

Algorithmique des Graphes – TD 8

Exercice 1

Soit W une matrice de poids sur les arcs d'un graphe G . $W[i,j]$ est le poids de l'arc (i,j) et vaut infini si l'arc n'existe pas.

On considère l'algorithme **Warshall** suivant prenant comme paramètre la matrice W :

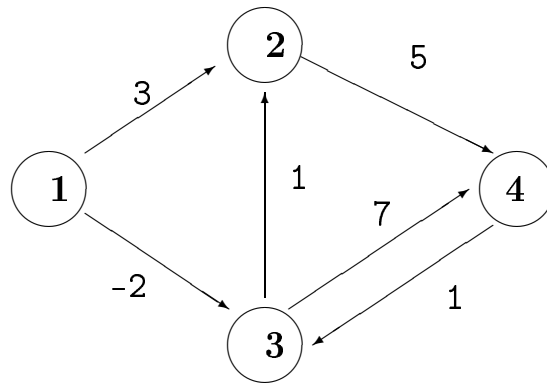
```

Warshall(W)
1  n <- nb_lignes[W]
2  D(0) <- W
3  pour k <- 1 à n
4      faire pour i <- 1 à n
5          faire pour j <- 1 à n
6              faire D(k)[i,j] <- min(D(k-1)[i,j], D(k-1)[i,k] + D(k-1)[k,j])
7  retourner D(n)

```

1) Expliquer le contenu de chaque matrice $D(k)$. Que calcule cet algorithme? Quelle est sa complexité?

2) Appliquer l'algorithme de Warshall au graphe suivant :



3) Rappeler l'algorithme de Dijkstra et sa complexité. Dédurre de l'algorithme de Dijkstra un nouvel algorithme équivalent à celui de Warshall, mais plus efficace si appliqué à un graphe ayant n sommets et un nombre d'arcs d'ordre strictement inférieur à n^2 . Quelles sont les limites de ce dernier algorithme?

4) Modifier l'algorithme de Warshall afin de diminuer la complexité en espace.

5) Modifier l'algorithme de Warshall afin de calculer la matrice Π de liaison telle que $\Pi(i,j)$ est le prédécesseur du sommet j sur un plus court chemin partant du sommet i .