Université Bordeaux 1
Mastère d'Informatique 1, 2008/2009

Modèles de Calcul : CC 1

Enumérations- Machines de Turing

Exercice 1.1 [8 points]
On considère l' application $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ définie par

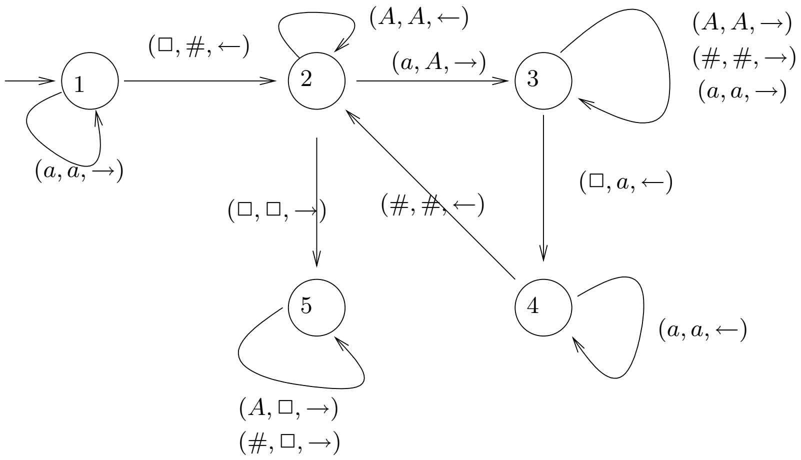
$$f(n, m) := 2^n 3^m.$$

1- L' application f est-elle calculable (en un sens intuitif) ?
2- L' application f est-elle injective ? surjective ?
3- Calculer les valeurs de $f(0,0), f(1,0), f(0,1), f(1,1), f(2,0)$
4- On considère l' application $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ définie par

$$g(n, m) := \mathrm{Card}(\{(p, q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid f(p, q) < f(n, m)\}).$$

Calculer les valeurs de $g(0,0), g(1,0), g(0,1), g(1,1), g(2,0)$
5- L' application g est-elle calculable (en un sens intuitif) ? injective ? surjective ?

Exercice 1.2 [12 points]
On considère la machine de Turing M décrite ci-dessous.



Soin ensemble d' états est $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, son alphabet est $\Gamma := \{a, A, \#, \square\}$, où $\square$ est le symbole "blanc". On dénote par $\vdash_M$ la relation de mouvement de M.
1- Est-il vrai que :

$$1aa \vdash_M^* a2a\# \ \ ?$$

$$1aa \vdash_M^* 2AA\#aa \ \ ?$$

$$2aa \vdash_M^* 5aa \ \ ?$$

2- Que fait M en partant de la description instantanée $1a^n$?
3- Ecrire une Machine de Turing qui calcule l' application $h : \{a\}^* \to \{a\}^*$ définie par

$$h(a^n) = a^{2n}.$$