Université Bordeaux I
U.F.R. Mathématiques et Informatique

Master Informatique 2^{eme} année
Année 2003-2004

Mardi 27 janvier 2004, 16 heures - 17 heures 30
Tous documents autorisés.

Formalismes de Description de Systèmes
Alain Griffault

Nom : Prénom :

Avertissement

Les deux parties sont indépendantes. Dans la seconde partie, les questions 2.1, ..., 2.10 sont indépendantes mais *progressives* ; et les questions 2.11, 2.12, 2.13 sont indépendantes.

1 Modélisation de systèmes

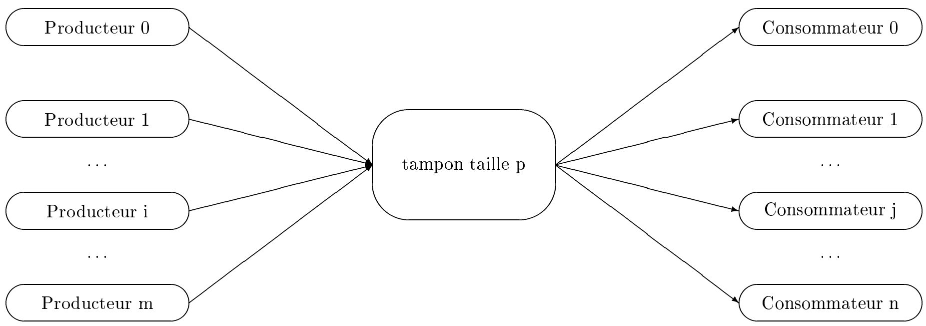

FIG. 1 – Producteurs-Consommateurs avec un tampon borné

Question 1.1 (5 points) *Donnez une description du système de la figure 1 dans un des formalismes vu en cours (systèmes de transition, automates à contrainte, réseau de Petri, Esterel, Electre, Promela, CSP, CCS).*

Question 1.2 (1 point) *Expliquez vos abstractions et justifiez votre choix de formalisme.*

2 Transformations de modèles

L'objectif de cet exercice est de montrer les liens entre les systèmes de transition à contrainte et les réseaux de Petri.

Définition 1 (Un système de transition à contrainte) *est un triplet :*
- *un ensemble de variables $\vec{s}$ sur des domaines D_{s_i},*
- *un ensemble d'événements E,*
- *un ensemble de transitions :*

$$G(\vec{s}) \quad \xrightarrow{e} \quad \vec{s} := \sigma(\vec{s})$$

$G(\vec{s})$ est un(e) garde (c-à-d une expression booléenne) et $e \in E$,
Un événement e est tirable si la garde associée est vraie, et si le franchissement est possible. Le franchissement consiste à effectuer les affectations décrite dans $\sigma(\vec{s})$. Le franchissement est impossible ssi une des variables reçoit une valeur en dehors de son domaine.

Définition 2 (Un réseau de Petri) *est composé de :*
- *un ensemble de places $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$* **fini**
- *un ensemble de transition $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$* **fini**
- *deux applications*

$$\begin{aligned} Pre: \quad & P \times T \rightarrow \quad \{0,1\} \\ Post: \quad & P \times T \rightarrow \quad \{0,1\} \end{aligned}$$

$Pre(p_i, t_j) = 1$ ssi P_i est une place en entrée de T_j ; et $Post(p_i, t_j) = 1$ ssi P_i est une place en sortie de T_j.
- *un marquage initial : une application $M_0 : P \rightarrow N$ qui représente le nombre de jetons présents dans chaque place initialement.*

Une transition t_i est franchissable ssi chacune des places en entrée comporte au moins un jeton. Le franchissement consiste à décrémenter d'une unité toutes les places en entrée et à incrémenter d'une unité toutes les places en sortie.

Propriété 1 *Les matrices d'incidences $W^- = \begin{pmatrix} & \ldots & \\ \ldots & Pre(p_i, t_j) & \ldots \\ & \ldots & \end{pmatrix}$ et $W^+ = \begin{pmatrix} & \ldots & \\ \ldots & Post(p_i, t_j) & \ldots \\ & \ldots & \end{pmatrix}$ et une matrice $M_0 = (p_{1_0}, \ldots, p_{m_0})$ représentent exactement un réseau de Petri et son marquage initial.*

Définition 3 (Un réseau de Petri pur) *est un réseau de Petri pour lequel* $\forall p_i, \forall t_j, (Pre(p_i, t_j) = 1 \& Post(p_i, t_j) = 1) = false$

Question 2.1 (2 points) *En utilisant la notation de votre choix (algorithme, programme C, programme Java), décrivez la fonctionnalité prenant en entrée un* **réseau de Petri pur** *donné sous la forme du triplet de matrice* (W^-, W^+, M_0)*, et fournissant en sortie un systèmes de transition à contrainte (liste des variables, liste des événements, liste des transitions, liste des valeurs initiales) équivalent.*

Définition 4 (Un système de transition à contrainte très simple) *est un triplet :*
- *un ensemble de variables* $\vec{s}$ *sur* N*,*
- *un ensemble d'événements* E*,*
- *un ensemble de transitions :*

$$True \quad \xrightarrow{e} \quad \vec{s} := \sigma(\vec{s})$$

où $\sigma(\vec{s})$ *est restreint aux opérations* $\{s_i := s_i + 1, s_i := s_i, s_i := s_i - 1\}$.

Question 2.2 (1 point) *Soit un système de transition à contrainte très simple (déf 4), donnez les applications Pre et Post d'un réseau de Petri pur équivalent.*

Question 2.3 (1 point) *Indiquez les modifications (si nécessaire) à apporter à votre solution à la question 2.1, afin d'avoir en entrée un* **réseau de Petri** *donné sous la forme du triplet de matrice* (W^-, W^+, M_0)*, et toujours en sortie un système de transition à contrainte équivalent.*

Question 2.4 (1 point) *Donnez la définition d'une sous-classe de systèmes de transition à contrainte pour laquelle la conversion vers un réseau de Petri est directe.*

Définition 5 (Un réseau de Petri généralisé) *est un réseau de Petri dans lequel les deux applications*

$$\begin{aligned} Pre: \quad & P \times T \rightarrow \quad N \\ Post: \quad & P \times T \rightarrow \quad N \end{aligned}$$

spécifient que le franchissement d'une transition peut consommer plusieurs jetons dans les places en entrée, et déposer plusieurs jetons dans les places en sortie.

Question 2.5 (1,5 point) *Indiquez les modifications (si nécessaire) à apporter à votre solution à la question 2.1, afin d'avoir en entrée un* **réseau de Petri généralisé** *donné sous la forme du triplet de matrice* (W^-, W^+, M_0)*, et toujours en sortie un système de transition à contrainte équivalent.*

Question 2.6 (1,5 point) *Donnez la définition d'une sous-classe de systèmes de transition à contrainte pour laquelle la conversion vers un réseau de Petri généralisé est directe.*

Définition 6 (Un réseau de Petri généralisé avec arcs inhibiteurs) *est un réseau de Petri généralisé auquel on ajoute l'application*

$$ArcInh: \quad P \times T \rightarrow \quad \{false, true\}$$

qui énumère les arcs inhibiteurs. Le franchissement d'une transition t_j *est alors possible ssi, d'une part* t_j *est franchissable dans le réseau de Petri généralisé ; d'autre part si pour toutes les places telles que* $ArcInh(p_i, t_j) = true$*, le nombre de jeton est zéro.*

Question 2.7 (1,5 point) *Indiquez les modifications (si nécessaire) à apporter à votre solution à la question 2.1, afin d'avoir en entrée un* **réseau de Petri généralisé avec arcs inhibiteurs** *donné sous la forme du quadruplet de matrice* $(W^-, W^+, M_0, ArcInh)$*, et toujours en sortie un système de transition à contrainte équivalent.*

Question 2.8 (1,5 point) *Donnez la définition d'une sous-classe de systèmes de transition à contrainte pour laquelle la conversion vers un réseau de Petri généralisé avec arcs inhibiteurs est directe.*

Définition 7 (Un réseau de Petri généralisé avec arcs testeurs) *est un réseau de Petri généralisé auquel on ajoute l'application*

$$ArcTest : \quad P \times N \times T \rightarrow \quad \{true, false\}$$

qui décrit les arcs testeurs. Le franchissement d'une transition t_j *est alors possible ssi, d'une part* t_j *est franchissable dans le réseau de Petri généralisé ; d'autre part pour le marquage courant* M*, pour toutes les places* p_i*, on a* $ArcTest(p_i, M(p_i), t_j) = true$*.*

Question 2.9 (1,5 point) *Indiquez les modifications (si nécessaire) à apporter à votre solution à la question 2.1, afin d'avoir en entrée un* **réseau de Petri généralisé avec arcs testeurs** *donné sous la forme du quadruplet* $(W^-, W^+, M_0, ArcTest)$*, et toujours en sortie un système de transition à contrainte équivalent.*

Question 2.10 (1,5 point) *Donnez la définition d'une sous-classe de systèmes de transition à contrainte pour laquelle la conversion vers un réseau de Petri généralisé avec arcs testeurs est directe.*

Question 2.11 (1 point) *Soit le système de transition à contrainte :*

```
variable   s : N;
evenement  a;
transition
  true |- a -> s++;
  true |- a -> s--;
```

Expliquez pourquoi vous ne pouvez pas traduire directement ce système vers un réseau de Petri ?

Question 2.12 (1 point) *Soit le système de transition à contrainte :*

```
variable  s1, s2 : N;
evenement a;
transition
  s1<3 | s2 >5  |- a -> s1++, s2--;
```

Expliquez pourquoi vous ne pouvez pas traduire directement ce système vers un réseau de Petri ?

Question 2.13 (1 point) *Soit le système de transition à contrainte :*

```
System A
variable  s : N;
evenement a, b;
transition :
  true  |- a -> s++;
  true  |- b -> s--;

System B
  sous-systeme A1, A2 de type A
  sync <A1.b, A2.b>;
```

Dessinez les réseaux de Petri des systèmes `A` *et* `B`*.*