Exercice 1

Correction de l'exercice 1

Question 1.1 *Rappels :*

premier(X) : *les terminaux qui commencent les chaines dérivées de X.*

suivant(X) : *les terminaux qui apparaissent à droite de X.*

	premier(X)		*suivant(X)*	
S	*premier(E)*	$\{a, (\}$		
E	*premier(T)*	$\{a, (\}$	$\{m,)\}$	$\{m,)\}$
E'	$\{+\} \cup \epsilon$	$\{+\} \cup \epsilon$	*suivant(E)*	$\{m,)\}$
T	*premier(F)*	$\{a, (\}$	*premier(E') $\cup$ suivant(E) $\cup$ suivant(E')*	$\{+, m,)\}$
T'	$\{*\} \cup \epsilon$	$\{*\} \cup \epsilon$	*suivant(T)*	$\{+, m,)\}$
F	$\{a, (\}$	$\{a, (\}$	*premier(T') $\cup$ suivant(T) $\cup$ suivant(T')*	$\{*, +, m,)\}$

Question 1.2 *Rappel :*
$LL(1) \Longleftrightarrow \forall X, X \longrightarrow \alpha|\beta \Rightarrow premier(\alpha suivant(X)) \cap premier(\beta suivant(X)) = \emptyset$

$$E' : premier(+TE' \ suivant(E')) \cap premier(\epsilon \ suivant(E')) = \{+\} \cap \{m,)\} = \emptyset$$
$$T' : premier(*FT' \ suivant(T')) \cap premier(\epsilon \ suivant(T')) = \{*\} \cap \{+, m,)\} = \emptyset$$
$$F : premier(a \ suivant(F)) \cap premier((E) \ suivant(F)) = \{a\} \cap \{(\} = \emptyset$$

La grammaire est donc $LL(1)$*.*

Question 1.3 *La table d'analyse :*

	m	a	$+$	$*$	(	)
S		$S \to Em$			$S \to Em$	
E		$E \to TE'$			$E \to TE'$	
E'	$E' \to \epsilon$		$E' \to +TE'$			$E' \to \epsilon$
T		$T \to FT'$			$T \to FT'$	
T'	$T' \to \epsilon$		$T' \to \epsilon$	$T' \to *FT'$		$T' \to \epsilon$
F		$F \to a$			$F \to (E)$	

Question 1.4 *Analyse de* $a * (a + a) * am$*.*

pile	*entrée*	*règle*
S	*a*(a+a)*am*	$S \to Em$
Em	*a*(a+a)*am*	$E \to TE'$
TE'm	*a*(a+a)*am*	$T \to FT'$
FT'E'm	*a*(a+a)*am*	$F \to a$
aT'E'm	*a*(a+a)*am*	
T'E'm	**(a+a)*am*	$T' \to *FT'$
**FT'E'm*	**(a+a)*am*	
FT'E'm	*(a+a)*am*	$F \to (E)$
(E)T'E'm	*(a+a)*am*	
E)T'E'm	*a+a)*am*	$E \to TE'$
TE')T'E'm	*a+a)*am*	$T \to FT'$
FT'E')T'E'm	*a+a)*am*	$F \to a$
aT'E')T'E'm	*a+a)*am*	
T'E')T'E'm	*+a)*am*	$T' \to \epsilon$
E')T'E'm	*+a)*am*	$E' \to +TE'$
+TE')T'E'm	*+a)*am*	
TE')T'E'm	*a)*am*	$T \to FT'$
FT'E')T'E'm	*a)*am*	$F \to a$
aT'E')T'E'm	*a)*am*	
T'E')T'E'm	*)*am*	$T' \to \epsilon$
E')T'E'm	*)*am*	$E' \to \epsilon$
)T'E'm	*)*am*	
T'E'm	**am*	$T' \to *FT'$
**FT'E'm*	**am*	
FT'E'm	*am*	$F \to a$
aT'E'm	*am*	
T'E'm	*m*	$T' \to \epsilon$
E'm	*m*	$E' \to \epsilon$
m	*m*	
		reconnu

Exercice 2

Correction de l'exercice 2

Question 2.1

$$T : premier(xT\ suivant(T)) \cap premier(\epsilon\ suivant(T)) = \{x\} \cap \{y, b, a\} = \emptyset$$
$$U : premier(yU\ suivant(U)) \cap premier(\epsilon\ suivant(U)) = \{y\} \cap \{b, a\} = \emptyset$$
$$S : premier(aSb\ suivant(S)) \cap premier(TU\ suivant(S)) = \{a\} \cap \{x, y, a\} = \{a\} \neq \emptyset$$

La grammaire n'est donc pas $LL(1)$.

Directement : *Soient les mots cac et cabac. Le premier a génère dans le premier cas* $S \to TU$, *et dans le second* $S \to aSb$. *La grammaire n'est donc pas* $LL(1)$.

Question 2.2 *Les tables d'analyse :*

	c	x	y	b	a
So	$S \rightarrow cSac$				
S		$S \rightarrow TU$	$S \rightarrow TU$	$S \rightarrow TU$	$S \rightarrow TU$ $S \rightarrow aSb$
T		$T \rightarrow xT$	$T \rightarrow \epsilon$	$T \rightarrow \epsilon$	$T \rightarrow \epsilon$
U			$U \rightarrow yU$	$U \rightarrow \epsilon$	$U \rightarrow \epsilon$

La case avec conflit est développée avec des mots de longueur 2.

	ac	ax	ay	ab	aa
S	$S \rightarrow TU$	$S \rightarrow aSb$	$S \rightarrow aSb$	$S \rightarrow aSb$	$S \rightarrow aSb$

La grammaire est donc $LL(2)$.

Exercice 3

Correction de l'exercice 3

La gammaire de l'exercice précédent reconnait le langage $ca^nx^py^qb^nac$. Le fait que $a^nx^py^qb^n$ puisse être le mot vide oblige à regarder si un c suit un a pour savoir s'il s'agit du dernier a, d'où LL(2).

Si l'on *retarde* un peu plus le c, la difficulté sera encore plus grande.

$ca^nx^py^qb^nac$	non $LL(1)$	$LL(2)$
$ca^nx^py^qb^na^2c$	non $LL(2)$	$LL(3)$
$ca^nx^py^qb^na^3c$	non $LL(3)$	$LL(4)$
$ca^nx^py^qb^na^mc$	non $LL(m)$	$LL(m+1)$

La grammaire

$$\begin{aligned} S_0 &\longrightarrow cSa^mc \\ S &\longrightarrow aSb|TU \\ T &\longrightarrow xT|\epsilon \\ U &\longrightarrow yU|\epsilon \end{aligned}$$

est donc $LL(m+1)$ et n'est pas $LL(m)$.

Si l'on généralise à

$$\begin{aligned} S_0 &\longrightarrow cSVc \\ S &\longrightarrow aSb|TU \\ T &\longrightarrow xT|\epsilon \\ U &\longrightarrow yU|\epsilon \\ V &\longrightarrow aV|\epsilon \end{aligned}$$

on obtient une grammaire pour laquelle il n'existe pas m tel qu'elle soit $LL(m)$.