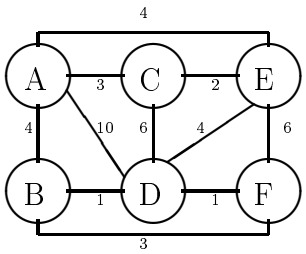
Université Bordeaux 1 Licence semestre 6 – Année 2006-2007

Algorithmique des Graphes – TD 7

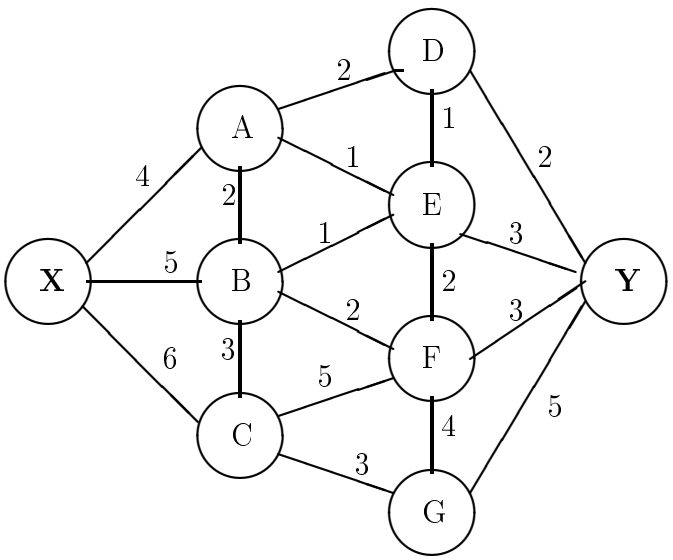
Exercice 1

On considère le graphe non orienté valué G suivant :



1. Déterminer la distance (longueur du plus court chemin) du sommet A à chacun des sommets de G (on précisera l'algorithme utilisé, et on en indiquera les différentes étapes).
2. Soit G_1 un arbre recouvrant de poids minimal de G obtenu en appliquant l'algorithme de Kruskal ; indiquer la distance du sommet A à chacun des sommets de G_1.
3. Peut-on trouver un arbre recouvrant G_2 de G tel que la distance de A à chacun des autres sommets soit la même dans G et dans G_2 ?

Exercice 2



1. Déterminer le poids minimal d'un arbre recouvrant le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessus (expliquer la méthode utilisée). Combien y a-t-il d'arbres recouvrants de poids minimal ?

2. Indiquer un arbre recouvrant $\mathcal{A}$ de $\mathcal{G}$ dans lequel la distance du sommet X à chacun des autres sommets est la même que dans le graphe $\mathcal{G}$; expliquer la méthode utilisée. La solution est-elle unique ? Quel est le poids de l'arbre $\mathcal{A}$?
3. Le *diamètre* d'un graphe connexe valué est le maximum des distances d'un sommet quelconque à un autre. Calculer le diamètre du graphe $\mathcal{G}$ (préciser l'algorithme utilisé) et celui de l'arbre $\mathcal{A}$.
4. Étant donné un graphe connexe valué quelconque, est-il toujours possible de trouver un arbre recouvrant de ce graphe ayant le même diamètre ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Soit $G = (S, A)$ un graphe non orienté connexe, $G' = (S, A')$ est un graphe partiel de G si A' est un sous-ensemble de A. Montrer que si G' est sans cycle, il existe un arbre recouvrant de G contenant toutes les arêtes de A'.