors localement k -élu si $rand(v)$ est strictement supérieur à $rand(w)$ pour tout sommet w dans la boule de centre v et de rayon k .

3/ Calculer la probabilité qu'un sommet v soit localement k -élu.

4/ En déduire l'espérance mathématique du temps d'attente de v pour qu'il soit localement k -élu.

5/ Calculer l'espérance mathématique du nombre de sommets localement k -élus dans un graphe $G=(V,E)$.

6/ Donner un minorant de cette espérance en fonction du degré maximum Δ et du diamètre D du graphe.