Correction de l'exercice 1

Question 1 : *Calcul des R_i définis par :*

$$\begin{cases} R_0 &= \{f/\exists u \in C, uf \in C\} \\ R_i &= \{f/\exists u \in R_{i-1}, uf \in C\} \cup \{f/\exists u \in C, uf \in R_{i-1}\} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C &= \{001, 101, 00101, 0110, 1101, 1001, 00111\} \\ R_0 &= \{01, 11\} \\ R_1 &= \{10, 01\} \cup \{\} \\ R_2 &= \{1, 01, 10\} \cup \{\} \\ R_3 &= \{01, 101, 001, 10, 1\} \cup \{\} \end{aligned}$$

Cette application ne définit pas un code car : $R_3 \cap C = \{001, 101\}$.
Une preuve directe : (qui utilise la construction précédente).
$\phi^{-1}(001\ 01\ 10\ 1\ 001) = \{adf, cba\}$ *et* $\phi^{-1}(001\ 01\ 10\ 1\ 101) = \{ade, cbb\}$

Question 2 :

$$\begin{aligned} C &= \{001, 1010, 001010, 0110, 1101, 1001, 111\} \\ R_0 &= \{010\} \\ R_1 &= \{\} \cup \{\} \\ R_i &= \emptyset \textit{ pour } i > 0 \end{aligned}$$

Cette application définit un code car : $\forall i, R_i \cap C = \emptyset$.
Le code est à delai borné car : $\forall i > 1, R_i = \emptyset$.

Question 3 :

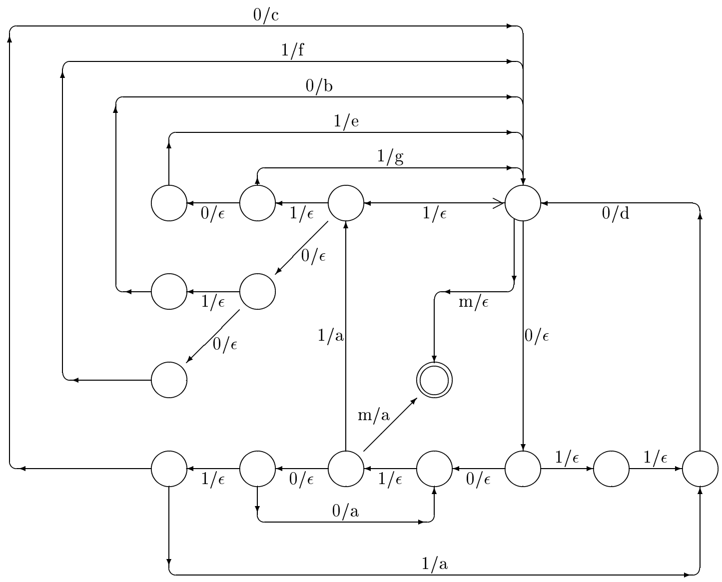

Figure 1: automate avec sortie pour décoder ϕ

Question 4 : *Un programme lex possible pour decoder ϕ.*

```
%option noyywrap
%{
%}

%%

001/(011|00|1|m) {printf("a");}
1010             {printf("b");}
001010           {printf("c");}
0110             {printf("d");}
1101             {printf("e");}
1001             {printf("f");}
111              {printf("g");}
m                {printf("\n");return;}
.                {printf("Error");}

%%

main()
{
  yylex();
}
```

Correction de l'exercice 2

Question 2.1 *Rappels :*

null(X) : *les non-terminaux qui engendrent le mot vide.*

premier(X) : *les terminaux qui commencent les chaines dérivées de X.*

suivant(X) : *les terminaux qui apparaissent à droite de X.*

Non terminaux	$Null(X)$
$S_0 \Rightarrow aS\ m$	$Faux$
$S \Rightarrow TU$	$Vrai$
$T \Rightarrow aTb\|\epsilon$	$Vrai$
$U \Rightarrow b\|\epsilon$	$Vrai$

	$premier(X) : P(X)$		$suivant(X) : S(X)$	
S_0	$\{a\}$	$\{a\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
S	$P(T) \cup P(U)$	$\{a, b\}$	$\{m\}$	$\{m\}$
T	$\{a\}$	$\{a\}$	$P(U) \cup S(S) \cup \{b\}$	$\{b, m\}$
U	$\{b\}$	$\{b\}$	$S(S)$	$\{m\}$

Question 2.2 *Rappel :*
$LL(1) \Longleftrightarrow \forall X, X \longrightarrow \alpha|\beta \Rightarrow premier(\alpha suivant(X)) \cap premier(\beta suivant(X)) = \emptyset$

$$T : premier(aTb\ suivant(T)) \cap premier(\epsilon\ suivant(T)) = \{a\} \cap \{b, m\} = \emptyset$$
$$U : premier(b\ suivant(U)) \cap premier(\epsilon\ suivant(U)) = \{b\} \cap \{m\} = \emptyset$$

La grammaire est donc $LL(1)$.

Question 2.3 *La table d'analyse :*

	a	b	m
So	$S \to aSm$		
S	$S \to TU$	$S \to TU$	$S \to TU$
T	$T \to aTb$	$T \to \epsilon$	$T \to \epsilon$
U		$U \to b$	$U \to \epsilon$

Question 2.4 *Le langage engendré :*

$$\begin{array}{lcl} S_0 & \Rightarrow & a\ S\ m \\ & \Rightarrow & a\ T\ U\ m \\ & \overset{*}{\Rightarrow} & a\ (a\ T\ b)^*\ U\ m \\ & \Rightarrow & a\ (a\ b)^*\ U\ m \\ & \Rightarrow & a\ (a\ b)^*\ b\ m \cup a\ (a\ b)^*\ m \\ & \Rightarrow & \{a^{n+1}b^{n+1}m, n \geq 0\} \cup \{a^{n+1}b^n m, n \geq 0\} \\ & \Rightarrow & \{a^n b^n m, n \geq 1\} \cup \{a^{n+1}b^n m, n \geq 0\} \end{array}$$

Question 2.5 *Une grammaire LL(1) reconnaissant le langage.*

$$\{a^n b^n m, n \geq 0\} \cup \{a^{n+1}b^n m, n \geq 0\} \cup \{a^n b^{n+1} m, n \geq 0\}$$

$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & a\ S\ m \mid b\ m \mid m \\ S & \to & T\ U \\ T & \to & a\ T\ b \mid \epsilon \\ U & \to & b\ V \mid \epsilon \\ V & \to & b \mid \epsilon \end{array}$$

Explication : la grammaire :

$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & a\ S\ m \\ S & \to & T\ U \\ T & \to & a\ T\ b \mid \epsilon \\ U & \to & b\ V \mid \epsilon \\ V & \to & b \mid \epsilon \end{array}$$

reconnait $\{a^n b^n m, n \geq 1\} \cup \{a^{n+1}b^n m, n \geq 0\} \cup \{a^{n+1}b^{n+2}m, n \geq 0\}$

Il faut donc ajouter les mots $\{m, bm\}$ *ce qui est fait avec* S_0.