Correction de l'exercice 1

Question 1.1 *Rappels :*

null(X) : *les non-terminaux qui engendrent le mot vide.*

premier(X) : *les terminaux qui commencent les chaines dérivées de X.*

suivant(X) : *les terminaux qui apparaissent à droite de X.*

Non terminaux	$Null(X)$
$S_0 \Rightarrow S\ m$	$Faux$
$S \Rightarrow UV$	$Vrai$
$T \Rightarrow \epsilon$	$Vrai$
$U \Rightarrow \epsilon$	$Vrai$
$V \Rightarrow V'$	$Vrai$
$U' \Rightarrow \epsilon$	$Vrai$
$V' \Rightarrow \epsilon$	$Vrai$

	$premier(X) : P(X)$		$suivant(X) : S(X)$	
S_0	$P(S) \cup \{m\}$	$\{a, d, c, x, m\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
S	$\{a\} \cup P(U) \cup P(V)$	$\{a, d, c, x\}$	$\{m\}$	$\{m\}$
T	$\{c\}$	$\{c\}$	$\{b\}$	$\{b\}$
U	$\{d\}$	$\{d\}$	$P(V) \cup S(S) \cup P(V') \cup S(T)$	$\{b, c, x, m\}$
V	$\{c\} \cup P(V')$	$\{c, x\}$	$S(S)$	$\{m\}$
U'	$\{x\}$	$\{x\}$	$P(U) \cup S(U)$	$\{b, c, d, x, m\}$
V'	$\{x\}$	$\{x\}$	$S(T) \cup P(V) \cup S(V)$	$\{b, c, x, m\}$

Question 1.2 *Rappel :*
$LL(1) \Longleftrightarrow \forall X, X \longrightarrow \alpha|\beta \Rightarrow premier(\alpha suivant(X)) \cap premier(\beta suivant(X)) = \emptyset$

$$\begin{array}{r}
S : premier(aTbS\ suivant(S)) \cap premier(UV\ suivant(S)) = \{a\} \cap \{d, c, x, m\} = \emptyset \\
T : premier(cUV'\ suivant(T)) \cap premier(\epsilon\ suivant(T)) = \{c\} \cap \{b\} = \emptyset \\
U : premier(dU'U\ suivant(U)) \cap premier(\epsilon\ suivant(U)) = \{d\} \cap \{b, c, d, x, m\} = \emptyset \\
V : premier(cV'V\ suivant(V)) \cap premier(V'\ \ suivant(V)) = \{c\} \cap \{x, m\} = \emptyset \\
U' : premier(xU'\ suivant(U')) \cap premier(\epsilon\ \ suivant(U')) = \{x\} \cap \{b, c, d, x, m\} = \{x\} \\
V' : premier(xV'\ suivant(V')) \cap premier(\epsilon\ \ suivant(V')) = \{x\} \cap \{b, c, x, m\} = \{x\}
\end{array}$$

La grammaire n'est donc pas $LL(1)$.

Correction de l'exercice 2

Question 2.1 *Automate fini $\Rightarrow$ Automate fini déterministe.*
Puis on applique la construction suivante :

1. *À l'état initial q_0, on associe le non-terminal initial S_{q_0}.*
2. *À chaque état q_i, on associe le non-terminal S_{q_i}.*
3. *Puis au choix, soit la construction avec ϵ*
   - *Aux transitions (q_i, a, q_j), on associe les règles $S_{q_i} \rightarrow a\ S_{q_j}$.*
   - *Pour chaque état terminal q, on ajoute les règles $S_q \rightarrow \epsilon$.*

   soit la construction sans ϵ (possible si l'état initial n'est pas terminal)
   - *Aux transitions (q_i, a, q_j), avec q_j non terminal, on associe les règles $S_{q_i} \rightarrow a\ S_{q_j}$.*
   - *Aux transitions (q_i, a, q_j), avec q_j terminal, on associe les règles $S_{q_i} \rightarrow a\ S_{q_j} \mid a$.*

$$\left.\begin{array}{lcl} \textit{automate déterministe} & \Rightarrow & \textit{grammaire non ambigüe} \\ \textit{algorithme de construction} & \Rightarrow & \textit{aucune récursivité à gauche} \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{LL(1)}$$

Question 2.2 *Le langage reconnu par la grammaire :*

$$\begin{array}{rcl} S_0 & \Rightarrow & S\ m \\ & \overset{*}{\Rightarrow} & S\ (aa+ba)^*\ m \\ & \Rightarrow & c\ T\ (aa+ba)^*\ m \\ & \overset{*}{\Rightarrow} & c\ (a+d)^*\ T\ (aa+ba)^*\ m \\ & \Rightarrow & c\ (a+d)^*\ a\ U\ (aa+ba)^*\ m \\ & \overset{*}{\Rightarrow} & c\ (a+d)^*\ a\ b^+\ (aa+ba)^*\ m \end{array}$$

Un automate non déterministe reconnaissant le langage.

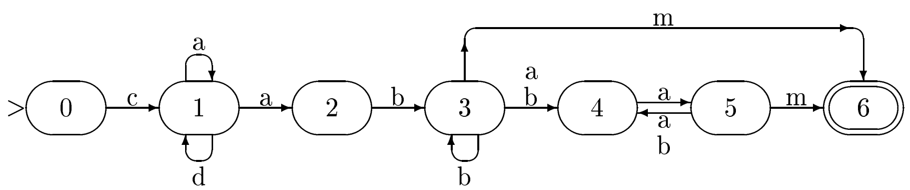

Figure 1: Automate reconnaissant $c\ (a+d)^*\ a\ b^+\ (aa+ba)^*\ m$

On construit l'automate déterministe.

	a	b	c	d	m
$\{0\}$			$\{1\}$		
$\{1\}$	$\{1,2\}$		$\{1\}$		
$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{3\}$		$\{1\}$	
$\{3\}$	$\{4\}$	$\{3,4\}$			$\{6\}$
$\{4\}$	$\{5\}$				
$\{3,4\}$	$\{4,5\}$	$\{3,4\}$			$\{6\}$
$\{5\}$	$\{4\}$	$\{4\}$			$\{6\}$
$\{4,5\}$	$\{4,5\}$	$\{4\}$			$\{6\}$

Un automate déterministe reconnaissant le langage.

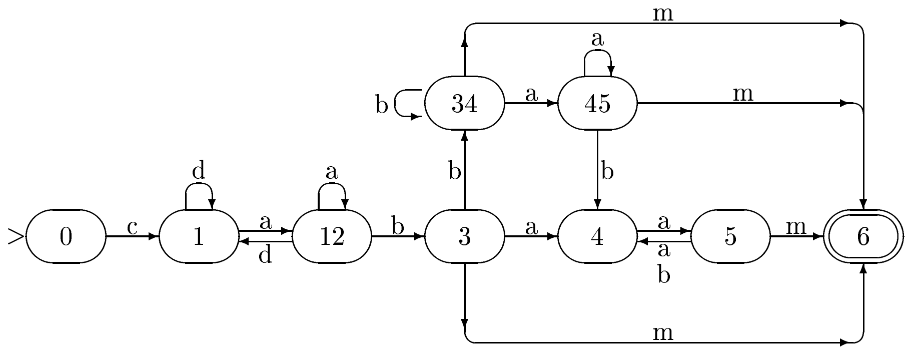

Figure 2: Automate reconnaissant $c\ (a+d)^*\ a\ b^+\ (aa+ba)^*\ m$

On obtient la grammaire LL(1) reconnaissant le même langage.

$$
\begin{array}{lcl}
S_0 & \rightarrow & c\ S_1 \\
S_1 & \rightarrow & a\ S_{12} \mid d\ S_1 \\
S_{12} & \rightarrow & a\ S_{12} \mid b\ S_3 \mid d\ S_1 \\
S_3 & \rightarrow & a\ S_4 \mid b\ S_{34} \mid m \\
S_4 & \rightarrow & a\ S_5 \\
S_{34} & \rightarrow & a\ S_{45} \mid b\ S_{34} \mid m \\
S_5 & \rightarrow & a\ S_4 \mid b\ S_4 \mid m \\
S_{45} & \rightarrow & a\ S_{45} \mid b\ S_4 \mid m
\end{array}
$$

Correction de l'exercice 3

Question 3.1

$$T : premier(xT \ suivant(T)) \cap premier(\epsilon \ suivant(T)) = \{x\} \cap \{y, a, b\} = \emptyset$$
$$U : premier(yU \ suivant(U)) \cap premier(\epsilon \ suivant(U)) = \{y\} \cap \{a, b\} = \emptyset$$
$$S : premier(aSb \ suivant(S)) \cap premier(TU \ suivant(S)) = \{a\} \cap \{x, y, a, b\} = \{a\} \neq \emptyset$$

La grammaire n'est donc pas $LL(1)$.

Directement : *Soient les mots cac et cabac. Bien que le contexte soit le même (c lu), le premier a génère dans le premier cas $S \to TU$, et dans le second $S \to aSb$. La grammaire n'est donc pas $LL(1)$.*

Question 3.2 *Les tables d'analyse :*

	c	x	y	b	a
So	$S \to cSac$				
S		$S \to TU$	$S \to TU$	$S \to TU$	$S \to TU$ $S \to aSb$
T		$T \to xT$	$T \to \epsilon$	$T \to \epsilon$	$T \to \epsilon$
U			$U \to yU$	$U \to \epsilon$	$U \to \epsilon$

La case $(S,\ a)$ avec conflit est développée avec des mots de longueur 2.

	ac	ax	ay	ab	aa
S	$S \to TU$	$S \to aSb$	$S \to aSb$	$S \to aSb$	$S \to aSb$

La grammaire est donc $LL(2)$.